

บทที่ 3

แรงและกฎการเคลื่อนที่

3.1 แรง (Force)

แรง (Force, F) คือ อำนาจอย่างหนึ่งที่กระทำต่อวัตถุ แล้วทำให้วัตถุเปลี่ยนแปลงจากสภาพเดิม แรงนี้อาจจะสัมผัสกับวัตถุหรือไม่สัมผัสวัตถุก็ได้ แรงเป็นปริมาณเวกเตอร์ มีทั้งขนาดและทิศทาง หน่วยของแรง คือ นิวตัน (N)

ชนิดของแรงอาจแบ่งเป็น

1. แรงดึง ทำให้วัตถุยึดออกหรือแยกจากกัน
2. แรงอัดหรือแรงกด ทำให้วัตถุถูกบีบตัวอาจมีขนาดเล็กจนมองไม่เห็น
3. แรงบิด ทำให้วัตถุบิดเป็นเกลียว
4. แรงเฉือน ทำให้วัตถุขาดขนานกับแรงกระทำ

ผลของแรงเมื่อกระทำต่อวัตถุ

1. เปลี่ยนจากสภาพนิ่ง ให้เคลื่อนที่ได้และมีความเร็ว
2. จากกำลังเคลื่อนที่ เป็นเปลี่ยนทิศทาง เปลี่ยนอัตราเร็ว
3. เปลี่ยนสภาพรูปร่าง

แรงที่กระทำไปในทิศทางเดียวกับการเคลื่อนที่ จะทำให้วัตถุมีความเร็วเพิ่มขึ้น

แรงที่กระทำไปในทิศตรงข้ามกับการเคลื่อนที่ จะทำให้วัตถุมีความเร็วลดลง

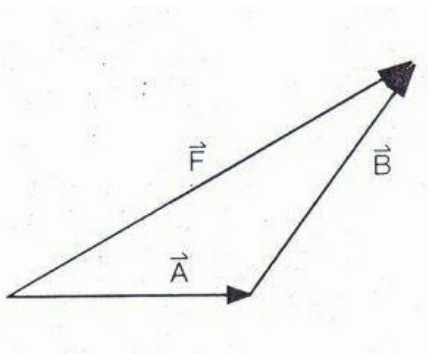
3.2 การหาแรงลัพธ์

แรงลัพธ์ คือ การรวมหรือผลบวกของแรงย่อยทั้งหมด มีขนาดจากจุดเริ่มต้นถึงหัวลูกศรของแรงสุดท้าย และมีทิศทางจากจุดเริ่มต้นถึงจุดสุดท้ายหรือสวนทางกับแรงย่อย การหาแรงลัพธ์ทำได้หลายวิธี คือ

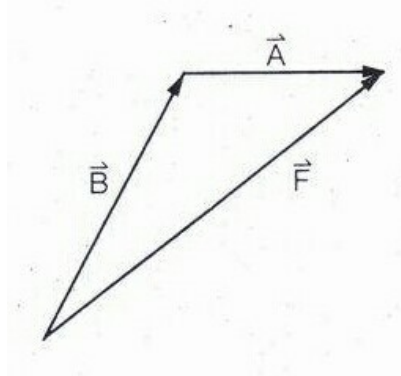
1. โดยการเขียนรูปแบบหางตัวหัว คือการนำเอาแรงย่อยมาเรียงต่อกันตามทิศทางเดิมโดยหางแรงถัดไปจดกับหัวของแรงที่เขียนก่อน



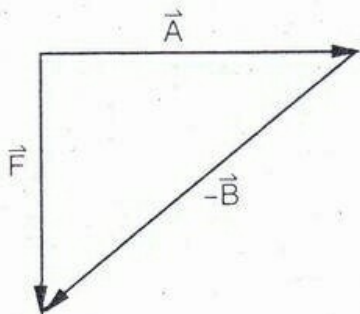
จงหาเวกเตอร์ $\vec{A} + \vec{B} = \vec{F}$



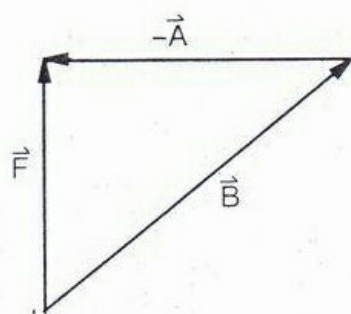
จงหาเวกเตอร์ $\vec{B} + \vec{A} = \vec{F}$



จงหาเวกเตอร์ $\vec{A} - \vec{B} = \vec{F}$



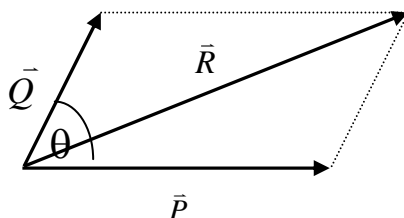
จงหาเวกเตอร์ $\vec{B} - \vec{A} = \vec{F}$



เวกเตอร์ $\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$ แต่ เวกเตอร์ $\vec{A} - \vec{B} \neq \vec{B} - \vec{A}$

2. โดยการใช้การคำนวณ ใช้สูตรต่างๆ คือ

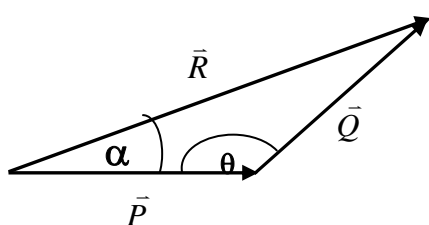
2.1 ใช้ทฤษฎีสี่เหลี่ยมด้านขนาน เมื่อมีแรง 2 แรงทำมุมกัน



หาขนาด R จาก $R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ \cos\theta$

สูตรนี้ \vec{P} ต้องอยู่ในแนวนอน และ θ เป็นมุมที่อยู่ระหว่าง \vec{P} กับ \vec{Q} ซึ่งมีหางของแรงจุดกัน

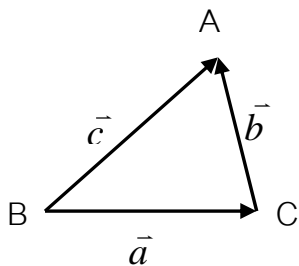
2.2 ใช้กฎของ cos



หาขนาด R จาก $R^2 = P^2 + Q^2 - 2PQ \cos\theta$

θ คือมุมที่หัวของแรงจุดกับหางของแรง และอยู่ตรงข้าม \vec{R}

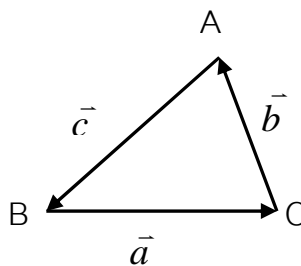
2.3 ใช้กฎของ sine หรือทฤษฎีลามี (Lami's theory)



$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$$

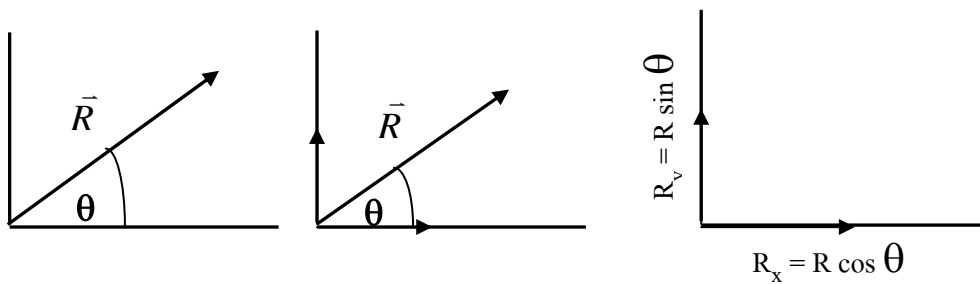
จะได้

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$



$$\vec{R} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$$

2.4 ใช้วิธีแตกแรง การแตกแรง คือ การแยกแรง 1 แรงออกเป็น 2 แรงที่ตั้งฉากกัน



ให้ R เป็นขนาดของแรง \vec{R} ที่ทำมุม θ กับแกนอนหรือแกน x

ให้ R_y เป็นขนาดของแรง \vec{R}_y ที่อยู่บนแกน $Y = R \sin \theta$

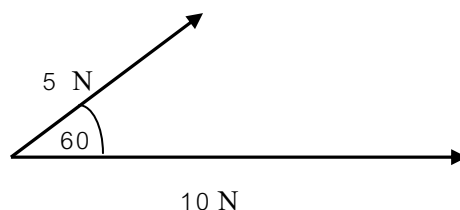
ให้ R_x เป็นขนาดของแรง \vec{R}_x ที่อยู่บนแกน $X = R \cos \theta$

การหาแรงลัพธ์ โดยการแตกแรง มีหลักง่ายๆ ดังนี้

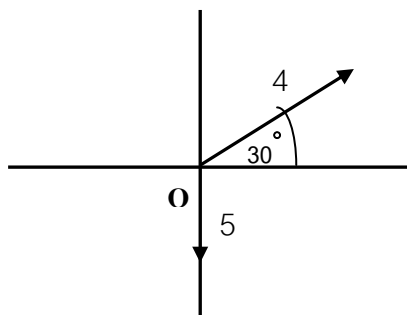
1. แยกแรงที่ทำมุมให้อยู่ในแกนแนว X และ Y
2. หาผลรวมของแรงในแต่ละแกน ให้เหลือเพียง 2 แรงที่ตั้งฉากกัน
3. หาแรงลัพธ์ขององค์ประกอบที่เหลือ โดยใช้ทฤษฎีพีทาโกรัส

แบบฝึกหัดทวน ครั้งที่ 1

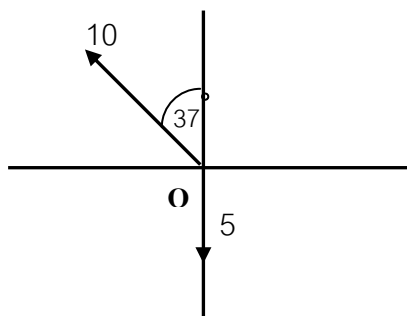
1. แรงย่อยขนาด 6 หน่วย และ 8 หน่วยทำมุมกัน 90 องศา จงหาขนาดของแรงลัพธ์
2. (ENT) เมื่อออกแรงสองแรงทำมุมกับค่าต่างๆ ผลรวมของแรงมีค่าต่ำสุด 2 นิวตันและมีค่าสูงสุด 14 นิวตัน ผลรวมของแรงทั้งสองเมื่อกระทำตั้งฉากกับจะมีค่าเท่าใด
3. จงรวมแรง 5 N และ 10 N เข้าด้วยกัน



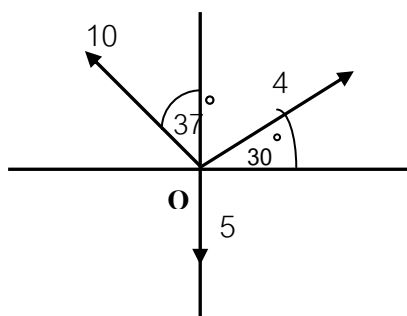
4. มีแรง 4 หน่วย และ 5 หน่วย ทำมุมกับแกนดังรูป จงหาแรงลัพธ์



5. มีแรง 5 หน่วย และ 10 หน่วย ทำมุมกับแกนดังรูป จงหาแรงลัพธ์



6. มีแรง 4 หน่วย , 5 หน่วย และ 10 หน่วย ทำมุมกับแกนดังรูป จงหาแรงลัพธ์



3.3 มวล แรง และกฎการเคลื่อนที่

มวล (mass = m) ของวัตถุ คือ ปริมาณที่บอกให้ทราบว่าวัตถุใดมีความเฉื่อยมากหรือน้อย มวลมีหน่วยเป็นกิโลกรัม (kg)

น้ำหนัก (Weight = \bar{W}) ของวัตถุ คือ แรงที่โลกดึงดูดวัตถุ และทิศลงในแนวดิ่ง น้ำหนักของวัตถุมีหน่วยเป็นนิวตัน (N) คำนวณหาน้ำหนักได้จากสูตร $\bar{W} = m\bar{g}$ หน่วย (N)

กฎการเคลื่อนที่ข้อที่หนึ่งของนิวตัน

กฎการเคลื่อนที่ข้อที่หนึ่งของนิวตัน (Newton's first law motion) กล่าวว่า วัตถุจะรักษาสภาพนิ่งหรือเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัวในแนวตรงนอกจากจะมีแรงลัพธ์ที่มีค่าไม่เป็นศูนย์มากระทำ

กฎการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตัน (Newton's Second law motion) กล่าวว่า เมื่อมีแรงลัพธ์กระทำต่อวัตถุจะทำให้วัตถุมีความเร่งในทิศเดียวกัน แรงลัพธ์ที่มากกระทำและขนาดของความเร่งจะแปรผันตรงกับขนาดของแรงลัพธ์และแปรผกผันกับมวลของวัตถุ

$\bar{a} \propto \Sigma \bar{F}$ $\bar{a} \propto \frac{1}{m}$ $\therefore \bar{a} \propto \frac{\Sigma \bar{F}}{m}$	ในหน่วยระบบเอสไอ $k = 1$ $\therefore \Sigma \bar{F} = m\bar{a}$ (เมื่อ k คือ ค่าคงตัวของการแปรผัน)
หรือ $\Sigma \bar{F} \propto m\bar{a}$ $\Sigma \bar{F} = (k) m\bar{a}$	

กฎการเคลื่อนที่ข้อที่สามของนิวตัน (Newton's third law motion) กล่าวว่า ทุกแรงกิริยาย่อมมีแรงปฏิกิริยาที่มีขนาดเท่ากัน และทิศตรงข้ามกันเสมอ

แบบฝึกทบทวน ครั้งที่ 2

1. เมื่อรถหยุดอย่างกะทันหัน คนในรถจะพุ่งไปข้างหน้าเพราะเหตุใด
 1. มีลมพัดพาไป
 2. มีแรงกระทำ
 3. มีแรงเฉื่อยกระทำ
 4. คนพยายามรักษาสภาพเดิม
2. กฎข้อที่ 1 ของนิวตันคืออะไร
 1. กฎของแรงกิริยา
 2. กฎของแรงปฏิกิริยา
 3. กฎของมวลสาร
 4. กฎของความเฉื่อย
3. (มข 24) ใช้ไม้ค้ำหนึ่งลากรถ แรงที่ทำให้ไม้เคลื่อนที่ไปข้างหน้าคือ
 1. แรงที่ไม้กระทำต่อรถ
 2. แรงที่รถกระทำต่อไม้
 3. แรงที่ไม้กระทำต่อพื้น
 4. แรงพื้นกระทำต่อเท้าไม้

4. (มข 25) ข้อความใดที่ไม่ถูกต้อง ตามลักษณะของแรงที่กล่าวถึงในกฎข้อที่ 3 ของนิวตัน
1. ประกอบด้วยแรงสองแรง
 2. มีขนาดเท่ากันและมีทิศตรงกันข้าม
 3. เป็นแรงที่กระทำบนวัตถุต่างชนิดกัน
 4. เป็นแรงที่ทำให้แรงลัพธ์บนวัตถุมีค่าเป็น 0
5. (มข 32) เมื่อตกต้นไม้ลงมากกระทบพื้นจะรู้สึกเจ็บ เหตุที่เจ็บอธิบายได้ด้วยกฎทางฟิสิกส์ข้อใด
1. กฎข้อที่หนึ่งของนิวตัน
 2. กฎข้อที่สองของนิวตัน
 3. กฎข้อที่สามของนิวตัน
 4. กฎแรงดึงดูดระหว่างมวลของนิวตัน
6. (มข 40) เมื่อรถหยุดกะทันหัน ผู้โดยสารจะกะมำไปข้างหน้า ปรากฏการณ์นี้เป็นไปตามกฎนิวตันข้อ
1. ข้อ 1
 2. ข้อ 2
 3. ข้อ 3
 4. ทุกข้อ
7. มวลในทางฟิสิกส์หมายถึงข้อใด
1. เนื้อของวัตถุ
 2. น้ำหนักของวัตถุ
 3. ความหนาแน่นของวัตถุ
 4. สภาพต้านทานการเคลื่อนที่ของวัตถุ
8. สาเหตุที่ทำให้วัตถุต้องตกลงสู่พื้นโลกเพราะสาเหตุอะไร
1. โลกกลม
 2. วัตถุมีมวล
 3. วัตถุน้ำหนัก
 4. แรงดึงดูดของโลกมีทิศลงในแนวตั้ง
9. ประโยชน์ของเข็มขัดนิรภัยและที่พิงศีรษะที่ติดอยู่กับเบาะนั่งในรถยนต์เพื่ออะไร
1. เพื่อเพิ่มความสง่าผ่าเผยแก่ผู้นั่งรถยนต์
 2. เพื่อให้เกิดความยืดหยุ่นและคอยตั้งตรงมองเห็นได้ไกล
 3. เพื่อต้านความเฉื่อยและลดขนาดของแรงกระทำต่อศีรษะ
 4. เพื่อเสริมการเคลื่อนที่และเพิ่มขนาดของแรงกระทำต่อศีรษะ
10. เมื่อเชือกเพลิงของจรวดถูกเผาไหม้แล้วพุ่งแก๊สออกไปทำให้เกิดแรงขับเคลื่อนจรวดคงตัว ความเร่งของจรวดจะเป็นอย่างไร
1. มีขนาดลดลง เพราะเชือกเพลิงเหลือน้อยลง
 2. มีขนาดมากขึ้น เพราะน้ำหนักของจรวดลดลง
 3. มีขนาดเป็นศูนย์ เพราะแรงขับเคลื่อนคงตัวทำให้ความเร็วคงที่
 4. มีขนาดคงตัว เพราะแรงขับเคลื่อนคงตัวตามกฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 2 ของนิวตัน
11. วัตถุก้อนหนึ่งมีมวล 10 กิโลกรัม ถ้านำไปชั่งบนดาวดวงหนึ่งที่มีความเร่งเนื่องจากแรงดึงดูดของดวงดาวเท่ากับ 1 ใน 5 ของความเร่ง เนื่องจากแรงดึงดูดของโลก วัตถุก้อนนี้จะมีมวลและน้ำหนักเท่าไร
1. 2 กิโลกรัม , 2 นิวตัน
 2. 2 กิโลกรัม , 10 นิวตัน
 3. 10 กิโลกรัม , 10 นิวตัน
 4. 10 กิโลกรัม , 20 นิวตัน
12. วัตถุมวล 2 กิโลกรัม ถูกแรงกระทำให้เคลื่อนที่ด้วยความเร่ง 7.5 m/s^2 ขนาดของแรงที่กระทำต่อวัตถุเป็นเท่าไร
1. 10.0 นิวตัน
 2. 12.5 นิวตัน
 3. 15.0 นิวตัน
 4. 17.5 นิวตัน

13. วัตถุอยู่ในสภาพนิ่ง เมื่อออกแรง 2 นิวตัน กระทำในแนวขนานกับพื้นราบเป็นเวลานาน 3 วินาที วัตถุก้อนนี้เคลื่อนไปได้ไกล 27 เมตร มวลของวัตถุเป็นเท่าใด
1. 0.33 kg
 2. 0.66 kg
 3. 3.33 kg
 4. 6.66 kg
14. แท่งไม้มวล 6 kg วางอยู่บนพื้นระดับ ถ้ามีแรงลัพธ์ขนาด 18 นิวตัน มากระทำต่อแท่งไม้ในทิศทางกับพื้น จงหาความเร่งของแท่งไม้
1. 1 m/s^2
 2. 3 m/s^2
 3. 6 m/s^2
 4. 9 m/s^2
15. เชือกเส้นหนึ่งสามารถรับแรงดึงได้อย่างมาก 30 นิวตัน ใช้เชือกเส้นนี้ลากวัตถุมวล 3 kg บนพื้นลื่น ความเร่งสูงสุดที่จะลากวัตถุนี้โดย เชือกไม่ขาด มีค่าเท่าไร
1. 1 m/s^2
 2. 5 m/s^2
 3. 10 m/s^2
 4. 20 m/s^2
16. คนมีมวล 100 kg ยืนอยู่บนตาชั่งในลิฟต์ซึ่งกำลังเคลื่อนที่ลงมาด้วยความเร่ง 2.5 m/s^2 ตาชั่งจะอ่านได้เท่าไร
1. 25 kg
 2. 50 kg
 3. 75 kg
 4. 125 kg
17. เชือกเส้นหนึ่งทนแรงดึงได้ 80 นิวตัน ผูกไว้กับมวล 5 kg จะดึงมวลขึ้นไปในแนวตั้งด้วยความเร่งได้มากที่สุดเท่าไร เชือกจึงจะไม่ขาด
1. 2 m/s^2
 2. 4 m/s^2
 3. 6 m/s^2
 4. 8 m/s^2

3.4 แรงเสียดทาน

แรงเสียดทาน (friction = f) หมายถึง แรงที่เกิดขึ้นระหว่างผิวสัมผัส 2 ผิว พยายามต่อต้านไม่ให้ผิวทั้งสองเคลื่อนที่ผ่านกัน แรงเสียดทานมีผลต่อการเคลื่อนที่ คือ พยายามต่อต้านการเคลื่อนที่ของวัตถุ ค่าของแรงเสียดทานจะมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับลักษณะของผิวสัมผัส แรงกดวัตถุลงบนพื้นสัมผัสและชนิดของวัตถุที่สัมผัส



ทิศทางของแรงเสียดทาน ทิศของแรงเสียดทานจะมีทิศสวนทางกับการเคลื่อนที่ เวลาจะดูทิศของแรงเสียดทาน ให้ดูที่จุดผิวสัมผัสว่าผิวสัมผัสเคลื่อนที่อย่างไร แรงเสียดทานจะสวนทิศการเคลื่อนที่นี้แรงเสียดทานขณะรถแล่นกับแรงเสียดทานขณะขั้บรถเบรกต่างกัน แรงเสียดทานขณะรถแล่น ผิวสัมผัสหมุนไปข้างหลัง แรงเสียดทานมีทิศไปข้างหน้า

การหาปริมาณแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นสามารถหาได้จากสมการดังต่อไปนี้

$$f = \mu N$$

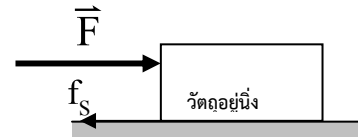
- เมื่อ f คือ แรงเสียดทานที่เกิดขึ้นระหว่างผิวสัมผัสนั้น มีหน่วยเป็น นิวตัน
 μ คือ สัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างผิวสัมผัสนั้น
 N คือ แรงปฏิกิริยาที่เกิดขึ้นเนื่องจากวัตถุกระทำต่อพื้นขณะนั้น มีหน่วยเป็น นิวตัน

แรงเสียดทานที่เกิดขึ้นระหว่างพื้นมี 2 ชนิด คือ

1. **แรงเสียดทานสถิต (Static friction)** คือ แรงเสียดทานที่เกิดขึ้นเมื่อมีแรงมากระทำต่อวัตถุและวัตถุ **ยังอยู่นิ่ง** ซึ่งแรงเสียดทานสถิตจะมีค่าตั้งแต่ศูนย์จนถึงค่ามากที่สุด โดยค่ามากที่สุดจะเกิดขณะที่วัตถุเริ่มเคลื่อนที่ได้พอดี

เขียนสมการได้ดังนี้

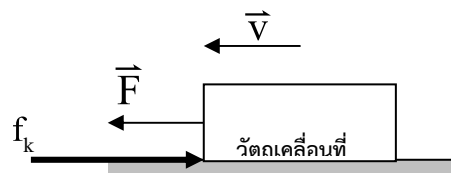
$$f_s = \mu_s N$$



2. **แรงเสียดทานจลน์ (kinetic friction)** คือ แรงเสียดทานที่เกิดขึ้นในขณะที่วัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่

เขียนสมการได้ดังนี้

$$f_k = \mu_k N$$



สัมประสิทธิ์ความเสียดทาน (μ)

สัมประสิทธิ์ความเสียดทาน (μ) อัตราส่วนของแรงเสียดทานต่อแรงปฏิกิริยาในแนวตั้งฉากจากนิยามของสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน

จะได้
$$\mu = \frac{f}{N}$$
 ไม่มีหน่วย

สัมประสิทธิ์ความเสียดทาน มี 2 ชนิด

1. สัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิต (μ_s) หมายถึง อัตราส่วนของแรงเสียดทานสถิตต่อแรงปฏิกิริยาในแนวตั้งฉาก

$$\mu_s = \frac{f_s}{N}$$

ไม่มีหน่วย

2. สัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ (μ_k) หมายถึง อัตราส่วนของแรงเสียดทานจลน์ต่อแรงปฏิกิริยาในแนวตั้งฉาก

$$\mu_k = \frac{f_k}{N}$$

ไม่มีหน่วย

ประโยชน์ของแรงเสียดทาน รถยนต์จะแล่นไปได้ ต้องมีแรงเสียดทานยันล้อไว้ ถ้าไม่มีแรงเสียดทานล้อจะหมุนอยู่กับที่ รถแล่นไปไม่ได้ ตัวอย่างมีในบนถนนเมืองหนาว พื้นถนนเป็นน้ำแข็งรถแล่นไปไม่ได้ ต้องเอาทรายโรยให้เกิดแรงเสียดทานรถจึงแล่นไปได้

คนจะเดินบนพื้นต้องมีแรงเสียดทาน ถ้าไม่มีแรงเสียดทานคนจะเดินไม่ได้ จะลื่นหกล้ม รองเท้าจึงต้องมีลวดลายเพื่อให้เกิดแรงเสียดทาน ยางรถยนต์ก็ต้องมีลวดลายเพื่อให้เกิดแรงเสียดทาน

โทษของแรงเสียดทาน เช่น แรงเสียดทานตามข้อต่อ หรือแกนหมุนของเครื่องยนต์ต้องมีดลบลูกปืน หรือหยอดน้ำมันหล่อลื่น ช่วยลดแรงเสียดทาน ไม่เช่นนั้นจะสูญเสียพลังงานมาก เกิดความร้อนมากด้วย รถยนต์มีแรงเสียดทานกับอากาศทำให้แล่นช้า เรือมีแรงเสียดทานกับน้ำ เครื่องบินมีแรงเสียดทานกับอากาศ

**** ข้อควรจำ **** $\mu_s > \mu_k$ เสมอ เพราะว่า $f_s > f_k$

การหาแรงเสียดทานขณะใด ๆ

ถ้า $F < \mu_s N$ แรงเสียดทานขณะนั้น $f = F$ วัตถุจะหยุดนิ่ง

ถ้า $F = \mu_s N$ แรงเสียดทานขณะนั้น $f = \mu_s N$ วัตถุหยุดนิ่งเตรียมที่จะเคลื่อนที่

ถ้า $F > \mu_s N$ แรงเสียดทานขณะนั้น $f = \mu_k N$ วัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร่ง

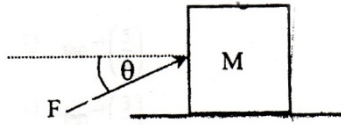
แบบฝึกทบทวน ครั้งที่ 3

1. (มข.50) วางวัตถุมวล 2 กิโลกรัมบนพื้นเอียงลื่น และพื้นเอียงทำมุม $\tan \theta = \frac{3}{4}$ กับแนวระดับจะต้องออกแรงที่ขนานกับพื้นเอียงกี่นิวตันกระทำต่อวัตถุ เพื่อให้วัตถุยังคงอยู่นิ่งได้ (กำหนดให้ $g = 10 \text{ m/s}^2$)

1. 10 นิวตัน
2. 12 นิวตัน
3. 15 นิวตัน
4. 16 นิวตัน

2. (มข.51) ออกแรง F ขนาด 10 นิวตัน ผลักวัตถุ M มวล 2 กิโลกรัม ที่วางอยู่บนพื้นราบ ในทิศทางดังรูป ถ้าพื้นมีค่า $\mu = \frac{1}{7}$ และค่า $\tan \theta = \frac{3}{4}$ จงคำนวณหาขนาดของความเร่งของวัตถุ กำหนดให้ $g = 10 \text{ m/s}^2$

1. $\frac{11}{7} \text{ m/s}^2$
2. 3 m/s^2
3. $\frac{18}{7} \text{ m/s}^2$
4. $\frac{36}{7} \text{ m/s}^2$



3. (มข.53) วางสิ่งไม่มั่นคงบนกระเบรรถบรรทุกที่หยุดนิ่ง ถ้ารถบรรทุกออกตัวด้วยความเร่งมากกว่า 7 เมตร/(วินาที)² ไปตามถนนราบ จะทำให้สิ่งไม่เริ่มไถลพอดี สัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิตระหว่างสิ่งไม่กับกระเบรรถบรรทุกมีค่าเท่าใด

1. 0.5
2. 0.6
3. 0.64
4. 0.7

4. หนังสือเล่มหนึ่งถูกผลักให้ไถลไปบนพื้น โต๊ะราบด้วยความเร็วคงตัว ข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อสรุปได้ถูกต้อง (มข.57)

1. แรงปฏิกิริยาที่พื้นกระทำต่อหนังสือเท่ากับศูนย์
2. แรงเสียดทานที่พื้นกระทำต่อหนังสือเท่ากับศูนย์
3. แรงลัพธ์ที่กระทำต่อหนังสือเท่ากับศูนย์

4. ถูกทั้งข้อ (2) และข้อ (3)

5. ข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อสรุปเกี่ยวกับแรงเสียดทานระหว่างผิวสัมผัสคู่หนึ่งได้ถูกต้อง (มข.57)

1. สัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิตมากกว่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์เสมอ
2. แรงเสียดทานสถิตมีขนาดมากกว่าแรงเสียดทานจลน์เสมอ
3. แรงเสียดทานสถิตมีขนาดน้อยกว่าแรงเสียดทานจลน์เสมอ
4. มีคำตอบถูกมากกว่า 1 ข้อ

3.5 แรงดึงดูดระหว่างมวล

กฎแรงดึงดูดระหว่างมวลของนิวตัน

จากการสังเกตและค้นคว้าของนักดาราศาสตร์ เช่น โทโครบราห์ และ เคปเลอร์ นิวตันได้นำเอามาใช้เป็นพื้นฐานในการอธิบายปรากฏการณ์ที่ดาวเคราะห์โคจรรอบดวงอาทิตย์ นิวตันสรุปว่า ดาวเคราะห์โคจรรอบดวงอาทิตย์ได้เพราะมีแรงกระทำระหว่างดวงอาทิตย์กับดาวเคราะห์ ซึ่งเป็นแรงดึงดูดระหว่างมวลของดวงอาทิตย์กับดาวเคราะห์และเป็นแรงแบบเดียวกับแรงดึงดูดระหว่างโลกกับวัตถุนบนผิวโลก หรือแรงดึงดูดระหว่างวัตถุทุกชนิดในเอกภพ

นิวตันได้เสนอกฎแรงดึงดูดระหว่างมวลขึ้น มีใจความว่า “วัตถุทั้งหลายในเอกภพจะออกแรงดึงดูดซึ่งกันและกัน โดยขนาดของแรงดึงดูดระหว่างวัตถุหนึ่ง ๆ จะแปรผันตรงกับผลคูณระหว่างมวลวัตถุทั้งสอง และจะแปรผกผันกับกำลังสองของระยะทางระหว่างวัตถุทั้งสองนั้น”

ให้ m_1, m_2 เป็นมวลของวัตถุ 2 ก้อน

R เป็นระยะห่างระหว่างมวลทั้งสองวัดจากจุดศูนย์กลาง

F_G เป็นขนาดของแรงดึงดูดระหว่างมวลทั้งสอง

จะได้ $F_G \propto m_1 m_2$

และ $F_G \propto \frac{1}{R^2}$

$$F_G \propto \frac{m_1 m_2}{R^2}$$

$$F_G = \frac{Gm_1 m_2}{R^2}$$

G คือ ค่าคงตัวความโน้มถ่วงสากล = $6.67 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2 / \text{kg}^2$ (ผู้หาค่านี้ได้ คือ คาเวนดิช)

มวลของโลก

ในการหามวลของวัตถุที่มีขนาดใหญ่มาก ๆ เช่น โลก ดวงจันทร์ เราไม่สามารถใช้เครื่องชั่งมาชั่งมวลที่มีขนาดใหญ่ได้ แต่อาจหามวลได้โดยใช้กฎแรงดึงดูดระหว่างมวลของนิวตัน มาช่วยในการคำนวณ

เมื่อวัตถุมวล m วางบนผิวโลก โลกจะดึงดูดวัตถุมวล m ด้วยขนาดของแรง F_G ซึ่งแรงดึงดูดระหว่างมวลนี้คือแรงโน้มถ่วงหรือน้ำหนักของวัตถุนั้นเอง

ให้ m_e เป็นมวลของโลก, m เป็นมวลของวัตถุ

R_e เป็นรัศมีของโลก = $6.38 \times 10^6 \text{ m}$ (ระยะห่างจากจุดศูนย์กลางของโลกถึงวัตถุ) จะได้

$$F_G = F_g$$

$$\frac{Gm_e m}{R_e^2} = mg$$

$$m_e = \frac{gR_e^2}{G}$$

ดังนั้น $m_e = 5.89 \times 10^{24} \text{ kg}$

การหาความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงโลก

$$\text{จาก } m_e = \frac{gR_e^2}{G}$$

$$\text{ได้ว่า } g = \frac{Gm_e}{R_e^2}$$

การหาค่าสนามโน้มถ่วง

$$\text{จาก } \frac{GMm}{R^2} = mg$$

$$g = \frac{GM}{R^2} \quad (g \propto \frac{1}{R^2})$$

$$\frac{g_1}{g_2} = \left(\frac{M_1}{M_2}\right)\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2$$

แบบฝึกทบทวน ครั้งที่ 4

- น้ำหนักของวัตถุหนึ่งที่เส้นศูนย์สูตร และที่ขั้วโลกเท่ากันหรือไม่
 - เท่ากัน เพราะเป็นวัตถุชิ้นเดียวกัน
 - เท่ากัน เพราะแรงดึงดูดของโลกมีค่าเท่ากัน
 - ไม่เท่ากัน เพราะความเร่งเนื่องจากแรงดึงดูดของโลกมีค่าไม่เท่ากัน**
 - ไม่เท่ากัน เพราะอุณหภูมิไม่เท่ากัน
- ถ้ามวลของโลกเป็น 81 เท่าของมวลของดวงจันทร์ และรัศมีของโลกเป็นสี่เท่าของรัศมีของดวงจันทร์ ความเร่งเข้าสู่ศูนย์กลางที่ผิวของดวงจันทร์จะมีค่า

1. 1.25 m/s^2 2. 1.97 m/s^2 3. 2.5 m/s^2 4. 3.4 m/s^2

แนวคิด จาก $\frac{g_{\text{จันทร์}}}{g_{\text{โลก}}} = \left(\frac{M_{\text{จันทร์}}}{M_{\text{โลก}}}\right)\left(\frac{R_{\text{โลก}}}{R_{\text{จันทร์}}}\right)^2$

$$\frac{g_{\text{จันทร์}}}{10} = \left(\frac{1}{81}\right)\left(\frac{4}{1}\right)^2 \rightarrow g_{\text{จันทร์}} = \frac{160}{81} = 1.97 \text{ m/s}^2$$

3. จงหาว่าความสูงจากผิวโลกเท่าไร ค่าสนามความโน้มถ่วงจึงเหลือ $\frac{1}{3}$ เท่าของค่าสนามความโน้มถ่วงที่ผิวโลก

แนวคิด

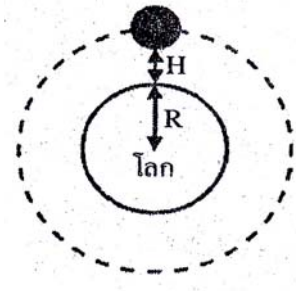
$$\text{จาก } \frac{g_1}{g_2} = \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2, \quad \frac{g}{\frac{1}{3}g} = \left(\frac{R+H}{R}\right)^2$$

$$3 = \left(\frac{R+H}{R}\right)^2$$

$$1.7 = \frac{R+H}{R}$$

$$1.7R = R+H$$

$$H = 0.7R \text{ เมตร}$$



4. วัตถุชิ้นหนึ่งที่ผิวโลกจะมีน้ำหนัก 600 นิวตัน ถ้าอยู่สูงจากผิวโลกขึ้นไปเป็นระยะ 2 เท่าของรัศมีโลก วัตถุนี้น้ำหนักกี่นิวตัน

แนวคิด

$$\text{จาก } \frac{W_1}{W_2} = \frac{g_1}{g_2} = \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2$$

$$\frac{600}{W_2} = \left(\frac{R+2R}{R}\right)^2 = 9$$

$$W_2 = \frac{600}{9} = \frac{200}{3} \text{ นิวตัน}$$

5. นักบินอวกาศจะมีน้ำหนักที่เท่าของน้ำหนักที่ซังบน โลก ถ้าอยู่บนดาวเคราะห์ที่มีรัศมีครึ่งหนึ่งของโลก และมีมวลเป็น $\frac{1}{8}$ ของมวลโลก

1. 0.25 2. 0.50 3. 0.75 4. 1.25

แนวคิด

$$\frac{W_{ดาว}}{W_{โลก}} = \frac{g_{ดาว}}{g_{โลก}} = \frac{M_{ดาว}}{M_{โลก}} \left(\frac{R_{โลก}}{R_{ดาว}}\right)^2$$

$$= \left(\frac{1/8}{1}\right) \left(\frac{2}{1}\right)^2$$

$$= \frac{1}{2} = 0.5$$

6. ดาวเคราะห์ดวงหนึ่งมีมวล 64 เท่าของมวลของดวงจันทร์ และรัศมีของดาวเคราะห์เป็น 9 เท่าของรัศมีของดวงจันทร์ ความเร่งเข้าสู่ศูนย์กลางที่ผิวของดวงจันทร์จะมีค่าเท่าไร

.....

.....

.....

.....

.....

7. จงหาว่าความสูงจากผิวโลกเท่าไร ค่าสนามความโน้มถ่วงจึงเหลือ $\frac{1}{4}$ เท่าของค่าสนามความโน้มถ่วงที่ผิวโลก



.....

.....

.....

.....

.....

8. วัตถุชิ้นหนึ่งที่ผิวโลกจะมีน้ำหนัก 800 นิวตัน ถ้าอยู่สูงจากผิวโลกขึ้นไปเป็นระยะ 3 เท่าของรัศมีโลก วัตถุนี้จะหนักกี่นิวตัน

.....

.....

.....

.....

9. นักบินอวกาศจะมีน้ำหนักกี่เท่าของน้ำหนักที่ชั่งบนโลก ถ้าอยู่บนดาวเคราะห์ที่มีรัศมี $\frac{1}{6}$ ของโลก และมีมวลเป็น $\frac{1}{6}$ ของมวลโลก

.....

.....

.....

.....

3.6 การประยุกต์ใช้กฎการเคลื่อนที่สำหรับการเคลื่อนที่

3.6.1 การชั่งน้ำหนักบนลิฟต์ที่เคลื่อนที่

ให้ \bar{W} เป็นน้ำหนักปกติของวัตถุเมื่อลิฟต์ยังไม่เคลื่อนที่

\bar{R} เป็นน้ำหนักปรากฏของวัตถุเมื่อลิฟต์เคลื่อนที่หรือแรงที่พื้นลิฟต์ออกแรงโต้ตอบ

\bar{W} และ \bar{R} ไม่ใช่แรงคู่กิริยาปฏิกิริยา

การชั่งน้ำหนักบนลิฟต์แบ่งออกเป็น 3 กรณี ดังนี้

1. เมื่อลิฟต์อยู่นิ่ง หรือลิฟต์เคลื่อนที่ขึ้นหรือลงความเร็วคงที่ ($a=0$) จะได้ $W = R$
2. ลิฟต์เคลื่อนที่ลงด้วยความเร่ง จะทำให้ $W > R$

$$\Sigma \bar{F} = m\bar{a}$$

$$W - R = ma$$

$$mg - R = ma$$

$$R = mg - ma$$

$$\therefore R = m(g - a)$$

3. ลิฟต์เคลื่อนที่ขึ้นด้วยความเร่ง จะทำให้ $R > W$

$$\Sigma \bar{F} = m\bar{a}$$

$$R - W = ma$$

$$R - mg = ma$$

$$R = mg + ma$$

$$\therefore R = m(g + a)$$

แบบฝึกทบทวน ครั้งที่ 5

1. ชายคนหนึ่งมีมวล 60 กิโลกรัม ยืนอยู่บนลิฟต์ที่เคลื่อนที่ขึ้นด้วยความเร่ง 1.5 เมตร / วินาที²
น้ำหนักของเขาที่เขาอ่านได้ในขณะนั้นเป็นเท่าใด

.....

.....

.....

.....

2. ชายคนหนึ่งมีมวล 60 กิโลกรัม ยืนอยู่บนลิฟต์ที่เคลื่อนที่ลงด้วยความเร่ง 1.5 เมตร / วินาที²
น้ำหนักของเขาที่เขาอ่านได้ในขณะนั้นเป็นเท่าใด

.....

.....

.....

.....

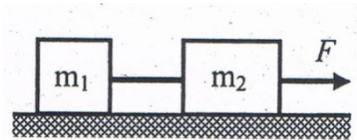
3.6.2 การเคลื่อนที่ของวัตถุหลายก้อนด้วยความเร่งเท่ากัน มีหลักในการคำนวณดังนี้

1. วาดรูปการเคลื่อนที่ของวัตถุ
2. เขียนแรงที่กระทำต่อวัตถุแต่ละก้อน แรงใดไม่อยู่ในแนวการเคลื่อนที่ให้แตกแรงนั้นให้อยู่ในแนวการเคลื่อนที่
3. หาแรงลัพธ์ของวัตถุแต่ละก้อนและใช้สูตร $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$

แบบฝึกทบทวน ครั้งที่ 6

1. (มข.54) วัตถุ m_1 มวล 1 กิโลกรัมและวัตถุ m_2 มวล 3 กิโลกรัม ผูกติดกันด้วยเชือกดั่งรูป วางอยู่บนพื้นราบที่ไม่มีความเสียด ออกแรง F คงที่ขนาด 8 นิวตันดึงเชือก จงหาว่าวัตถุมวล 1 กิโลกรัม จะเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร่งเท่าไร

1. 1
2. 2
3. 4
4. 8

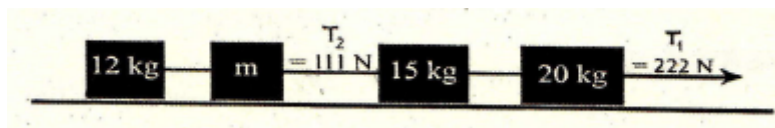


2. ออกแรง 30 นิวตัน ดึงกล่องมวล 2 กิโลกรัม และ 4 กิโลกรัมให้เคลื่อนที่ ดังรูป ถ้าพื้นที่และกล่องมีสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์เท่ากับ 0.4 จงหาแรงดึงของเส้นเชือกที่อยู่ระหว่างกล่องทั้งสอง (กำหนดให้ $g = 10$ เมตรต่อวินาที²) (มข.58)

1. 2 นิวตัน
2. 5 นิวตัน
3. 10 นิวตัน
4. 15 นิวตัน



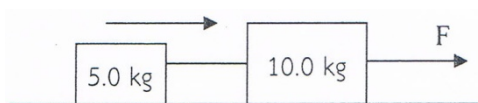
3. มีกล่อง 4 ใบ ผูกติดกันด้วยเชือกมวลเบาและพื้นไม่มีแรงเสียดทาน มีแรงดึงเชือก $T_1 = 222$ นิวตัน และ $T_2 = 111$ นิวตัน (ดังรูป) มวล m มีค่าเท่าใด (มข.56)



1. 3 กิโลกรัม
2. 13 กิโลกรัม
3. 23 กิโลกรัม
4. 33 กิโลกรัม

4. วัตถุมวล 5.0 กิโลกรัม และ 10.0 กิโลกรัม ผูกติดกันด้วยเชือกเบาตั้งรูป วางอยู่บนพื้นราบที่ไม่มี ความฝืด ให้แรง F ซึ่งมีค่าคงตัว กระทำต่อวัตถุทั้งสองอยู่นาน 10 วินาที จนความเร็วของวัตถุ เปลี่ยนไป 40 เมตรต่อวินาที ขนาดของแรง F มีค่าเป็นเท่าใด (มข.59)

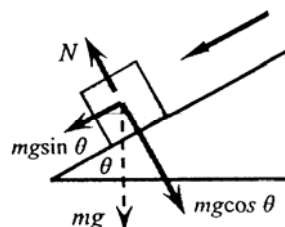
1. 40 นิวตัน
2. 50 นิวตัน
3. 60 นิวตัน
4. 80 นิวตัน



3.6.3 การเคลื่อนที่ของวัตถุบนพื้นเอียงด้วยความเร่งคงที่

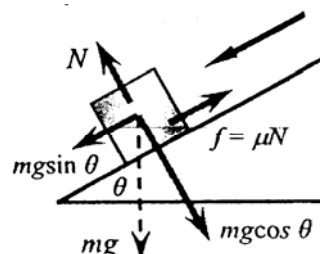
1. กรณีที่ไม่มีแรงเสียดทาน จะมีแรงกระทำต่อวัตถุ 2 แรง คือ แรงดึงดูดของโลกและแรงปฏิกิริยา ที่พื้นกระทำต่อวัตถุในแนวตั้งฉาก จากรูปถ้าวัตถุไถลลงมาตามพื้นเอียงด้วยความเร่ง a จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \Sigma \vec{F} &= m\vec{a} \\ mg \sin \theta &= ma \\ \therefore a &= g \sin \theta \end{aligned}$$



2. กรณีที่มีแรงเสียดทาน จากรูป จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \Sigma \vec{F} &= m\vec{a} \\ mg \sin \theta - f &= ma \\ mg \sin \theta - \mu mg \cos \theta &= ma \\ \therefore a &= g \sin \theta - \mu g \cos \theta \end{aligned}$$



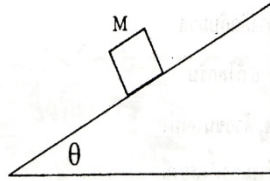
แบบฝึกหัดทวน ครั้งที่ 7

1. (มข.50) วางวัตถุมวล 2 กิโลกรัมบนพื้นเอียงลื่น และพื้นเอียงทำมุม 37° กับแนวระดับจะต้องออกแรง ที่ขนานกับพื้นเอียงกี่นิวตันกระทำต่อวัตถุ เพื่อให้วัตถุยังคงอยู่นิ่งได้ (กำหนดค่าให้ $g = 10 \text{ m/s}^2$)

1. 10 นิวตัน
2. 12 นิวตัน
3. 15 นิวตัน
4. 16 นิวตัน

2. (มข.51) วางมวล M ขนาด 10 กิโลกรัม บนพื้นเอียงที่มีค่าสัมประสิทธิ์ของความเสียดทานคงที่เท่ากับ 0.5 จะต้องออกแรงขนานกับพื้นเอียงกี่นิวตันกระทำต่อมวล M และทิศอย่างไร เพื่อให้มวล M อยู่นิ่งกับที่ กำหนดให้ $\tan \theta = \frac{4}{3}$ และ $g = 10 \text{ m/s}^2$

1. 50 นิวตัน ชี้อขึ้น
2. 50 นิวตัน ชี้อลง
3. 120 นิวตัน ชี้อขึ้น
4. 120 นิวตัน ชี้อลง

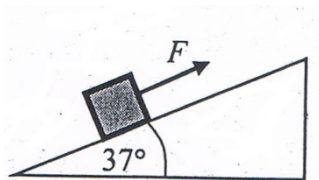


3. (มข.53) วางกล่องบนพื้นเอียงซึ่งทำมุม θ กับแนวระดับทำให้กล่องไถลลงด้วยความเร่ง ถ้าวัดความเร่งของกล่องได้เท่ากับ $5/4$ เมตร/(วินาที)² สัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ระหว่างกล่องกับพื้นเอียงเป็นเท่าใด กำหนดให้ $\sin \theta = 3/5$, $\cos \theta = 4/5$

1. 19/32
2. 10/16
3. 21/32
4. 11/16

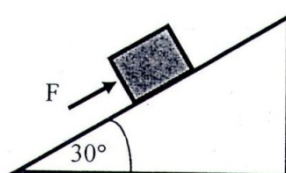
4. (มข.54) วัตถุมวล 5 กิโลกรัม วางอยู่บนพื้นเอียง ทำมุม 37° กับแนวระดับดังรูป ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ระหว่างวัตถุกับพื้นเท่ากับ 0.25 จงหาขนาดของแรง F ที่ใช้ดึงวัตถุให้เคลื่อนที่ขึ้นด้วยความเร็วคงตัว (กำหนดให้ $\sin 37^\circ = 3/5$ และ $\cos 37^\circ = 4/5$)

1. 10 นิวตัน
2. 30 นิวตัน
3. 40 นิวตัน
4. 50 นิวตัน



5. ออกแรงขนาด F ขนานกับพื้นเอียง 30 องศา ผลักกล่องมวล 10.0 กิโลกรัม ดังรูป ถ้าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานระหว่างกล่องและพื้นเอียงเท่ากับ 0.4 จงหาว่าขนาดของแรง F ในข้อใดที่ทำให้กล่องไม่เคลื่อนที่ (กำหนดให้ $g = 10$ เมตรต่อวินาที²) (มข.58)

1. 10 นิวตัน
2. 14 นิวตัน
3. 80 นิวตัน
4. 87 นิวตัน



เพิ่มเติม วัตถุผูกต่อกันกับเชือก

หลักในการทำโจทย์

1. วาดรูปประกอบถ้าทำได้ แล้วเขียนเวกเตอร์ที่จำเป็นต้องใช้ทุกเวกเตอร์
2. พิจารณาว่าวัตถุมีการเคลื่อนที่ไปทางทิศไหน แสดงว่าแรงลัพธ์ต้องไปทางนั้น
3. นำกฎข้อที่ 2 ของนิวตัน $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$ มาใช้คำนวณ

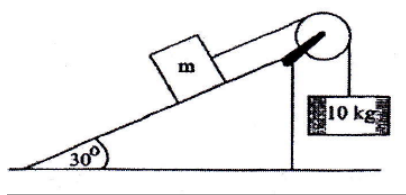
ข้อควรจำ

1. เมื่อวัตถุแขวนตัวในแนวตั้ง ต้องเขียนเวกเตอร์ของน้ำหนักเสมอ
2. เมื่อวางวัตถุไว้บนพื้นราบ เวกเตอร์ของน้ำหนักไม่ต้องคิด (นอกจากมีแรงเสียดทาน)
3. ทิศของแรงดึงเชือก เมื่อคิดที่วัตถุก้อนใดให้เขียนเวกเตอร์ออกจากวัตถุนั้นเสมอ

แบบฝึกทบทวน ครั้งที่ 8

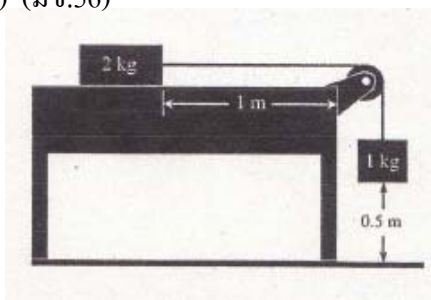
1. มวล m วางอยู่บนพื้นเอียงที่ทำมุม 30° กับพื้นราบ ถูกโยงกับมวล 10 กิโลกรัม ด้วยเชือกมวลเบามากซึ่งพาดอยู่บนรอกไม่มีความฝืดดังรูป ถ้ามวล m กำลังเคลื่อนที่ขึ้นด้วยความเร่ง 2.0 เมตรต่อ(วินาที)² และสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ระหว่างมวล m กับพื้นเอียง คือ 0.5 มวล m จะมีค่าประมาณกี่กิโลกรัม กำหนดให้ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วง $g = 10 \text{ m/s}^2$, $\sin 30^\circ = 0.5$, $\cos 30^\circ = 0.866 = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (มข.55)

1. 7
2. 8
3. 9
4. 10



2. วัตถุมวล 2.0 กิโลกรัม เคลื่อนที่อยู่บนพื้นโต๊ะ ที่มีความฝืดโดยถ่วงด้วยวัตถุหนัก 1.0 กิโลกรัม ขณะอยู่ห่างจากขอบโต๊ะ 1.0 เมตร วัตถุถ่วงที่อยู่สูงจากพื้น 5.0 เมตร และหลังจากนั้น 5.0 นาที มวลถ่วงตกถึงพื้น ถ้าประมาณว่ามวลเหล่านี้เคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ จงหาค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน (กำหนดให้ $g = 10 \text{ m/s}^2$) (มข.56)

1. 0.5
2. 1.0
3. 1.5
4. 2.0



3. จากรูปด้านล่าง สัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ระหว่างมวล 3 กิโลกรัมและพื้นมีค่าเท่ากับ 0.4 และรอกเบามาก เมื่อปล่อยให้กล่องเริ่มเคลื่อนที่จากหยุดนิ่ง จงหาว่ามวล 2 กิโลกรัมจะเคลื่อนที่ด้วยความเร่งเท่าไร (กำหนดให้ $g = 10$ เมตรต่อวินาที²) (มข.58)

1. 1.0 เมตรต่อวินาที²
2. 1.6 เมตรต่อวินาที²
3. 2.0 เมตรต่อวินาที²
4. 4.0 เมตรต่อวินาที²

