

บทที่ 4 สมดุลกล

4.1 สมดุลกล

สมดุลกล (mechanical equilibrium) หรือเรียกสั้น ๆ ว่า สมดุล (equilibrium) หมายถึง วัตถุที่รักษาสภาพการเคลื่อนที่ให้คงเดิม หรือกล่าวอีกอย่างหนึ่งคือ วัตถุอยู่นิ่ง หรือ เคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่

สมดุลกลสามารถแยกได้เป็น 2 แบบ คือ

1. **สมดุลสถิต (static equilibrium)** หมายถึง วัตถุที่อยู่นิ่งและ ไม่มีการหมุน เช่น สมุดวางอยู่บนโต๊ะ
2. **สมดุลจลน์ (dynamic equilibrium)** หมายถึง วัตถุที่มีการเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว หรือมีการหมุนด้วยอัตราเร็วคงตัว เช่น ลังไถตกลงมาตามพื้นเอียง

หมายเหตุ คำว่าสมดุลจลน์ นอกจากหมายถึงสมดุลของวัตถุที่เคลื่อนที่แนวตรงด้วยความเร็วคงตัวแล้ว ยังหมายถึง สมดุลของวัตถุที่หมุนรอบแกนเดิมด้วยอัตราเร็วคงตัวอีกด้วย

4.2 ศูนย์กลางมวลและศูนย์กลาง

จุดศูนย์กลางมวล (center of mass, C.M.) คือ จุดที่เปรียบเสมือนเป็นจุดรวมมวลของวัตถุทั้งก้อน ซึ่งอยู่ประจำที่แน่นอนและไม่ขึ้นกับสถานที่ และอาจไม่อยู่ภายในเนื้อของวัตถุ เช่น ศูนย์กลางมวลของวงแหวน

จุดศูนย์กลาง (center of gravity, C.G.) คือ จุดที่แรงโน้มถ่วงของโลกกระทำต่อวัตถุ เป็นจุดเสมือนเป็นที่รวมของน้ำหนักของวัตถุ

สำหรับวัตถุที่อยู่ในบริเวณที่สนามโน้มถ่วงมีค่าสม่ำเสมอ ศูนย์ถ่วงของวัตถุและศูนย์กลางมวลเป็นตำแหน่งเดียวกัน

4.3 สมดุลต่อการเคลื่อนที่

วัตถุที่อยู่ในสมดุลต่อการเคลื่อนที่ หมายถึง วัตถุอยู่ในสภาพหยุดนิ่งหรือเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว การเกิดสมดุลลักษณะนี้จะได้แรงลัพธ์ที่มากกระทำต่อวัตถุมีค่าเป็นศูนย์ ($\Sigma F = 0$) ซึ่งเป็นไปตามกฎข้อที่ 1 ของนิวตัน นั่นคือ

$$\Sigma F_x = 0 \text{ (แรงในทิศทางขวาเท่ากับแรงในทิศทางซ้าย)}$$

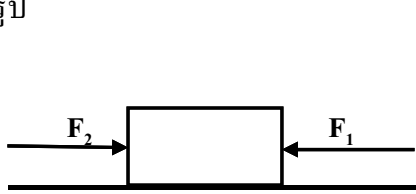
$$\Sigma F_y = 0 \text{ (แรงในทิศทางขึ้นเท่ากับแรงในทิศทางลง)}$$

ในการคำนวณปริมาณที่เกี่ยวข้องกับการที่วัตถุอยู่ในสมดุลต่อการเคลื่อนที่และอยู่นิ่ง สามารถแยกพิจารณาได้ดังนี้ คือ

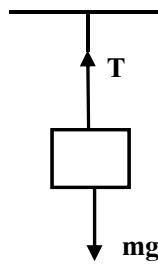
กรณีมีแรงสองแรงกระทำ แรงทั้งสองจะต้องมีขนาดเท่ากันแต่มีทิศตรงข้ามกัน และแนวแรงผ่านศูนย์กลางมวล

สมดุลที่เกิดจากแรง 2 แรง

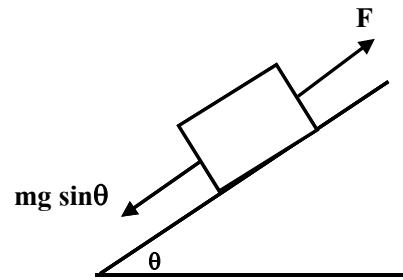
เมื่อมีแรงกระทำต่อวัตถุ 2 แรงแล้ว วัตถุสมดุลต่อการเคลื่อนที่ (อยู่นิ่งหรือเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว) ดังรูป



รูป ก



รูป ข

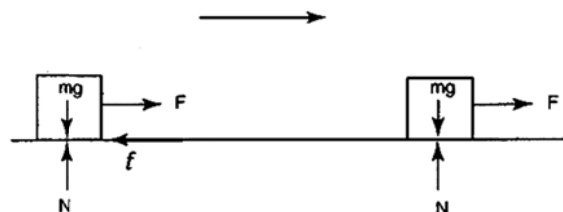


รูป ค

จากรูป จะได้ความสัมพันธ์แรงทั้งสอง ดังนี้

1. แรงทั้งสองต้องมีขนาดเท่ากัน จากรูป (ก.) $F_1 = F_2$ รูป (ข.) $T = mg$ และรูป (ค.) $F = mg \sin \theta$
2. แรงทั้งสองต้องมีทิศทางตรงกันข้าม และอยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน
3. แรงลัพธ์ ($\Sigma F = 0$) ของแรงทั้งสองเท่ากับศูนย์

ดึงขนานพื้นด้วยความเร็วคงที่



$$\begin{aligned} \text{แรงรวมซ้าย} &= \text{แรงรวมขวา} \\ F &= f \quad \text{———— (1)} \end{aligned}$$

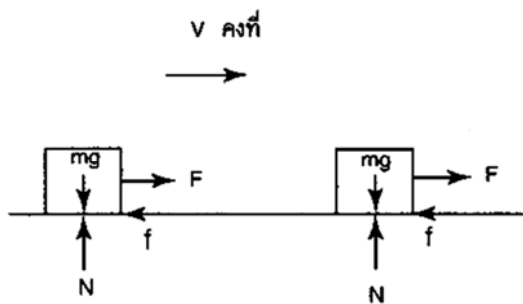
$$\begin{aligned} \text{แรงรวมขึ้น} &= \text{แรงรวมลง} \\ N &= mg \quad \text{———— (2)} \end{aligned}$$

แทน (2) ใน (1) $F = f = \mu N = \mu mg$

จะต้องดึงด้วยแรง $F = \mu mg$ ถึงจะเคลื่อนที่ด้วย v คงที่

ตัวอย่างที่ 1 นาย ก ออกแรงดึงกล่องไม้มวล 5 กิโลกรัม ไปตามแนวราบขนานกับพื้นด้วยความเร็วคงที่บนพื้นฝืด กำหนดให้พื้นมีสัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิต 0.5 และสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ 0.2 จงหา

- นาย ก ต้องออกแรงเท่าไรกล่องไม้จึงเคลื่อนที่
- นาย ก ต้องออกแรงเท่าไรกล่องไม้จึงจะเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่
- ถ้า นาย ก ออกแรง 20 นิวตัน กล่องไม้เคลื่อนที่หรือไม่



บนพื้นฝืด

$$\begin{aligned} \text{แรงรวมซ้าย} &= \text{แรงรวมขวา} \\ F &= f \quad (1) \\ \text{แรงรวมขึ้น} &= \text{แรงรวมลง} \\ N &= mg \quad (2) \end{aligned}$$

แทน (2) ใน (1)

$$F = f = \mu N = \mu mg$$

$$F = \mu_s mg$$

$$F = \mu_s mg$$

$$F = 0.5 (50) = 25 \text{ นิวตัน}$$

$$F = \mu_k mg$$

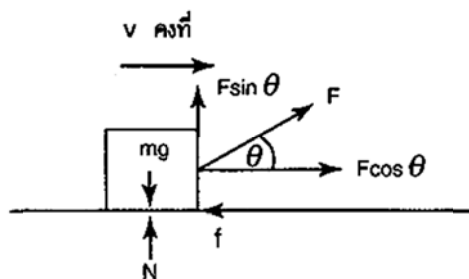
$$F = 0.2 (5)(10) = 10 \text{ นิวตัน}$$

ก) เริ่มเคลื่อนที่ต้องใช้สัมประสิทธิ์สถิต

ข) กำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ใช้สัมประสิทธิ์จลน์

ค) นาย ก ออกแรง 20 นิวตัน วัตถุจะไม่เคลื่อนที่

ดึงทำมุม θ กับแนวระดับ (v คงที่)



$$\text{แรงรวมซ้าย} = \text{แรงรวมขวา}$$

$$F \cos \theta = f \quad (1)$$

$$\text{แรงรวมขึ้น} = \text{แรงรวมลง}$$

$$N + F \sin \theta = mg$$

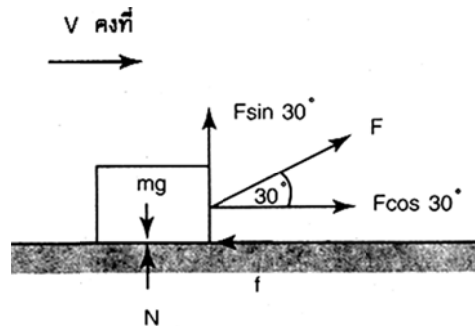
$$N = mg - F \sin \theta \quad (2)$$

แทน (2) ใน (1)

$$\begin{aligned}
 F \cos \theta &= f = \mu N = \mu [mg - F \sin \theta] \\
 F \cos \theta &= \mu mg - \mu F \sin \theta \\
 F \cos \theta + \mu F \sin \theta &= \mu mg \\
 F(\cos \theta + \mu \sin \theta) &= \mu mg \\
 F &= \frac{\mu mg}{\cos \theta + \mu \sin \theta} \quad \text{สูตรลัด}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2 นาย ก. สามารถกระทำแรงต่อเชือกที่ผูกติดกับกระดานเลื่อนได้สูงสุด 500 นิวตัน เชือกทำมุม 30° กับแนวระดับ ถ้าสัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทานจลน์ระหว่างพื้นกับกระดานเลื่อนเป็น 0.25 จงหา มวลมากที่สุดของกระดานเลื่อนที่นาย ก. สามารถลากไปด้วยอัตราเร็วคงที่

- 1) 147 กิโลกรัม
- 2) 173 กิโลกรัม
- 3) 198 กิโลกรัม
- 4) 210 กิโลกรัม



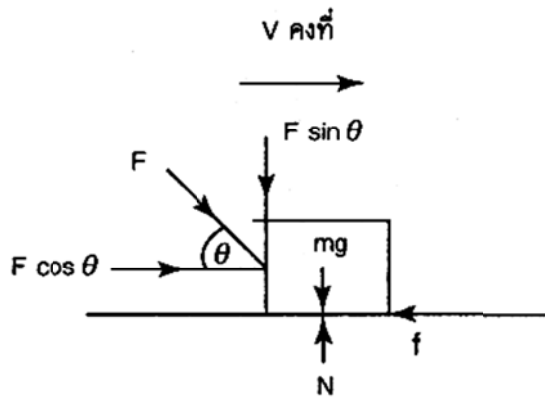
หลักการคิด

$$\begin{aligned}
 \text{แรงรวมซ้าย} &= \text{แรงรวมขวา} \\
 F \cos \theta &= f \quad \text{(1)} \\
 \text{แรงรวมขึ้น} &= \text{แรงรวมขวา} \\
 N + F \sin \theta &= mg \\
 N &= mg - f \sin \theta \quad \text{(2)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{แทน (2) ใน (1)} \quad F \cos \theta &= f = \mu N \\
 F \cos 30^\circ &= \mu (mg - F \sin 30^\circ) \\
 500 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) &= 0.25 \left[(m)(10) - (500) \left(\frac{1}{2} \right) \right] \\
 m &= 198 \text{ กิโลกรัม}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{สูตรลัด } F &= \frac{\mu mg}{\cos 30 + \mu \sin 30} \\
 500 &= \frac{(0.25)(m)(10)}{\sqrt{\frac{3}{2} + (0.25)\left(\frac{1}{2}\right)}} \\
 m &= 198 \text{ กิโลกรัม}
 \end{aligned}$$

ดันทำมุม θ กับแนวระดับ (V คงที่)



แรงรวมซ้าย = แรงรวมขวา

$$F \cos \theta = f \quad (1)$$

แรงรวมขึ้น = แรงรวมลง

$$N = mg + F \sin \theta \quad (2)$$

แทน (2) ใน (1)

$$F \cos \theta = f = \mu N = \mu [mg + F \sin \theta]$$

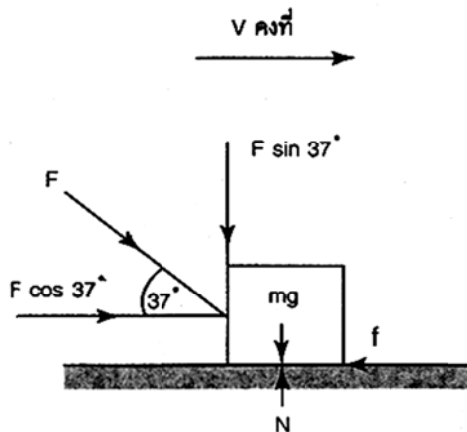
$$F \cos \theta = \mu mg + \mu F \sin \theta$$

$$F \cos \theta - \mu F \sin \theta = \mu mg$$

$$F(\cos \theta - \mu \sin \theta) = \mu mg$$

$$F = \frac{\mu mg}{\cos \theta - \mu \sin \theta} \quad \text{สูตรลัด}$$

ตัวอย่างที่ 3 ตะวันออกแรงดันกล่องไม้มวล 5 กิโลกรัม ไปตามพื้นราบในทิศทางทำมุม 37° องศา กับแนวระดับด้วยความเร็วคงที่ กำหนดให้ที่พื้นมีสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน 0.1 จงหาแรงที่ตะวันดัน



$$\text{แรงรวมซ้าย} = \text{แรงรวมขวา}$$

$$F \cos 37^\circ = f \quad \text{_____} \quad (1)$$

$$\text{แรงรวมขึ้น} = \text{แรงรวมลง}$$

$$N = mg + F \sin 37^\circ \quad \text{_____} \quad (2)$$

แทน (2) ใน (1)

$$F \cos 37^\circ = f = \mu N$$

$$F \cos 37^\circ = \mu (mg + F \sin 37^\circ)$$

$$F \left(\frac{4}{5} \right) = (0.1) \left[(5)(10) + F \left(\frac{3}{5} \right) \right]$$

$$F = 6.75 \text{ นิวตัน}$$

สูตรลัด

$$F = \frac{\mu mg}{\cos 37^\circ - \mu \sin 37^\circ}$$

$$F = \frac{(0.1)(5)(10)}{\left(\frac{4}{5} \right) - (0.1) \left(\frac{3}{5} \right)}$$

$$F = 6.75 \text{ นิวตัน}$$

แบบฝึกทบทวนบทที่ 4 ครั้งที่ 1

1. (ข้อสอบ โควตา ม.สงขลา) สถานการณ์ใดต่อไปนี ถือได้ว่าวัตถุอยู่ในสภาพสมดุล

- ก. รถยนต์แล่นไปตามถนนโค้งด้วยอัตราเร็วคงที่
- ข. ลิฟต์เคลื่อนที่ขึ้นด้วยความเร็วคงที่
- ค. แท่งไม้ไถลลงตามพื้นเอียงด้วยความเร็วคงที่
- ง. รอกเดี่ยวตายตัวห่มนด้วยอัตราเร็วคงที่

คำตอบที่ถูกต้องคือ

1. ข้อ ก. และ ง. 2. ข้อ ข. และ ค. 3. ข้อ ก. และ ง. 4. ข้อ ก. และ ง.

2. (ข้อสอบ โควตา ม.ขอนแก่น) แรงสี่แรงกระทำต่อวัตถุอันหนึ่ง ทำให้วัตถุสมดุลต่อการเลื่อนตำแหน่ง

ค่ากล่าวในข้อใดต่อไปนีถูกต้องที่สุด

- 1. แรงทั้งสี่ต้องอยู่ในระนาบเดียวกัน
- 2. แนวแรงของแรงทั้งสี่ต้องพบกันที่จุด ๆ หนึ่ง
- 3. ขนาดของแรงลัพธ์ของแรงสองแรงต้องเท่ากับขนาดของแรงลัพธ์ของแรงอีกสองแรงแต่มีทิศทางตรงกันข้าม
- 4. ค่ากล่าวในข้อ 1, และ 2 และ 3 ถูกต้อง

3. (ข้อสอบ ENTRANCE) จากสถานการณ์ต่อไปนี้ ข้อความใดบ้างที่แสดงว่าวัตถุสมดุลต่อการหมุน

- ก. รอกเดี่ยวหมุนอย่างอิสระรอบแกนที่ไม่มีความเสียดทานด้วยอัตราเร็วเชิงมุมคงที่
- ข. ลูกบอลกลิ้งลงมาจากพื้นเอียงที่มีความเสียดด้วยความเร็วของจุดศูนย์กลางมวลคงที่
- ค. การผลักวัตถุให้เคลื่อนที่ไปตามพื้นราบด้วยความเร่งคงที่โดยที่วัตถุไม่พลิกคว่ำ
- ง. การผลักหน้าต่างให้เปิดออกไปด้วยความเร็วไม่คงที่

คำตอบที่ถูกต้องคือ

- 1. ก., ข. และ ง.
- 2. ก. และ ค.
- 3. ก. เท่านั้น
- 4. คำตอบเป็นอย่างอื่น

4. (ข้อสอบ ENTRANCE) จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ แล้วเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด

- ก. สำหรับผิวคู่หนึ่ง ๆ แรงเสียดทานสถิตมีค่ามากกว่าแรงเสียดทานจลน์เสมอ
- ข. วัตถุที่มีขนาด อยู่ในสภาพสมดุลอย่างสมบูรณ์เมื่อแรงลัพธ์ที่กระทำเป็นศูนย์
- ค. ถ้าแรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุมีค่าเป็นศูนย์ วัตถุจะรักษาสภาพอยู่นิ่งหรือสภาพเคลื่อนที่ด้วยความเร็วในแนวเส้นตรง เพราะวัตถุมีความเฉื่อย
- ง. วัตถุก้อนหนึ่งแขวนอยู่กับตาชั่งสปริง แรงคู่ปฏิปักษ์ของน้ำหนักของวัตถุก้อนนี้คือแรงที่ตาชั่งกระทำต่อวัตถุ

- 1. ก., ข., ค. ถูก
- 2. ข., ค., ง. ถูก
- 3. ข้อ ค. ถูก
- 4. ไม่มีข้อใดถูก

5. (ข้อสอบ โควตา ม.เชียงใหม่) ในทางฟิสิกส์ สภาพสมดุลที่สมบูรณ์ของวัตถุใด ๆ คือ

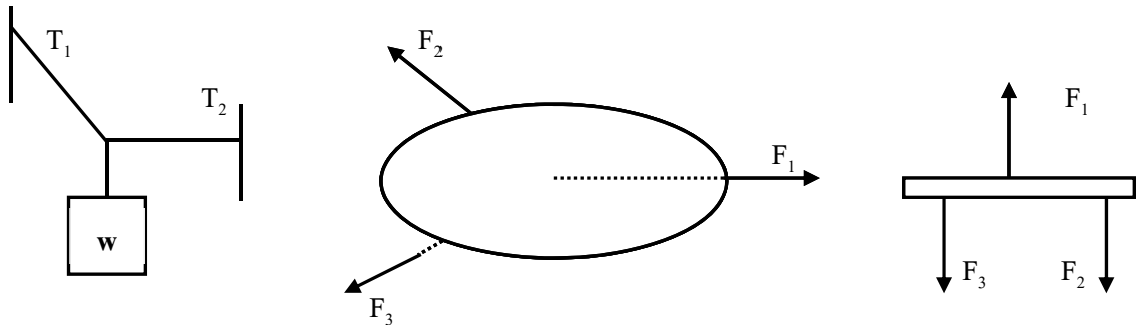
- 1. แรงลัพธ์ของแรงคู่ควบ มีค่าเป็นศูนย์ แต่ผลรวมของโมเมนต์ของแรงคู่ควบเท่ากับผลคูณของขนาดของแรงหนึ่งกับระยะตั้งฉากระหว่างแนวแรงทั้งสอง
- 2. ผลรวมของแรงต่าง ๆ ที่กระทำต่อวัตถุเป็นศูนย์ และผลรวมทางคณิตศาสตร์ของโมเมนต์เป็นศูนย์
- 3. เมื่อตำแหน่งที่ออกแรงกระทำผ่านแนวของจุดศูนย์กลางมวลของวัตถุนั้น
- 4. วัตถุนั้นจะต้องอยู่ในสภาพที่ไม่มีถูกแรงใด ๆ มากระทำเลย

กรณีมีแรงสามแรงกระทำ สามารถแบ่งได้เป็นกรณีย่อยอีกสองกรณีคือ

1. กรณีที่แรงอยู่ในแนวเดียวกัน ผลรวมของแรงที่มีทิศตรงข้ามกันต้องมีขนาดเท่ากัน
2. กรณีที่แรงไม่อยู่ในแนวเดียวกันแต่อยู่ในระนาบเดียวกัน แนวแรงทั้งสามต้องพบกันที่จุด ๆ หนึ่ง

สมดุลของแรง 3 แรง

เมื่อมีแรงกระทำต่อวัตถุ 3 แรง แล้ววัตถุสมดุลต่อการเคลื่อนที่ (อยู่นิ่งหรือเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว) ดังรูป



จากรูป ได้ว่าแรงทั้งสามต้องมีความสัมพันธ์กันดังนี้

1. แรงทั้งสามต้องพบกันที่จุดๆหนึ่งเท่านั้น หรือแรงทั้งสามขนานกันหมด
 2. แรงทั้งสามต้องอยู่ในระนาบเดียวกันเท่านั้น
 3. ผลรวมของแรงคู่ใดคู่หนึ่งต้องมีขนาดเท่ากับแรงที่สาม แต่มีทิศทางตรงกันข้าม
 4. ถ้าเขียนผลรวมแรงทั้งสามจะได้ว่า $F_1 + F_2 + F_3 = 0$ หรือ $F_1 + F_2 = -F_3$
- และถ้านำเวกเตอร์แทนแรงทั้งสามมารวมกันด้วยวิธีหางต่อหัวเวกเตอร์ จะได้เป็นรูปสามเหลี่ยมปิด

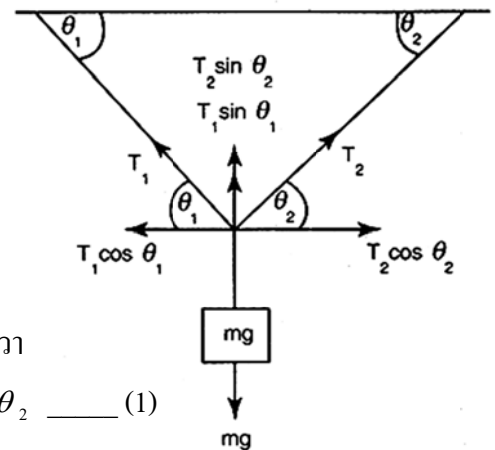
กรณีที่มีแรงมากกว่าสามแรงกระทำ จะเกิดเมื่อผลรวมของแรงทั้งหมดที่กระทำต่อวัตถุมีค่าเท่ากับศูนย์ หรือ $\Sigma F = 0$ โดยที่แรงแต่ละแรงไม่อยู่ในแนวเดียวกัน ถ้านำเวกเตอร์แทนแรงทั้งหมดมารวมกันด้วยวิธีหางต่อหัวเวกเตอร์ จะได้เป็นรูปหลายเหลี่ยมปิด

สมดุลของแรง 3 แรง

กรณีที่ 1 3 แรงตัดกันแล้ว

หลักการคิด

- 1) ให้ตั้งแกน x, y ที่จุดตัด
- 2) แดกแรงให้เข้าแกน x, y
- 3) ใช้สมการสมดุล



แรงรวมซ้าย = แรงรวมขวา

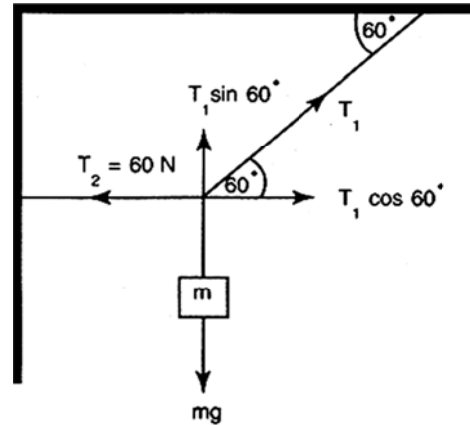
$$T_1 \cos \theta_1 = T_2 \cos \theta_2 \quad (1)$$

แรงรวมขึ้น = แรงรวมลง

$$T_1 \sin \theta_1 + T_2 \sin \theta_2 = mg \quad (2)$$

ตัวอย่างที่ 4 (ข้อสอบ ENTRANCE) แขนงวัตถุมวล m ด้วยเชือกเบา ถ้าแรงดึงในเส้นเชือกตามแนวระดับ มีขนาด 60 นิวตัน จงหาน้ำหนักของวัตถุนั้น

- 1) 30 N
- 2) $60/\sqrt{3}$ N
- 3) $60\sqrt{3}$ N
- 4) 120 N



- หลักการคิด**
- 1) ให้ตั้งแกน x, y ที่จุดตัด
 - 2) แยกแรงให้เข้าแกน x, y
 - 3) ใช้สมการสมดุล

$$\text{แรงรวมซ้าย} = \text{แรงรวมขวา}$$

$$T_2 = T_1 \cos 60^\circ$$

$$60 = T_1 \left(\frac{1}{2} \right)$$

$$T_1 = 120 \text{ นิวตัน}$$

$$\text{แรงรวมขึ้น} = \text{แรงรวมลง}$$

$$T_1 \sin 60^\circ = mg$$

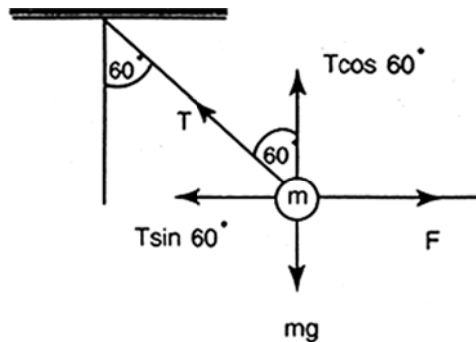
$$(120) \left[\frac{\sqrt{3}}{2} \right] = mg$$

$$mg = 60\sqrt{3} \text{ นิวตัน}$$

ตัวอย่างที่ 5 (ข้อสอบ ENTRANCE) มวล m แขนงไว้ตั้งรูป และถูกตรึงด้วยแรง F ในแนวระดับ

เมื่อ $\theta = 60^\circ$ ความตึงของเส้นเชือกจะเป็นเท่าใด

- 1) $\frac{1}{2} mg$
- 2) $\frac{\sqrt{3}}{2} mg$
- 3) $\sqrt{3} mg$
- 4) $2 mg$

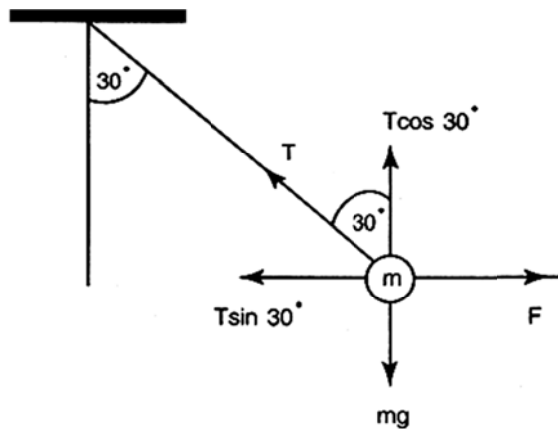


หลักการคิด

$$\begin{aligned} \text{แรงรวมขึ้น} &= \text{แรงรวมลง} \\ T \cos 60^\circ &= mg \\ T \left(\frac{1}{2} \right) &= mg \\ T &= 2mg \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 6 (ข้อสอบ ENTRANCE) มวล 1 กิโลกรัม แขนงด้วยเชือก จงหาแรงที่ดึงมวลนี้ในแนวระดับที่จะทำมุม 30° กับแนวดิ่ง

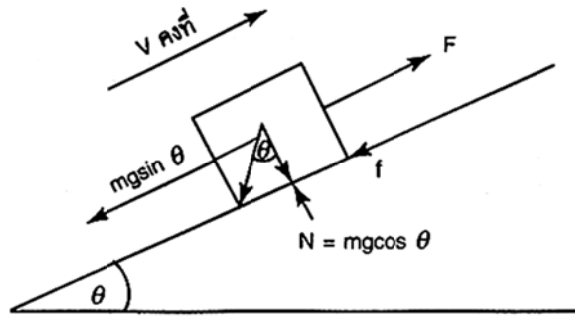
- 1) 5.0 นิวตัน 2) 5.8 นิวตัน 3) 8.6 นิวตัน 4) 9.8 นิวตัน



หลักการคิด

$$\begin{aligned} \text{แรงรวมขึ้น} &= \text{แรงรวมลง} \\ T \cos 30^\circ &= mg \\ T \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) &= (1)(10) \\ T &= \frac{20}{\sqrt{3}} \text{ นิวตัน} \\ \text{แรงรวมซ้าย} &= \text{แรงรวมขวา} \\ F &= T \sin 30^\circ \\ F &= \left(\frac{20}{\sqrt{3}} \right) \left(\frac{1}{2} \right) \\ F &= 5.8 \text{ นิวตัน} \end{aligned}$$

กรณีที่ 2 3 แรงบนพื้นเอียง

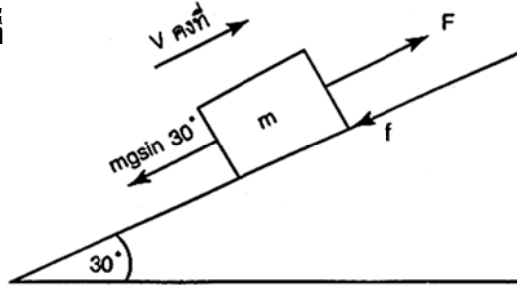


แรงรวมซ้าย = แรงรวมขวา
 $F = mgsin\theta + f$ _____ (1)
 แรงรวมขึ้น = แรงรวมลง
 $N = mgcos\theta$

แทน (2) ใน (1)

$F = mgsin\theta + f$
 $F = mgsin\theta + \mu mg cos\theta$
 $F = mg[sin\theta + \mu cos\theta]$ _____ สูตรลัด

ตัวอย่างที่ 7 แคนน้ำหนัก 10 กิโลกรัม วางบนพื้นเอียงทำมุม 30° กับแนวนอน ถ้าสัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทานระหว่างฝั่งของวัตถุกับพื้นเอียงเท่ากับ 0.2 จงหา แรงที่ดึงวัตถุให้เคลื่อนที่ขึ้นพื้นเอียงด้วยความเร็วคงที่



หลักการคิด

แรงรวมซ้าย = แรงรวมขวา
 $F = mgsin\theta + f$ _____ (1)
 แรงรวมขึ้น = แรงรวมลง
 $N = mgcos\theta$ _____ (2)

แทน (2) ใน (1)

$F = mgsin\theta + f$
 $F = mgsin\theta + \mu mg cos\theta$
 $F = (10)(10)\left(\frac{1}{2}\right) + (0.2)(10)(10)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
 $F = 67.32$ นิวตัน

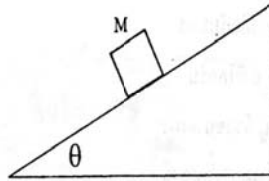
แบบฝึกทบทวนบทที่ 4 ครั้งที่ 2

1. (มข.50) วางวัตถุมวล 2 กิโลกรัมบนพื้นเอียงลื่น และพื้นเอียงทำมุม $\tan \theta = \frac{3}{4}$ กับแนวระดับจะต้องออกแรงที่ขนานกับพื้นเอียงกี่นิวตันกระทำต่อวัตถุ เพื่อให้วัตถุยังคงอยู่นิ่งได้ (กำหนดให้ $g = 10 \text{ m/s}^2$)

1. 10 นิวตัน 2. 12 นิวตัน 3. 15 นิวตัน 4. 16 นิวตัน

2. (มข.51) วางมวล M ขนาด 10 กิโลกรัม บนพื้นเอียงที่มีค่าสัมประสิทธิ์ของความเสียดทานคงที่เท่ากับ 0.5 จะต้องออกแรงขนานกับพื้นเอียงกี่นิวตัน กระทำต่อมวล M และทิศอย่างไร เพื่อให้มวล M อยู่นิ่งกับที่ กำหนดให้ $\tan \theta = \frac{4}{3}$ และ $g = 10 \text{ m/s}^2$

1. 50 นิวตัน ชี้ขึ้น
2. 50 นิวตัน ชี้ลง
3. 120 นิวตัน ชี้ขึ้น
4. 120 นิวตัน ชี้ลง

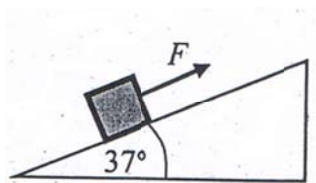


3. (มข.53) วางกล่องบนพื้นเอียงซึ่งทำมุม θ กับแนวระดับทำให้กล่องไถลลงด้วยความเร่ง ถ้าวัดความเร่งของกล่องได้เท่ากับ $5/4$ เมตร/(วินาที)² สัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ระหว่างกล่องกับพื้นเอียงเป็นเท่าใด กำหนดให้ $\sin \theta = 3/5$, $\cos \theta = 4/5$

1. 19/32 2. 10/16 3. 21/32 4. 11/16

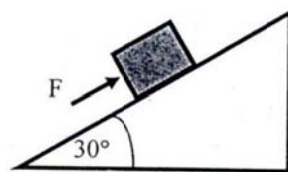
4. (มข.54) วัตถุมวล 5 กิโลกรัม วางอยู่บนพื้นเอียง ทำมุม 37° กับแนวระดับดังรูป ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ระหว่างวัตถุกับพื้นเท่ากับ 0.25 จงหาขนาดของแรง F ที่ใช้ดึงวัตถุให้เคลื่อนที่ขึ้นด้วยความเร็วคงตัว (กำหนดให้ $\sin 37^\circ = 3/5$ และ $\cos 37^\circ = 4/5$)

1. 10 นิวตัน
2. 30 นิวตัน
3. 40 นิวตัน
4. 50 นิวตัน

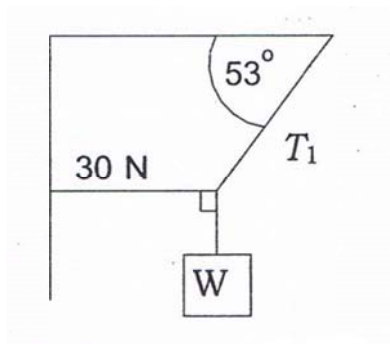


5. ออกแรงขนาด F ขนานกับพื้นเอียง 30 องศา ผลักกล่องมวล 10.0 กิโลกรัม ดังรูป ถ้าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานระหว่างกล่องและพื้นเอียงเท่ากับ 0.4 จงหาว่าขนาดของแรง F ในข้อใดที่ทำให้กล่องไม่เคลื่อนที่ (กำหนดให้ $g = 10$ เมตรต่อวินาที²) (มข.58)

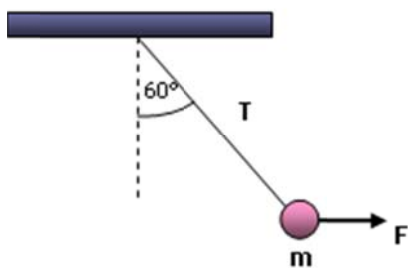
1. 10 นิวตัน
2. 14 นิวตัน
3. 80 นิวตัน
4. 87 นิวตัน



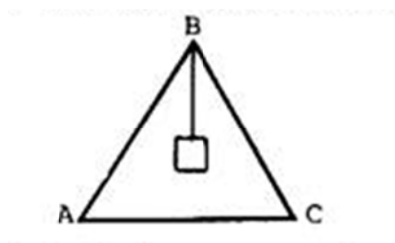
6. วัตถุหนัก W แขวนไว้ด้วยเชือกดั่งรูป ถ้าแรงดึงในเส้นเชือกตามแนวระดับเป็น 30 นิวตัน จงหา น้ำหนักของ W



7. มวล m แขวนไว้ดั่งรูป และถูกตรึงไว้ด้วยแรง F ในแนวระดับ เมื่อ $\theta = 60^\circ$ ความตึงของเส้นเชือกจะเป็นเท่าใด



8. กรอบไม้สามเหลี่ยมด้านเท่า ABC ขาวด้านละ 2 เมตร แขวนรูปภาพไว้ภายในดังในรูป รูปภาพหนัก 20 นิวตัน จงหาแรงที่กระทำด้าน AB หรือ BC เนื่องจากรูปที่แขวน



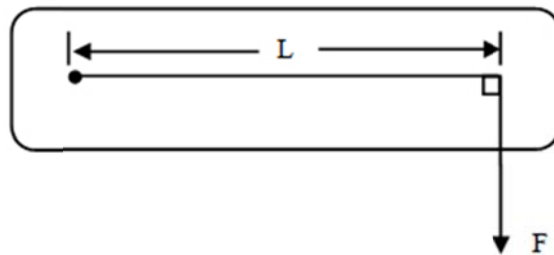
4.4 สมดุลต่อการหมุน

สมดุลต่อการหมุน (rotation equilibrium) คือวัตถุที่ไม่มีการหมุน หรือ หมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมคงตัว

4.4.1 โมเมนต์ของแรง (moment of forces) เมื่อมีแรงกระทำต่อวัตถุ นอกจากจะทำให้วัตถุเกิดการเคลื่อนที่ตำแหน่งแล้ว บางครั้งยังทำให้วัตถุเกิดการหมุนด้วยโดยผลหมุนของวัตถุจะเรียกว่า โมเมนต์ (moment) หรือ ทอร์ก (torque) โดยหาได้จาก

โมเมนต์ของแรง = แรง \times ระยะทางที่ลากจากหมุนไปตั้งฉากกับแนวแรง

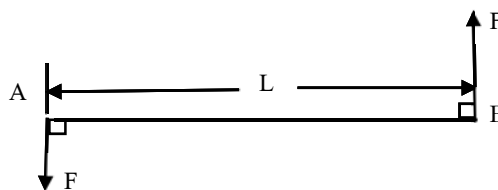
$$\text{หรือ } M = F \times L$$



โมเมนต์เป็นปริมาณเวกเตอร์ เพื่อความสะดวกและง่ายในการคำนวณจึงคิดเฉพาะขนาดของโมเมนต์ของแรงกับทิศทางตามเข็มนาฬิกาหรือทวนเข็มนาฬิกา

4.4.2 โมเมนต์ของแรงคู่ควบ

แรงคู่ควบ เป็นแรงสองแรงที่มีขนาดเท่ากัน แนวแรงขนานกัน แต่มีทิศทางตรงข้าม ถ้ามีแรงคู่ควบหนึ่งคู่กระทำต่อวัตถุ จะทำให้เกิด**โมเมนต์ของแรงคู่ควบ**ที่มีค่าไม่เป็นศูนย์ วัตถุจึงไม่อยู่ในสมดุลต่อการหมุน แต่วัตถุจะอยู่ในสมดุลต่อการเคลื่อนที่ เนื่องจากแรงลัพธ์มีค่าเป็นศูนย์



เงื่อนไขสมดุลต่อการหมุน ถ้าวัตถุอยู่ในสภาพสมดุลต่อการหมุนจะได้ “ผลรวมทางพีชคณิตของโมเมนต์รอบจุดหมุนหนึ่งมีค่าเป็นศูนย์” ซึ่งเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$\sum M = 0$$

หรือผลรวมของโมเมนต์ ตามเข็มนาฬิกา = ผลรวมของโมเมนต์ทวนเข็มนาฬิกา

$$\sum M_{\text{ตาม}} = \sum M_{\text{ทวน}}$$

แบบฝึกทบทวนบทที่ 4 ครั้งที่ 3

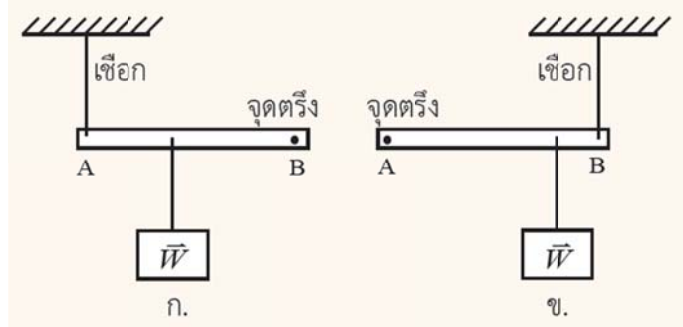
1. วัตถุจะอยู่ในสมดุลต่อการหมุน ต้องมีเงื่อนไขอะไรบ้าง

.....

.....

2. ก. น้ำหนัก \bar{W} ทำให้คาน AB ในแต่ละรูปมีการหมุนรอบจุดตรึงอย่างไร เมื่อตัดเส้นเชือกให้ขาด

ข. ในรูปใด โมเมนต์ของแรงเนื่องจากน้ำหนัก \bar{W} รอบจุดตรึงมีค่ามากกว่า

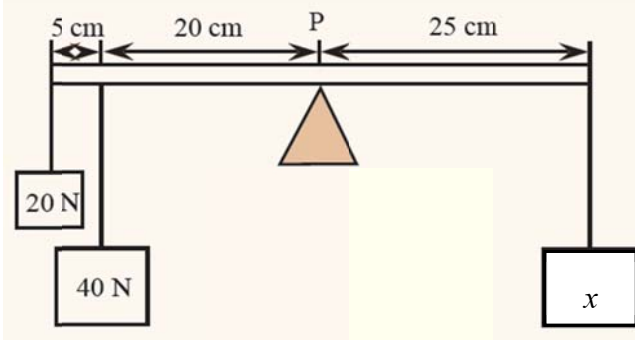


.....

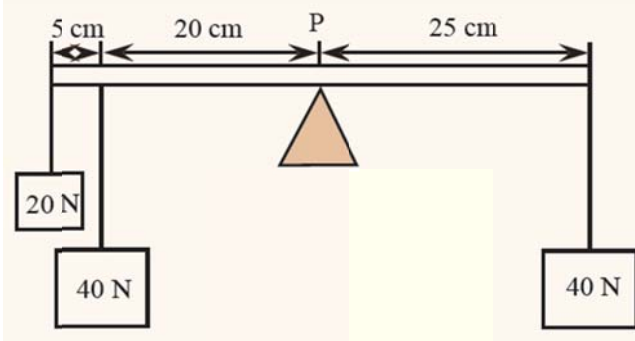
.....

.....

3. คานสม่ำเสมอยาว 50 เซนติเมตร มีไม้หมอนหนุนไว้ที่จุดกึ่งกลางคาน P และมีน้ำหนักแขวนไว้ที่ต่าง ๆ ดังรูป ถ้าต้องการให้คานวางตัวตามแนวระดับ วัตถุ x มีน้ำหนักเท่าใด



4. คานสม่ำเสมอยาว 50 เซนติเมตร มีไม้หมอนหนุนไว้ที่จุดกึ่งกลางคาน P และมีน้ำหนักแขวนไว้ที่ต่าง ๆ ดังรูป ถ้าต้องการให้คานวางตัวตามแนวระดับ จะต้องแขวนมวลหนัก 50 นิวตัน ที่ตำแหน่งใด



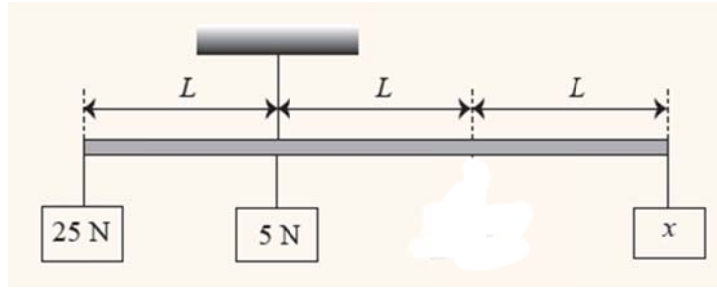
.....

.....

.....

.....

5. คานเบายาว $3L$ มีเชือกผูกห่างจากปลายด้านซ้ายเป็นระยะ L และมีวัตถุ 3 ก้อนที่มีน้ำหนักต่างกันแขวนที่ตำแหน่งต่าง ๆ ทำให้ไม้คานวางตัวในแนวระดับ ดังรูป วัตถุ x มีน้ำหนักเท่าใด



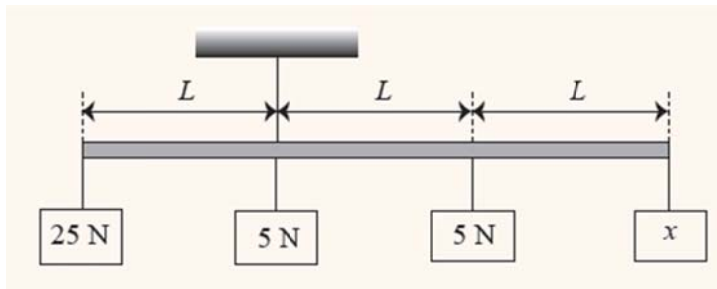
.....

.....

.....

.....

6. คานเบายาว $3L$ มีเชือกผูกห่างจากปลายด้านซ้ายเป็นระยะ L และมีวัตถุ 4 ก้อนที่มีน้ำหนักต่างกันแขวนที่ตำแหน่งต่าง ๆ ทำให้ไม้คานวางตัวในแนวระดับ ดังรูป วัตถุ x มีน้ำหนักเท่าใด



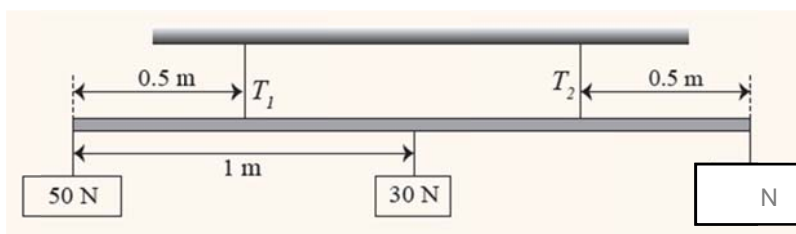
.....

.....

.....

.....

7. แท่งไม้เบายาว 2.0 เมตร มีเชือก 2 เส้นผูกไว้และมีน้ำหนักแขวนไว้ที่ตำแหน่งต่าง ๆ ทำให้แท่งไม้วางตัวในแนวระดับ ดังรูป แรงดึงเชือก T_2 และแรงดึงเชือก T_1 มีค่าเท่าใด



.....

.....

.....

.....

.....

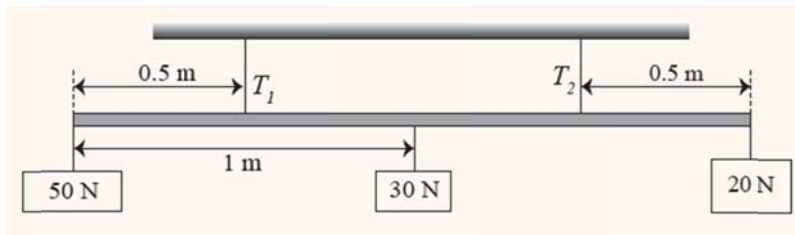
.....

.....

.....

.....

8. แท่งไม้ยาว 2.0 เมตร มีเชือก 2 เส้นผูกไว้และมีน้ำหนักแขวนไว้ที่ตำแหน่งต่าง ๆ ทำให้แท่งไม้วางตัวในแนวระดับ ดังรูป แรงดึงเชือก T_1 เป็นกี่เท่าของ T_2



.....

.....

.....

.....

.....

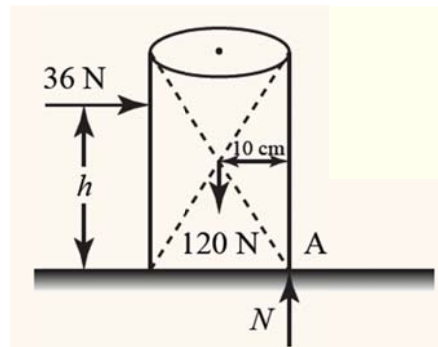
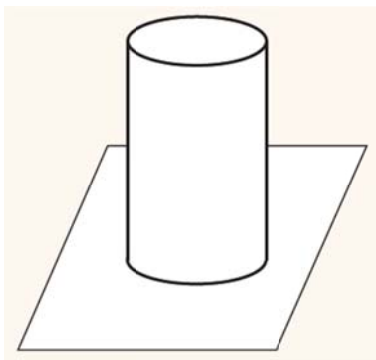
.....

.....

.....

.....

9. ถังรูปทรงกระบอกเส้นผ่านศูนย์กลาง 20 เซนติเมตร สูง 40 เซนติเมตรหนัก 120 นิวตัน วางบนพื้นราบ ใช้แรง 36 นิวตัน กระทำในแนวระดับ ทำให้ถังเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว โดยไม่ล้ม แรงที่ใช้ต้องอยู่สูงจากพื้นไม่เกินเท่าใด



.....

.....

.....

.....

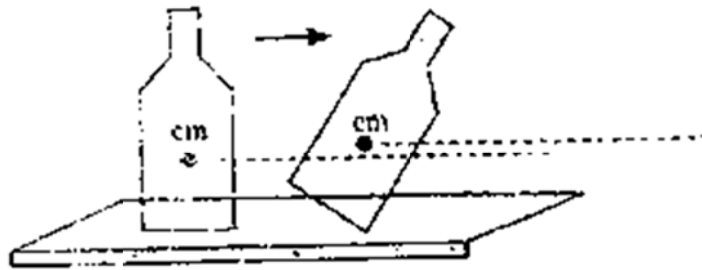
.....

.....

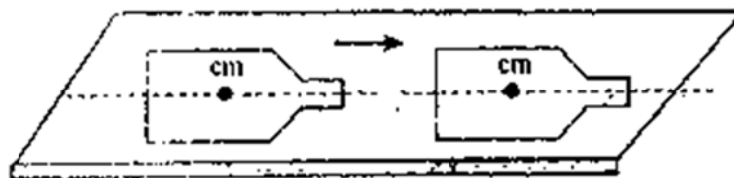
.....

4.5 เสถียรภาพของวัตถุ

4.1 สมดุลเสถียร คือการวางตัวของวัตถุ เมื่อถูกแรงกระทำจะทำให้จุดศูนย์กลางมวล (cm) จะอยู่ในระดับสูงขึ้นกว่าเดิม



4.2 สมดุลสะเทิน คือการวางตัวของวัตถุเมื่อถูกแรงกระทำจะทำให้จุดศูนย์กลางมวลอยู่สูงจากพื้นเท่าเดิม



4.3 สมดุลไม่เสถียร คือการวางตัวของวัตถุเมื่อถูกแรงกระทำจะทำให้จุดศูนย์กลางมวลอยู่ต่ำกว่าระดับเดิม

