

บทที่ 6 โมเมนตัมและการชน

6.1 โมเมนตัม

โมเมนตัม หมายถึง ปริมาณการเคลื่อนที่ของวัตถุที่พยายามทำให้วัตถุเคลื่อนที่ต่อไป ซึ่งหาได้จากผลคูณของมวลกับความเร็ว เขียนสมการได้คือ

โมเมนตัม = มวล \times ความเร็ว

$$\vec{P} = m\vec{v} \dots\dots\dots(6.1)$$

เมื่อ \vec{P} แทน โมเมนตัม หน่วยเป็น kg.m/s (N.s)

m แทน มวลของวัตถุ หน่วยเป็น kg

v แทน ความเร็วของวัตถุ หน่วยเป็น m/s

ข้อควรจำ

1. โมเมนตัมเป็นปริมาณเวกเตอร์ คือมีทั้งขนาดและทิศทาง
2. โมเมนตัมขณะใด ๆ ของวัตถุจะมีทิศทางเดียวกับความเร็วเสมอ
3. ขนาดของโมเมนตัมเท่ากับ mv เมื่อ v เป็นขนาดของความเร็ว

ตัวอย่างที่ 1

รถคันหนึ่งมีมวล 1 ตัน วิ่งไปด้วยความเร็ว 40 เมตรต่อวินาที จงหาว่ารถคันนี้มีโมเมนตัมเท่าไร

ตัวอย่างที่ 2

รถคันหนึ่งมีมวล 2 ตัน วิ่งไปด้วยความเร็ว 72 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จงหาว่ารถคันนี้มีโมเมนตัมเท่าไร

ตัวอย่างที่ 3

รถคันหนึ่งมีมวล 80 กิโลกรัม วิ่งไปด้วยความเร็ว 144 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จงหาว่ารถคันนี้มีโมเมนตัมเท่าไร

6.2 แรงและการเปลี่ยนโมเมนตัม

จากกฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 2 ของนิวตัน ที่ว่า “ความเร่งของวัตถุเป็นปฏิภาคโดยตรงกับแรงลัพธ์ที่กระทำ และเป็นปฏิภาคผกผันกับมวลของวัตถุ” จะได้ว่า

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad \text{แต่} \quad \vec{a} = \frac{\vec{v}-\vec{u}}{\Delta t}$$

$$\therefore \vec{F} = m\frac{\vec{v}-\vec{u}}{\Delta t}$$

$$\vec{F} = \frac{m\vec{v}-m\vec{u}}{\Delta t} \dots\dots\dots (6.2)$$

- เมื่อ \vec{F} แทน แรงลัพธ์ที่คงตัวกระทำต่อวัตถุมวล m
- $m\vec{u}$ แทน โมเมนตัมของวัตถุก่อนออกแรงกระทำ
- $m\vec{v}$ แทน โมเมนตัมของวัตถุภายหลังจากที่ถูกแรงกระทำ
- $m\vec{v} - m\vec{u}$ แทน โมเมนตัมของวัตถุที่เปลี่ยนไป
- $\frac{m\vec{v}-m\vec{u}}{\Delta t}$ แทน โมเมนตัมที่เปลี่ยนไปในหนึ่งหน่วยเวลา (อัตราการเปลี่ยนโมเมนตัม)

ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า “แรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุจะเท่ากับอัตราการเปลี่ยนโมเมนตัมของวัตถุนั้น”

ตัวอย่างที่ 4 วัตถุมวล 5 กิโลกรัม ถูกแรงกระทำให้ความเร็วเปลี่ยนจาก 6 เมตรต่อวินาทีเป็น 18 เมตรต่อวินาที จงหา

- ก. ถ้าช่วงเวลาที่ใช้กระทำต่อวัตถุเท่ากับ 1 วินาที แรงที่กระทำต่อวัตถุมีค่าเท่าไร
- ข. ถ้าช่วงเวลาที่ใช้แรงกระทำต่อวัตถุเท่ากับ 3 วินาที แรงที่กระทำต่อวัตถุมีค่าเท่าไร

ตัวอย่างที่ 5 วัตถุมวล 10 กิโลกรัม ถูกแรงกระทำให้ความเร็วเปลี่ยนจาก 12 เมตรต่อวินาทีเป็น 17 เมตรต่อวินาที จงหา

- ก. ถ้าช่วงเวลาที่ใช้กระทำต่อวัตถุเท่ากับ 2 วินาที แรงที่กระทำต่อวัตถุมีค่าเท่าไร
- ข. ถ้าช่วงเวลาที่ใช้แรงกระทำต่อวัตถุเท่ากับ 5 วินาที แรงที่กระทำต่อวัตถุมีค่าเท่าไร

6.3 การดลและแรงดล (Impulse and Impulsive Force)

การดล (\vec{I}) คือผลการกระทำของแรงอย่างต่อเนื่องในช่วงเวลาใด ๆ มีค่าเท่ากับผลคูณของแรงกับระยะเวลาที่แรงกระทำต่อวัตถุนั้น

ถ้าแรง \vec{F} กระทำต่อวัตถุในช่วงเวลา Δt

$$\text{การดล } (\vec{I}) = \vec{F} \cdot \Delta t$$

$$\text{จากกฎข้อที่ 2 ของนิวตัน } \vec{F} = m\vec{a} = m \frac{\vec{v}-\vec{u}}{\Delta t} = \frac{m\vec{v}-m\vec{u}}{\Delta t}$$

$$\therefore \vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t = m\vec{v} - m\vec{u} \dots\dots\dots (6.3)$$

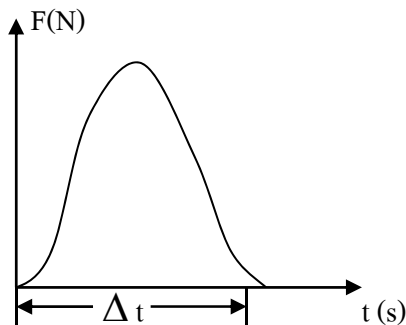
$$\therefore \vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t = m\vec{v} - m\vec{u} \quad \text{โมเมนตัมที่เปลี่ยนไป}$$

การดลเป็นปริมาณเวกเตอร์ที่มีทิศเดียวกับแรง \vec{P} และมีหน่วยเช่นเดียวกับหน่วยของโมเมนตัม คือ กิโลกรัม.เมตร/วินาที

ถ้าให้การดลแก่วัตถุโดยขนาดของแรงไม่คงที่ในช่วงเวลาที่ให้แรง การดลทั้งหมดคือผลรวมของเวกเตอร์ของการดลของแรงย่อย ๆ ที่คงที่เฉพาะช่วงเวลาหนึ่ง เช่น ถ้าให้แรง \vec{F}_1 ในเวลา Δt_1 ต่อมาเปลี่ยนเป็นแรง \vec{F}_2 ในช่วงเวลา Δt_2 การดลทั้งหมดในเวลา $\Delta t_1 + \Delta t_2 = \vec{F}_1 \Delta t_1 + \vec{F}_2 \Delta t_2$

พื้นที่ใต้กราฟของ \vec{F} กับ Δt คือ ค่าของการดลหรือค่าของโมเมนตัมที่เปลี่ยนไป

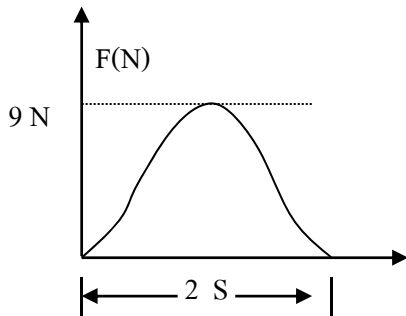
ขณะเล่นปิงปอง ไม้ตีปิงปองจะออกแรงกระทำต่อลูกปิงปองขนาดของแรงไม่คงที่คือจะเพิ่มขึ้นหรือลดลงดังกราฟ



จากกราฟ ถ้าหาพื้นที่ใต้กราฟ พื้นที่ใต้กราฟ จะมีหน่วยเป็นกิโลกรัม เมตรต่อวินาที หรือ นิวตันต่อวินาที ซึ่งเป็นหน่วยของการดล เพราะฉะนั้น พื้นที่ใต้กราฟระหว่างแรงกับเวลา คือ การดล นั่นเอง

แรงดล (\vec{F}) คือ แรงที่กระทำต่อวัตถุในช่วงเวลาสั้น ๆ แรงดลเป็นแรงธรรมดาแบบแรงทั่ว ๆ ไปแต่เรียกชื่อเสียใหม่ว่า แรงดล เพราะเป็นแรงที่เกิดในช่วงเวลาสั้น ๆ ได้แก่แรงที่เกิดการกระทบกันอย่างรวดเร็ว เช่น การตอกตะปู แรงดลมีค่าเท่ากับโมเมนตัมที่เปลี่ยนไปในช่วงเวลาสั้น ๆ แรงดลมีค่าไม่คงที่ดังนั้นแรงดลที่เกิดขึ้นจึงมีค่าเฉลี่ยเสมอ

ตัวอย่างที่ 6 กราฟของแรงที่ไม้ตีกระทำกับลูกปิงปองเป็นดังรูป จงหาแรงเฉลี่ยที่ไม้กระทำต่อลูกปิงปองถ้าพื้นที่ใต้กราฟเท่ากับ 10 นิวตัน . วินาที



ตัวอย่างที่ 7 ลูกปิงมวล 30 กรัม ออกจากกระบอกปืนด้วยความเร็ว 1800 กิโลเมตรต่อชั่วโมง วิ่งเข้าไปในท่อนไม้และหยุดนิ่งในเวลา 0.2 วินาที แรงเฉลี่ยที่ท่อนไม้กระทำต่อลูกปิงในชวงนี้มีค่าเท่าใด

ตัวอย่างที่ 8 ลูกปิงมวล 20 กรัม ออกจากกระบอกปืนด้วยความเร็ว 500 เมตร / วินาที วิ่งเข้าไปในท่อนไม้และหยุดนิ่ง ในเวลา 0.2 วินาที แรงเฉลี่ยที่ท่อนไม้กระทำต่อลูกปิงในชวงนี้มีค่าเท่าใด

ตัวอย่างที่ 9 ลูกปิงมวล 40 กรัม ออกจากกระบอกปืนด้วยความเร็ว 500 เมตร / วินาที วิ่งเข้าไปในท่อนไม้และหยุดนิ่ง ในเวลา 0.1 วินาที แรงเฉลี่ยที่ท่อนไม้กระทำต่อลูกปิงในชวงนี้มีค่าเท่าใด

ตัวอย่างที่ 10 มวล 8 กิโลกรัม ขณะเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 1 เมตร / วินาที ถูกแรงคงที่ 5 นิวตัน กระทำนานเท่าใดจึงจะหยุดวัตถุนี้ได้

ตัวอย่างที่ 11 มวล 9 กิโลกรัม ขณะเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 1 เมตร / วินาที ถูกแรงคงที่ 10 นิวตัน กระทำนานเท่าใดจึงจะหยุดวัตถุนี้ได้

ตัวอย่างที่ 12 ลูกปืนมวล 2×10^{-2} กิโลกรัม ออกจากปลายกระบอกปืนด้วยความเร็ว 500 เมตร / วินาที วิ่งเข้าไปในท่อนไม้และหยุดนิ่งในเวลา 0.2 วินาที แรงเฉลี่ยที่ท่อนไม้กระทำต่อลูกปืนเป็นเท่าใด

ตัวอย่างที่ 13 ปล่อยวัตถุมวล 100 กรัม ให้ตกจากที่สูง 20 เมตร โมเมนตัมของวัตถุขณะที่ชนพื้นเป็นเท่าใด

ตัวอย่างที่ 14 ปล่อยวัตถุมวล 200 กรัม ให้ตกจากที่สูง 50 เมตร โมเมนตัมของวัตถุขณะที่ชนพื้นเป็นเท่าใด

6.4 การชน

การชนกันของวัตถุ (มวลวิ่งไปชนมวล) จะเป็นไปตามหลักคงที่ของโมเมนตัม (กฎอนุรักษ์โมเมนตัม คือผลรวมโมเมนตัมของระบบมีค่าคงตัว)

การชนในแนวตรง (จุดศูนย์กลางตรงกัน) แบ่งเป็น

1. การชนแบบยืดหยุ่น (ไม่สูญเสียพลังงาน) ผลของการชนจะเป็นไปตามกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม และกฎการอนุรักษ์พลังงาน ดังนี้คือ

1.1 ผลรวมของโมเมนตัมของระบบมีค่าคงตัว

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2 \dots\dots\dots (6.4)$$

1.2 ผลรวมพลังงานของระบบมีค่าคงตัว

$$\frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \dots\dots\dots (6.5)$$

จากสูตรสมการทั้ง 2 เขียนเป็นสูตรคำนวณใหม่ได้ดังนี้

$$u_1 + v_1 = u_2 + v_2 \dots\dots\dots (6.6)$$

หรือ $u_1 - u_2 = v_2 - v_1 \dots\dots\dots (6.7)$

2. การชนแบบไม่ยืดหยุ่น

การชนแบบไม่ยืดหยุ่น (สูญเสียพลังงาน) ผลของการชนจะเป็นไปตามกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม แต่ไม่เป็นไปตามกฎการอนุรักษ์พลังงาน สรุปได้ดังนี้ คือ

2.1 ผลรวมโมเมนตัมของระบบคงตัว

$$\sum P \text{ ก่อนชน} = \sum P \text{ หลังชน}$$

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2 \quad (\text{ชนแล้วแยก}) \dots\dots\dots(6.8)$$

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = (m_1 + m_2) v \quad (\text{ชนแล้วติดกันไป}) \dots\dots\dots(6.9)$$

2.2 ผลรวมพลังงานของระบบมีค่าไม่คงตัว

จากสมการ 10.7 $v_2 - v_1$ คือ ความเร็วในการแยกออกจากกัน

$u_1 - u_2$ คือ ความเร็วในการเข้าหากัน

อัตราส่วนระหว่างความเร็วในการแยกออกจากกันและความเร็วในการเข้าหากัน เรียกว่า สัมประสิทธิ์ของการยืดหยุ่น (coefficient of restitution, e)

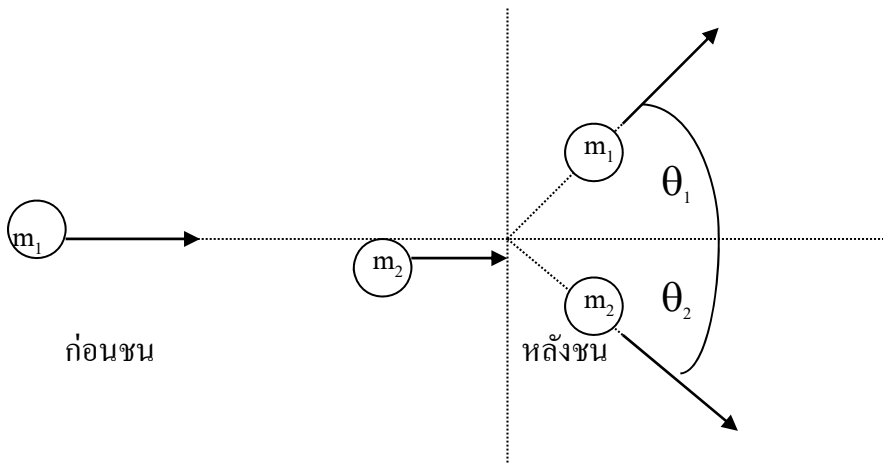
จะได้
$$e = \frac{v_2 - v_1}{u_1 - u_2} \dots\dots\dots (6.10)$$

(โดยทั่วไป $e > 0$ และ $e < 1$)

(ค่าของ e $0 \leq e \leq 1$)

การชนในสองมิติ

การชนในสองมิติ คือ หลังจากการชนของวัตถุทั้งสอง วัตถุจะเคลื่อนที่แยกจากกันในแนวที่ทำมุมกัน การที่วัตถุเคลื่อนที่ทำมุมกันภายหลังการชนเนื่องจาก การเคลื่อนที่ของศูนย์กลางมวลของวัตถุที่เคลื่อนที่เข้าหาศูนย์กลางมวลของวัตถุที่ถูกชนตั้งรูป



ขั้นตอนการพิจารณา

1. พิจารณาตามแนวแกน X จากกฎอนุรักษ์โมเมนตัมจะได้ว่า

$$\sum P \text{ ก่อนชน} = \sum P \text{ หลังชน}$$

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 \cos \theta_1 + m_2 v_2 \cos \theta_2 \dots\dots\dots (6.11)$$

2. พิจารณาตามแนวแกน Y จากกฎอนุรักษ์โมเมนตัมจะได้ว่า

$$\sum P \text{ ก่อนชน} = \sum P \text{ หลังชน}$$

$$0 + 0 = m_1 v_1 \sin \theta_1 - m_2 v_2 \sin \theta_2$$

$$m_1 v_1 \sin \theta_1 = m_2 v_2 \sin \theta_2 \dots\dots\dots (6.12)$$

การชนในสองมิติมีทั้งการชนแบบยืดหยุ่นและการชนแบบไม่ยืดหยุ่น ผลรวมของโมเมนตัมของระบบและผลรวมของพลังงานจลน์ของระบบก่อนการชนและหลังการชน มีผลเช่นเดียวกับการชนในหนึ่งมิติ

ตัวอย่างที่ 15 มวล 2 และ 1 กิโลกรัม มีความเร็ว 4 และ 1 เมตรต่อวินาที วิ่งตามกันเป็นในแนวเส้นตรงเดียวกันโดยมวล 1 กิโลกรัม อยู่หน้า จงหาความเร็วหลังชนของมวลทั้งสองถ้าเป็นการชนแบบไม่ยืดหยุ่นโดยสมบูรณ์ ถ้าเป็นการชนแบบยืดหยุ่น ความเร็วหลังชนของมวล 1 กิโลกรัม มีค่ากี่เมตร / วินาที

ตัวอย่างที่ 16 รถมวล 40 กิโลกรัม มีความเร็ว 20 เมตร / วินาที เข้าชนมวล 60 กิโลกรัม ที่จอดนิ่งหลังชนทั้งสองติดกัน อยากทราบว่าหลังชนรถมีความเร็วเป็นเท่าไร

ตัวอย่างที่ 17 รถมวล 60 กิโลกรัม มีความเร็ว 30 เมตร/วินาที เข้าชนมวล 90 กิโลกรัม ที่จอดนิ่งหลังชนทั้งสองติดกัน อยากทราบว่าหลังชนรถมีความเร็วเป็นเท่าไร

ตัวอย่างที่ 18 ยิงลูกปืนมวล 10 กรัม ชนกล่องมวล 1 กิโลกรัมที่อยู่นิ่งลูกปืนเข้าชนด้วยความเร็ว 1,000 เมตร/วินาที กล่องจะเคลื่อนที่ด้วยความเร็วเท่าไร

ตัวอย่างที่ 19 ยิงลูกปืนมวล 10 กรัม ชนกล่องมวล 2 กิโลกรัมที่อยู่นิ่งลูกปืนเข้าชนด้วยความเร็ว 800 เมตร/วินาที กล่องจะเคลื่อนที่ด้วยความเร็วเท่าไร

ตัวอย่างที่ 20 กระสุนปืนมวล 20 กรัม และมีความเร็ว 4,020 เซนติเมตรต่อวินาที ในแนวระดับ พุ่งเข้าชนแท่งไม้ซึ่งวางอยู่นิ่ง ๆ บนโต๊ะที่ปราศจากความเสียดทานและฝังอยู่ในแท่งไม้ ถ้าไม้มีมวล 4 กิโลกรัม ความเร็วของแท่งไม้หลังถูกชนเป็นเท่าไร

ตัวอย่างที่ 21 กระสุนปืนมวล 40 กรัม และมีความเร็ว 4,000 เซนติเมตรต่อวินาที ในแนวระดับ พุ่งเข้าชนแท่งไม้ซึ่งวางอยู่นิ่ง ๆ บนโต๊ะที่ปราศจากความเสียดทานและฝังอยู่ในแท่งไม้ ถ้าไม้มีมวล 8 กิโลกรัม ความเร็วของแท่งไม้หลังถูกชนเป็นเท่าไร

ตัวอย่างที่ 22 ลูกปืนมวล 3 กรัม มีความเร็ว 700 เมตรต่อวินาที วิ่งทะลุแผ่นแท่งไม้มวล 600 กรัม เกิดการดลทำให้แท่งไม้มีความเร็ว 2 เมตรต่อวินาที จงหาความเร็วของลูกปืนหลังทะลุผ่าน

ตัวอย่างที่ 23 ลูกปืนมวล 2 กรัม มีความเร็ว 800 เมตรต่อวินาที วิ่งทะลุแผ่นแท่งไม้มวล 500 กรัม เกิดการลทำให้แท่งไม้มีความเร็ว 4 เมตรต่อวินาที จงหาความเร็วของลูกปืนหลังทะลุผ่าน

ตัวอย่างที่ 24 ลูกกลมเหล็ก ก. และ ข. มวลเท่ากัน ลูกกลม ก. วิ่งเข้าชนลูกกลม ข. ซึ่งอยู่นิ่ง ในแนวที่ไม่ผ่านจุดศูนย์กลางมวล ทำให้ลูกกลม ก. กระเด็นเบี่ยงไปจากแนวเดิมทำมุม 30 องศา ถ้าลูกกลม ก. ก่อนเข้าชนมีความเร็ว 6 เมตรต่อวินาที และการชนนี้เป็นการชนแบบยืดหยุ่นสมบูรณ์ หลังจากชนแล้วลูกกลม ก. และ ข. จะมีขนาดความเร็วเท่าไร

ตัวอย่างที่ 25 ลูกกลมเหล็ก ก. และ ข. มวลเท่ากัน ลูกกลม ก. วิ่งเข้าชนลูกกลม ข. ซึ่งอยู่นิ่ง ในแนวที่ไม่ผ่านจุดศูนย์กลางมวล ทำให้ลูกกลม ก. กระเด็นเบี่ยงไปจากแนวเดิมทำมุม 30 องศา ถ้าลูกกลม ก. ก่อนเข้าชนมีความเร็ว 5 เมตรต่อวินาที และการชนนี้เป็นการชนแบบยืดหยุ่นสมบูรณ์ หลังจากชนแล้วลูกกลม ก. และ ข. จะมีขนาดความเร็วเท่าไร

ตัวอย่างที่ 26 ลูกบาสเกตบอลมวล 400 กรัม ขณะกระทบพื้นในแนวตั้ง มีความเร็ว 5 เมตรต่อวินาที ถ้าสูญเสียพลังงานจลน์ขณะกระทบพื้น 20 เปอร์เซ็นต์ ลูกบาสเกตบอลจะกระดอนขึ้นได้สูงเท่าไร

ตัวอย่างที่ 27 ยิงลูกปืนมวล 10 กรัม ในแนวระดับ ด้วยความเร็ว 1,000 เมตรต่อวินาที เข้าไปฝังในเป่ามวล 5 กิโลกรัมซึ่งผูกเชือกแขวนไว้ในแนวดิ่ง เป่าจะแกว่งขึ้นไปสูงกว่าตำแหน่งเดิมเท่าใด

ตัวอย่างที่ 28 ยิงลูกปืนมวล 5 กรัม ในแนวระดับ ด้วยความเร็ว 1,200 เมตรต่อวินาที เข้าไปฝังในเป่ามวล 6 กิโลกรัมซึ่งผูกเชือกแขวนไว้ในแนวดิ่ง เป่าจะแกว่งขึ้นไปสูงกว่าตำแหน่งเดิมเท่าใด

ตัวอย่างที่ 29 ลูกปืนมวล 4 กรัม มีความเร็ว 1,000 เมตรต่อวินาที ยิงทะลุแผ่นไม้หนัก 800 กรัม ที่ห้อยแขวนไว้ด้วยเชือกยาว หลังจากทะลุแผ่นไม้ลูกปืนมีความเร็ว 400 เมตรต่อวินาที จงหาว่าแท่งไม้จะแกว่งขึ้นไปสูงจากจุดหยุดนิ่งเท่าใด

ตัวอย่างที่ 30 ช่างไม้ใช้ฆ้อนมวล 200 กรัม ตีตะปูมวล 2 กรัมในแนวราบด้วยความเร็วของฆ้อนก่อนกระทบตะปูเป็น 10 เมตรต่อวินาที และฆ้อนไม่กระดอนจาก หัวตะปู ถ้าเนื้อไม้มีแรงต้านเฉลี่ย 1,000 นิวตัน ตะปูจะลึกลงเข้าไปในเนื้อไม้เท่าใด