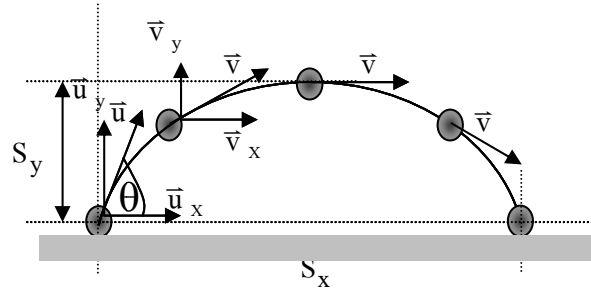


บทที่ 7 การเคลื่อนที่แนวโค้ง

7.1 การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์

การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ คือ การเคลื่อนที่ของวัตถุที่เป็นเส้นโค้งพาราโบลา ซึ่งประกอบด้วย การเคลื่อนที่สองแนวตั้งฉากกันและเกิดขึ้นในเวลาเดียวกัน ได้แก่ การเคลื่อนที่ในแนวราบและการเคลื่อนที่ในแนวตั้ง



รูป 1 ปริมาณต่างๆ ในการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์

หลักการ

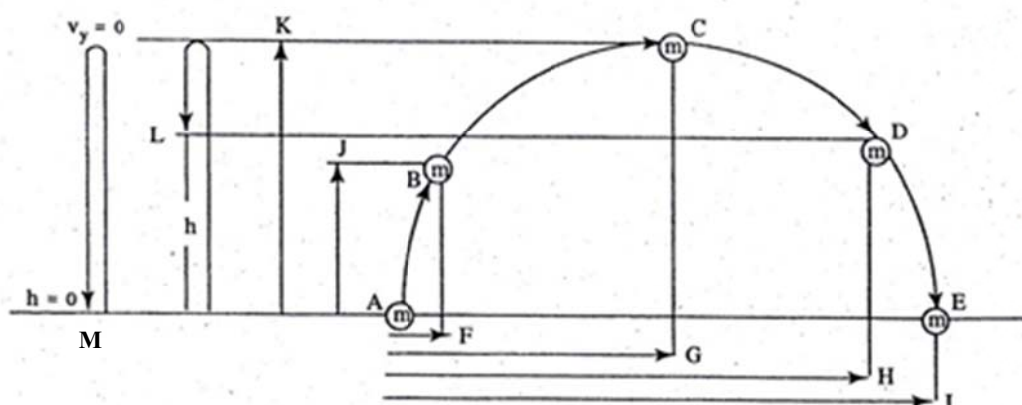
1. แนวราบวัตถุจะมีความเร็วคงที่ตลอดการเคลื่อนที่ เท่ากับความเร็วเริ่มต้น มีความเร่ง = 0
2. แนวตั้งวัตถุจะเคลื่อนที่ภายใต้สนามโน้มถ่วงของโลกทำให้วัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงที่ = g จึงทำให้วัตถุมีแรงลัพธ์คงที่ในแนวตั้ง = mg
3. แนวราบและแนวตั้งวัตถุจะเคลื่อนที่อย่างอิสระไม่มีผลซึ่งกันและกัน
4. เวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่แต่ละแนวตามแนวราบแนวตั้ง แนวเส้นโค้ง ขณะใด ๆ เท่ากัน
5. ความเร็วลัพธ์ของโพรเจกไทล์มีทิศอยู่ในแนวเส้นสัมผัส คือ ทิศของความเร็วไม่คงที่เปลี่ยนแปลง

ตลอดเวลา

6. ที่จุดสูงสุดวัตถุมีความเร็วในแนวตั้งเป็น 0 แต่ความเร็วในแนวระดับคงที่
7. ที่ระดับเดียวกันอัตราเร็วเท่ากัน โดยอัตราเร็วขาขึ้น เท่ากับ อัตราเร็วขาลง

สิ่งที่ควรทราบ

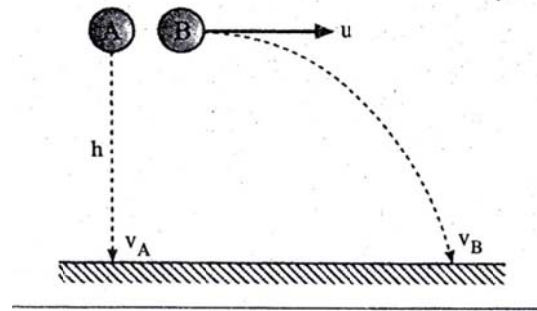
1.



- โพรเจกไทล์เคลื่อนที่จาก A ไป B แนวราบวิ่งจาก A ไป F แนวตั้งวิ่งจาก A ไป J
- โพรเจกไทล์เคลื่อนที่จาก A ไป C แนวราบวิ่งจาก A ไป G แนวตั้งวิ่งจาก A ไป K
- โพรเจกไทล์เคลื่อนที่จาก A ไป D แนวราบวิ่งจาก A ไป H แนวตั้งวิ่งจาก A ไป L
- โพรเจกไทล์เคลื่อนที่จาก A ไป E แนวราบวิ่งจาก A ไป I แนวตั้งวิ่งจาก A ไป M

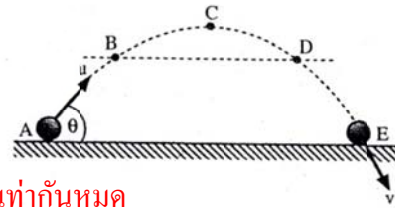
3. จากรูป วัตถุ A ถูกปล่อยตกจากที่สูง h ขณะเดียวกัน วัตถุ B ก็ถูกปาออกไปในแนวราบ ด้วยความเร็วต้น u เมตร / วินาที ข้อสรุปข้อใดเป็นจริง เมื่อวัตถุทั้งสองตกลงถึงพื้น

1. A ตกด้วยความเร็วเท่ากับ B
2. A ตกถึงพื้นพร้อมๆ กับ B
3. A มีการกระจัดเท่ากับ B
4. มีข้อเป็นจริงมากกว่า 1 ข้อ



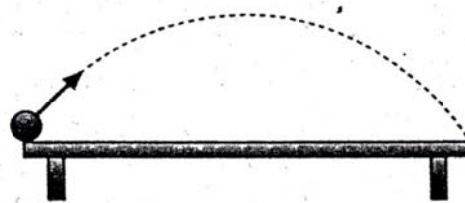
4. ลูกฟุตบอลถูกเตะขึ้นจากจุด A ลอยขึ้นไปในอากาศ ไปตกที่จุด E ดังรูป โดย B และ D อยู่แนวระดับเดียวกัน และจุด C เป็นจุดสูงสุด ข้อใดสรุปได้ถูกต้อง

1. ความเร็วที่จุดสูงสุด (C) ของลูกฟุตบอลเท่ากับศูนย์
2. ที่ตำแหน่ง B และ D ลูกฟุตบอลมีความเร็วเท่ากัน
3. ทุกตำแหน่งของการเคลื่อนที่ ลูกฟุตบอลมีความเร่งคงที่เท่ากันหมด
4. ถูกทั้ง 3 ข้อ

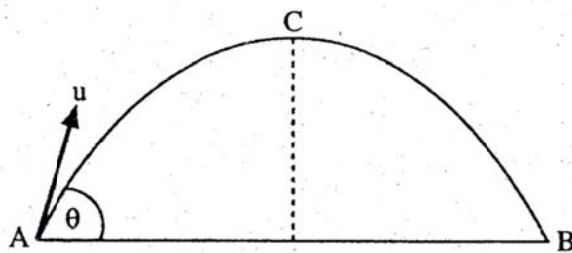


5. ยิ่งถูกป้อนด้วยขนาดความเร็วที่น้อยที่สุด 10 m/s จากขอบโต๊ะด้านหนึ่งพบว่าลูกป๋นตกเฉียงขอบโต๊ะอีกด้านหนึ่งพอดี จงหาความกว้างของโต๊ะ กำหนดให้ สนามความโน้มถ่วงของโลกเป็น 10 m/s^2

1. 7 m
2. 10 m
3. 14 m
4. 17 m



6. ขว้างวัตถุด้วยความเร็วต้น u ในทิศทางมุม θ กับแนวระดับที่จุด A วัตถุตกถึง พื้นที่ จุด B ในเวลา t จุด C เป็นจุดสูงสุดของการเคลื่อนที่ จากรูป คำนวณข้อใดถูก



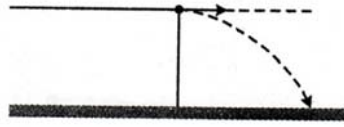
1. ในเวลา t ได้การกระจัดตามแนวตั้งเป็นศูนย์
 2. ในเวลา t ได้การกระจัดตามแนวราบเท่ากับ ut
 3. ความเร็วตามแนวราบที่จุด B มากกว่า ความเร็วตามแนวราบที่จุด C
 4. ขนาดความเร็วตามดิ่งที่จุด B มากกว่าขนาดความเร็วตามแนวตั้งที่จุด A
7. ขว้างวัตถุแบบ Projectile ได้ระยะไกลสุด 100 m ถ้าคิดวัตถุขึ้นไปในแนวตั้งด้วยค่า อัตราเร็วต้นเดียวกัน จะได้ระยะสูงสุดเท่าใด

1. 100 m
2. 50 m
3. 40 m
4. 25 m

8. (O-NET49) การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ เมื่อวัตถุเคลื่อนที่ขึ้นไปถึงตำแหน่งสูงสุด อัตราเร็วของวัตถุจะเป็นอย่างไร

1. มีค่าเป็นศูนย์
2. มีอัตราเร็วแนวราบเป็นศูนย์
3. มีค่าเท่ากับอัตราเร็วแนวราบเมื่อเริ่มเคลื่อนที่
4. มีค่าเท่ากับอัตราเร็วเมื่อเริ่มเคลื่อนที่

9. (O-NET50) ยิงวัตถุจากหน้าผาออกไปในแนวระดับ ปริมาณใดของวัตถุมีค่าคงที่

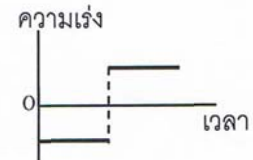
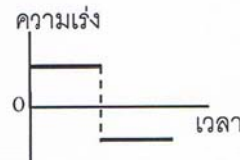
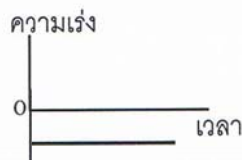
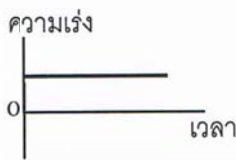


1. อัตราเร็ว
2. ความเร็ว
3. ความเร็วในแนวตั้ง
4. ความเร็วในแนวระดับ

10. (O-NET51) วัตถุที่เคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ขณะที่วัตถุอยู่ที่จุดสูงสุด ข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อที่ต้อง

1. ความเร็วของวัตถุมีค่าเป็นศูนย์
2. ความเร่งของวัตถุมีค่าเป็นศูนย์
3. ความเร็วของวัตถุในแนวตั้งมีค่าเป็นศูนย์
4. ความเร็วของวัตถุในแนวราบมีค่าเป็นศูนย์

11. (O-NET52) การเตะลูกบอลออกไป ทำให้ลูกบอลเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ ดังรูป และกำหนดให้ทิศขึ้นเป็นบวก กราฟในข้อใดต่อไปนี้จะบรรยายความเร่งในแนวตั้งของลูกบอลได้ถูกต้อง ถ้าไม่คิดแรงต้านอากาศ



1.

2.

3.

4.

12. (O-NET53) ยิงลูกปืนออกไปในแนวระดับ ทำให้ลูกปืนเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ ตอนที่ลูกปืนกำลังจะกระทบพื้นกำลังจะกระทบพื้น ข้อใดถูกต้องที่สุด (ไม่ต้องคิดแรงต้านอากาศ)

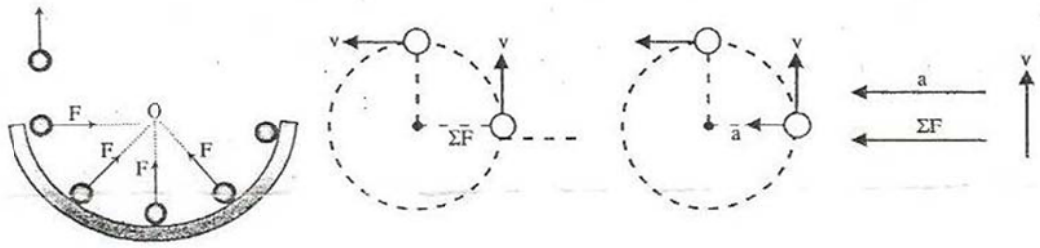
1. ความเร็วในแนวระดับเป็นศูนย์
2. ความเร็วในแนวระดับเท่ากับความเร็วตอนต้นที่ลูกปืนถูกยิงออกมา
3. ความเร็วในแนวระดับมีขนาดมากกว่าตอนที่ลูกปืนถูกยิงออกมา
4. ความเร็วในแนวระดับมีขนาดน้อยกว่าตอนที่ลูกปืนถูกยิงออกมาแต่ไม่เป็นศูนย์

13. (O-NET54) ข้อใดใกล้เคียงกับการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์มากที่สุด

1. เครื่องบินขณะบินขึ้นจากสนามบิน
2. เด็กเล่นไม้ลั่น
3. ลูกเทนนิสที่ถูกตีออกไปข้างหน้า
4. เครื่องบินขณะร่อนลง

7.2 การเคลื่อนที่แบบวงกลม

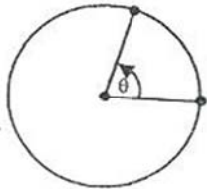
การเคลื่อนที่แบบวงกลม คือ การที่เคลื่อนที่ของวัตถุที่กลับมาซ้ำทางเดิมเสมอ โดยวัตถุมีแนวทางการเคลื่อนที่เป็นเส้นรอบวงของวงกลม หรือเพียงส่วนหนึ่งของเส้นรอบวงของวงกลม



มีลักษณะสำคัญดังนี้

1. มีแรงลัพธ์ ($\Sigma F \neq 0$) กระทำต่อวัตถุในทิศตั้งฉาก กับความเร็วตลอดเวลา โดยแรงลัพธ์มีทิศเข้าสู่ศูนย์กลางวงกลม เรียกว่า แรงเข้าสู่ศูนย์กลาง (F_c)
2. อัตราเร็วขณะใด ๆ (v) อยู่ในแนวเส้นสัมผัสวงกลม และมีค่าไม่คงที่ เพราะเปลี่ยนทิศทางตลอดเวลา โดยทิศของความเร็วตั้งฉากกับรัศมี
3. มีความเร่งเข้าสู่ศูนย์กลาง เรียกว่า a_c และมีค่าไม่คงที่
4. \vec{v} มีทิศตั้งฉากกับ \vec{F}_c และ \vec{a}_c
5. วัตถุที่เคลื่อนที่เป็นวงกลมไม่เกิดงานเพราะ F_c ตั้งฉากกับการเคลื่อนที่

ปริมาณต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่แนววงกลม



1. ความถี่ (f) คือ จำนวนรอบที่เคลื่อนที่ได้ในเวลา 1 วินาที มีหน่วยเป็นเฮิรตซ์

$$f = \frac{\text{จำนวนรอบ}}{\text{เวลา}}$$

2. คาบ (T) คือ เวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่ครบ 1 รอบ มีหน่วยเป็น วินาที

$$T = \frac{1}{f}$$

3. อัตราเร็วเชิงมุม (ω) คือ มุมที่เกิดจากวัตถุเคลื่อนที่ในเวลา 1 วินาที มีหน่วยเป็น เรเดียนต่อวินาที

$$\omega = \frac{\theta}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi R$$

4. อัตราเร็วเชิงเส้น (v) คือ ระยะทางที่วัตถุเคลื่อนที่ได้ในเวลา 1 วินาที มีหน่วยเป็น เมตรต่อวินาที

$$v = \frac{s}{t} = \omega R = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi R f$$

5. ความเร่งเข้าสู่ศูนย์กลาง มีหน่วยเป็น เมตรต่อวินาทีกำลังสอง

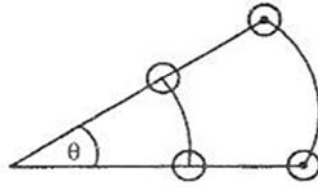
$$a_c = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$$

6. ความเร่งเข้าสู่ศูนย์กลาง มีหน่วยเป็น นิวตัน

จากกฎของนิวตัน $\Sigma F = ma$ จะได้

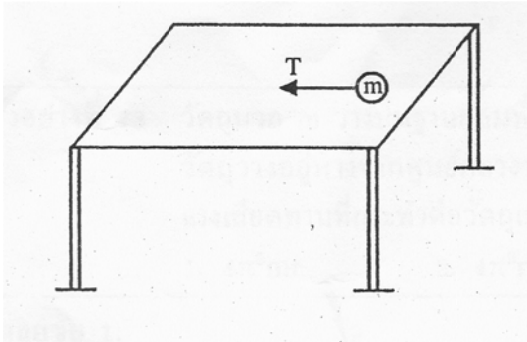
$$F_c = ma = \frac{mv^2}{R} = m\omega^2 R$$

วัตถุที่ผูกด้วยเชือกเส้นเดียวกัน จะมีความเร็วเชิงมุม เท่ากัน แต่อัตราเร็วเชิงเส้นแปรตามรัศมี



รูปแบบของวงกลม แบ่งเป็น 3 แบบ ดังนี้

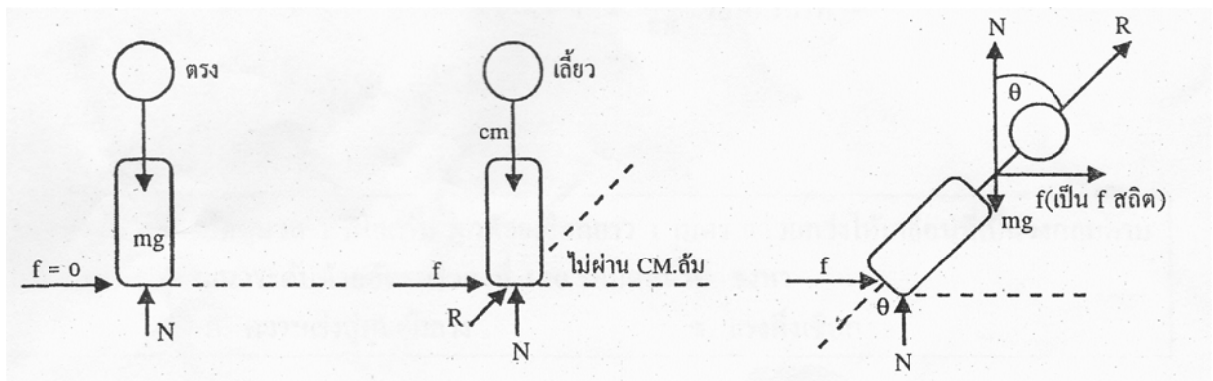
1. วงกลมแบบแนวราบ



ที่มวล m จาก $\sum F_c = \frac{mv^2}{R}$

$$T = \frac{mv^2}{R}$$

2. การเคลื่อนที่ของรถบนถนนโค้ง

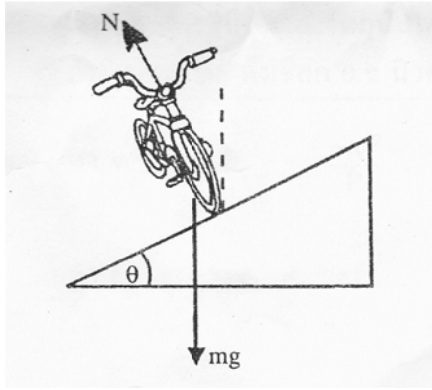


การเลี้ยวโค้งให้ปลอดภัย

1. ต้องเอียงรถ จึงจะเลี้ยวได้เพื่อให้แรงลัพท์ R ผ่าน C.M. ของรถ
2. แรงที่ผลักให้รถเลี้ยวโค้ง คือ แรงเสียดทานสถิต f_s จึงจะเลี้ยวโค้งได้อย่างปลอดภัย

$$\sum F_c = f_{s,max} = \mu_s mg = \frac{mv^2}{R}$$

3. ถ้าถนนลื่น จนถือว่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิต $\mu_s = 0$ ดังนั้นการเอียงถนนโดยยกขอบนอกขึ้น จะทำให้รถเลี้ยวโดยไม่ต้องใช้แรงเสียดทาน



จากรูป $\sum F_y = 0$; $N \cos \theta = mg$

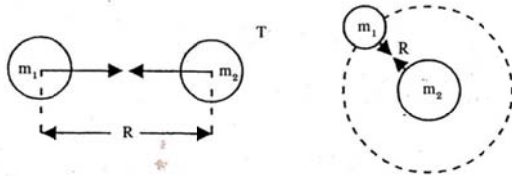
$$\sum F_c = \frac{mv^2}{r} \quad ; \quad N \sin \theta = \frac{mv^2}{R}$$

$$\tan \theta = \frac{v^2}{Rg} = \mu = \frac{f}{N}$$

3. การเคลื่อนที่ของดาวเทียม ดาวเคราะห์

กฎแรงดึงดูดระหว่างมวลของนิวตัน

วัตถุทุกชนิด ในเอกภพจะดึงดูดวัตถุอื่นด้วยแรง ซึ่งแปรผันตรงกับผลคูณของมวลทั้งสอง และแปรผกผันกับกำลังสองของระยะห่างระหว่างมวลทั้งสอง

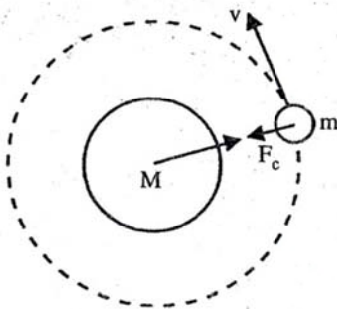


$$\left. \begin{aligned} F &\propto m_1 m_2 \\ F &\propto \frac{1}{R^2} \end{aligned} \right\} \quad \boxed{F = G \frac{m_1 m_2}{R^2} \dots\dots\dots \text{นิวตัน}}$$

- F = แรงดึงดูดระหว่างมวล m_1 และ m_2
- R = ระยะห่างจากจุด C.M. ของมวลทั้งสอง
- G = ค่าโน้มถ่วงสากล = $6.67 \times 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}/\text{kg}^2$

โดยแรงดึงดูดระหว่างมวลนี้ จะเกิดบนมวลทั้งสอง มีทิศเข้าหากัน กระทำบนวัตถุคนละก้อน และขนาดของแรงเท่ากัน ดังนั้นแรงนี้จึงเป็น action และ reaction ตามกฎข้อที่ 3 ของนิวตัน

เมื่อดาวเทียมโคจรรอบโลกเป็นวงกลม โดยแรงดึงดูดระหว่างมวลทำหน้าที่เป็นแรงสู่ศูนย์กลาง



จากรูป ให้ M = มวลของโลก
 m = มวลของดาวเทียม
 แรงดึงดูดระหว่างมวล = แรงสู่ศูนย์กลาง

$$\boxed{\frac{GMm}{R^2} = \frac{mv^2}{R}}$$

แบบฝึกหัด 7.2

- (O-NET49) รถไต่ถังเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วสม่ำเสมอและวิ่งครบรอบได้ 5 รอบในเวลา 2 วินาที หากคิดในแง่ความถี่ของการเคลื่อนที่ ความถี่จะเป็นเท่าใด
 1. 2.5 Hz
 2. 1.5 Hz
 3. 0.5 Hz
 4. 0.4 Hz
 - (O-NET50) เหยียงจุกยางให้เคลื่อนที่เป็นแนววงกลมในระนาบระดับศีรษะ 20 รอบใช้เวลา 5 วินาที จุกยางเคลื่อนที่ด้วยความเร็วเท่าใด
 1. 0.25 รอบ/วินาที
 2. 4 รอบ/วินาที
 3. 5 รอบ/วินาที
 4. 10 รอบ/วินาที
 - (O-NET50) การเคลื่อนที่ใดที่แรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุมีทิศตั้งฉากกับทิศของการเคลื่อนที่ตลอดเวลา
 1. การเคลื่อนที่ในแนวตรง
 2. การเคลื่อนที่แบบวงกลมด้วยอัตราเร็วคงที่
 3. การเคลื่อนที่แบบโปรเจกไทล์
 4. การเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย
 - (O-NET52) ผูกวัตถุด้วยเชือกแล้วเหยียงให้เคลื่อนที่เป็นวงกลมในแนวระนาบตั้ง ขณะที่วัตถุเคลื่อนที่มาถึงตำแหน่งสูงสุดของวงกลม ดังแสดงในรูป แรงชนิดใดในข้อต่อไปนี้ที่ทำน้ำที่เป็นแรงสู่ศูนย์กลาง
 1. แรงดึงเชือก
 2. น้ำหนักของวัตถุ
 3. แรงดึงเชือกบวกกับน้ำหนักของวัตถุ
 4. ที่ตำแหน่งนั้น แรงสู่ศูนย์กลางเป็นศูนย์
-
- (O-NET53) ผูกเชือกเข้ากับจุกยาง แล้วเหยียงให้จุกยางเคลื่อนที่เป็นวงกลมในแนวระดับเหนือศีรษะ ด้วยอัตราเร็วคงตัว ข้อใดถูกต้อง
 1. จุกยางมีความเร็วคงตัว
 2. จุกยางมีความเร่งเป็นศูนย์
 3. แรงที่กระทำต่อจุกยางมีทิศเข้าสู่ศูนย์กลางวงกลม
 4. แรงที่กระทำต่อจุกยางมีทิศเดียวกับความเร็วของจุกยาง
 - มวลก้อนหนึ่งเคลื่อนที่เป็นวงกลมรัศมี 1 หน่วยในแนวราบ จะสรุปได้ว่าข้อความต่อไปนี้ข้อใด ไม่เป็นจริง
 1. ขนาดของความเร็วเฉลี่ยของวัตถุมีค่าคงที่
 2. ขนาดของความเร็วที่เวลาใดๆ ของวัตถุมีค่าคงที่
 3. ความเร็วเชิงมุมที่เวลาใดๆ ของวัตถุจะต้องคงที่
 4. ความเร็วที่เวลาใด ๆ ของวัตถุจะต้องคงที่
 - ถ้าการเคลื่อนที่เป็นวงกลมด้วยอัตราเร็วสม่ำเสมอของวัตถุชิ้นหนึ่งมีรัศมีลดลงเป็น $\frac{1}{2}$ เท่า โดยอัตราเร็วยังคงเท่าเดิม จะต้องใช้แรงเข้าสู่ศูนย์กลางตามข้อใด
 1. เท่ากับครึ่งหนึ่งของค่าเดิม
 2. เท่าเดิม
 3. เพิ่มขึ้นเป็น 2 เท่า
 4. เพิ่มขึ้นเป็น 4 เท่า

8. ถ้าดาวเทียมโคจรรอบโลกเป็นวงกลมด้วยอัตราเร็วคงที่ พิจารณาข้อความต่อไปนี้

- ก. ขนาดความเร่งของดาวเทียมมีค่าคงที่
- ข. ดาวเทียมมีทิศของความเร่งสู่จุดศูนย์กลางโลกเสมอ
- ค. เวลาที่ดาวเทียมเคลื่อนที่ครบรอบคงที่
- ง. โลกมีแรงกระทำต่อดาวเทียมมากกว่าแรงที่ดาวเทียมกระทำต่อโลก
- จ. ดาวเทียมอยู่นอกสนามโน้มถ่วงของโลก

คำตอบที่ถูกต้องคือ

- 1. ข้อ ก, ค
- 2. ข้อ ข, ง
- 3. ข้อ ก, ข, ค
- 4. ข้อ ค, ง, จ