

บทที่ 17 ของไหล

17.1 ความหนาแน่น (Density)

ความหนาแน่น หมายถึง มวลต่อหน่วยปริมาตร หน่วยความหนาแน่นคือ กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร ความหนาแน่นนิยมเขียนแทนด้วยอักษรกรีก ρ (อ่านว่า rho) ความหนาแน่นเป็นปริมาณสเกลาร์

m คือ มวลของสาร (kg)

V คือ ปริมาตรของสาร (m^3)

ρ คือ ความหนาแน่นของสาร (kg/m^3)

$$\rho = \frac{m}{V} \dots\dots\dots(1)$$

แบบฝึกหัด 17.1

1. ดาวนิวตรอนเป็นดาวขนาดเล็กแต่มีความหนาแน่นมาก คาดว่าดาวนิวตรอนมีรัศมีเพียง 10 กิโลเมตร แต่มีมวลเท่ากับดวงอาทิตย์ คือ 1.99×10^{30} กิโลกรัม ความหนาแน่นของดาวนิวตรอนเป็นเท่าใด (4.75×10^{17} กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร)
2. น้ำประปาที่อยู่ในถังมีมวล 20 กิโลกรัม วัตถุประสงค์ได้ 0.02 ลูกบาศก์เมตร อยากทราบว่าน้ำประปามีความหนาแน่นเท่าใด

17.2 ความดันในของเหลว

แรงดัน (Force, F) ผลคูณระหว่างความดันกับพื้นที่ ๆ ถูกแรงกระทำ แรงดันเป็นปริมาณเวกเตอร์ มีหน่วยเป็นนิวตัน

ความดัน (Pressure, P) คืออัตราส่วนระหว่างแรงที่กระทำต่อพื้นที่ ๆ ถูกแรงกระทำโดยพื้นที่นั้น ต้องตั้งฉากกับแรงกระทำด้วยความดันเป็นปริมาณสเกลาร์ มีหน่วยเป็นนิวตันต่อตารางเมตรหรือพาสคัล(Pa)

ให้ F คือ แรงที่กระทำ (N)

A คือ พื้นที่ที่ถูกแรงกระทำและตั้งฉากกับ F (m^2)

P คือ ความดัน (N/m^2)

$$P = \frac{F}{A} \dots\dots\dots(2)$$

เพิ่มเติม 1. ในทางอุณหภูมิมักใช้หน่วยเป็น Bar เมื่อ $1 \text{ Bar} = 10^5$ พาสคัล (Pa)

2. ในบางครั้งความดันอ่านเป็นบรรยากาศ โดยที่ 1 บรรยากาศ = $1.013 \times 10^5 \text{ N/m}^2$

3. 1 บรรยากาศ (atm) = 760 มิลลิเมตรปรอท (torr) = 14.7 lb/in^2

17.2.1 ความดันในของเหลวขึ้นกับความลึก

สรุปหลักการสำคัญเกี่ยวกับความดันในของเหลวในสถานะอยู่นิ่งได้ดังนี้

1. ณ จุดใด ๆ ในของเหลวจะมีแรงกระทำของของเหลวไปในทุกทิศทาง
2. แรงที่ของเหลวกระทำต่อผนังภาชนะหรือผิววัตถุที่อยู่ในของเหลวจะอยู่ในทิศตั้งฉากกับผนังภาชนะหรือผิวของวัตถุที่ของเหลวสัมผัส
3. ความดัน ณ จุดใด ๆ ในของเหลวที่อยู่นิ่งแปรผันตรงกับความลึกและความหนาแน่นของของเหลวเมื่ออุณหภูมิคงตัว
4. ความดันในของเหลวชนิดหนึ่ง ๆ ไม่ขึ้นอยู่กับปริมาตรและรูปร่างของภาชนะที่บรรจุของเหลว และที่ความลึกเท่ากันของเหลวชนิดเดียวกันความดันจะเท่ากันเสมอ

การจำแนกชนิดของความดัน

1. ความดันบรรยากาศ (Atmospheric Pressure, Pa) เป็นความดันที่เกิดจากบรรยากาศที่ทับถมอยู่เหนือจุดที่พิจารณามีค่าเท่ากับน้ำหนักของอากาศในชั้นบรรยากาศที่ทับถมอยู่เหนือพื้นที่ 1 ตารางหน่วย ซึ่งคำนวณแล้วได้ $1.013 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ เมื่อภาวะปกติ

2. ความดันเกจ (Gauge Pressure, P_W) หมายถึง ความดันของของเหลวเนื่องจากน้ำหนักของของเหลว

ให้ P_W คือความดันเกจหรือความดันของของเหลวเนื่องจากน้ำหนักของของเหลว

ρ คือความหนาแน่นของของเหลว

h คือความสูงหรือความลึกของของเหลวจากผิวของของเหลว

$$P_W = \rho gh \dots\dots\dots(3)$$

3. ความดันสัมบูรณ์ (Absolute Pressure, P) หมายถึง ความดันของของเหลวเนื่องจากน้ำหนักของของเหลวรวมกับความดันบรรยากาศ จะได้ว่า

$$P = P_a + P_W \dots\dots\dots(4)$$

$$P = P_a + \rho gh \dots\dots\dots(5)$$

แรงดันน้ำที่กระทำต่อเขื่อน

ให้ F คือ แรงดันที่น้ำกระทำต่อประตูเขื่อนหรือเขื่อน

ρ คือ ความหนาแน่นของน้ำ l คือ ความยาวของประตูเขื่อน

g คือ ความเร่งเนื่องจากแรงดึงดูดของโลก h คือ ความสูงของระดับน้ำ

$$F = \frac{1}{2} \rho l g h^2 \dots\dots\dots(6)$$

แบบฝึกหัด 17.2.1

1. ความดันของน้ำตรงจุดที่ลึก 10 m มีค่าเท่าไร เมื่อความหนาแน่นของน้ำเท่ากับ 1000 kg/m^3 (10^5 N/m^2)
2. ความดันของน้ำตรงจุดที่ลึก 8 m มีค่าเท่าไร เมื่อความหนาแน่นของน้ำเท่ากับ 1000 kg/m^3
3. ถ้าความดันน้ำประปาเท่ากับ 1.09×10^6 นิวตันต่อตารางเมตร เมื่อเกิดเพลิงไหม้ ณ ที่แห่งหนึ่ง พนักงานดับเพลิงจะสามารถฉีดน้ำขึ้นไปได้สูงสุดเท่าไร (109 เมตร)
4. ถ้าความดันน้ำประปาเท่ากับ 1.5×10^6 นิวตันต่อตารางเมตร เมื่อเกิดเพลิงไหม้ ณ ที่แห่งหนึ่ง พนักงานดับเพลิงจะสามารถฉีดน้ำขึ้นไปได้สูงสุดเท่าไร
5. ถ้าน้ำทะเลมีความหนาแน่น $1.03 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ชายคนหนึ่งดำน้ำลงไปลึก 10 m จงหาความดันเกจและความดันสัมบูรณ์ที่กระทำกับชายคนนี้ เมื่อความดันบรรยากาศที่ระดับน้ำทะเลเท่ากับ 10^5 N/m^2 ($1.03 \times 10^5 \text{ N/m}^2$, $2.03 \times 10^5 \text{ N/m}^2$)
6. ถ้าน้ำทะเลมีความหนาแน่น $1.03 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ชายคนหนึ่งดำน้ำลงไปลึก 20 m จงหาความดันเกจและความดันสัมบูรณ์ที่กระทำกับชายคนนี้ เมื่อความดันบรรยากาศที่ระดับน้ำทะเลเท่ากับ 10^5 N/m^2
7. เรือดำน้ำลำหนึ่งได้รับการออกแบบให้ทนความดันภายนอกได้สูงสุด ขนาด $4.1 \times 10^6 \text{ N/m}^2$ จะสามารถนำเรือดำลงไปใต้น้ำทะเล ซึ่งมีความหนาแน่น $1.025 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ได้อย่างมากที่สุดเท่าไร (400 เมตร)
8. เรือดำน้ำลำหนึ่งได้รับการออกแบบให้ทนความดันภายนอกได้สูงสุดขนาด $1.03 \times 10^6 \text{ N/m}^2$ จะสามารถนำเรือดำลงไปใต้น้ำทะเล ซึ่งมีความหนาแน่น $1.03 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ได้อย่างมากที่สุดเท่าไร
9. เชื้อเพลิงหนึ่งกว้าง 80 เมตร ถ้ำระดับน้ำสูง 50 เมตร แรงดันของน้ำเหนือเชื้อเพลิงมีค่าเท่าใด (10^9 N)
10. เชื้อเพลิงหนึ่งกว้าง 100 เมตร ถ้ำระดับน้ำสูง 60 เมตร แรงดันของน้ำเหนือเชื้อเพลิงมีค่าเท่าใด
11. เชื้อเพลิงรูปครึ่งวงกลมรัศมี 20 เมตร ถ้ำระดับน้ำสูง 25 เมตร แรงดันของน้ำเหนือเชื้อเพลิงมีค่าเท่าใด (1.25×10^8 นิวตัน)
12. เชื้อเพลิงรูปครึ่งวงกลมรัศมี 30 เมตร ถ้ำระดับน้ำสูง 40 เมตร แรงดันของน้ำเหนือเชื้อเพลิงมีค่าเท่าใด
13. ประตูเชื้อเพลิงหนึ่งกว้าง 60 เมตร ระดับน้ำข้างหนึ่งอยู่สูง 40 เมตร อีกข้างหนึ่งอยู่สูง 30 เมตร จงหาแรงดันที่กระทำกับประตูเชื้อเพลิง (2.1×10^5 นิวตัน)
14. ประตูเชื้อเพลิงหนึ่งกว้าง 80 เมตร ระดับน้ำข้างหนึ่งอยู่สูง 60 เมตร อีกข้างหนึ่งอยู่สูง 40 เมตร จงหาแรงดันที่กระทำกับประตูเชื้อเพลิง
15. เชื้อเพลิงก้นน้ำแห่งหนึ่งยาว 15 เมตร สูง 7 เมตร วิศวกรออกแบบสร้างเชื้อเพลิงได้กำหนดแรงดันทั้งหมดของน้ำที่ตัวเชื้อเพลิงจะรับไว้ได้ 2.25×10^6 นิวตัน จงคำนวณหาระดับน้ำเหนือเชื้อเพลิงที่เชื้อเพลิงจะรับไว้ได้
16. เชื้อเพลิงก้นน้ำแห่งหนึ่งยาว 45 เมตร สูง 30 เมตร วิศวกรออกแบบสร้างเชื้อเพลิงได้กำหนดแรงดันทั้งหมดของน้ำที่ตัวเชื้อเพลิงจะรับไว้ได้ 9×10^7 นิวตัน จงคำนวณหาระดับน้ำเหนือเชื้อเพลิงที่เชื้อเพลิงจะรับไว้ได้

17.2.2 เครื่องมือวัดความดัน

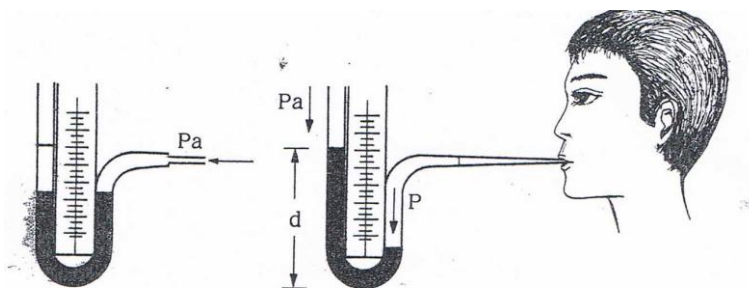
ความดันของแก๊สหุงต้มในถังแก๊ส ความดันของบรรยากาศขณะเวลาต่าง ๆ ความดันของแก๊สในยางรถยนต์ หรือความดันของน้ำประปา ล้วนเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของทุกคน ความดันของของไหลเหล่านี้ วัดค่าได้อย่างไร เครื่องวัดเหล่านี้มีหลายรูปแบบ เช่น แมนอมิเตอร์ แบริอมิเตอร์ และเครื่องวัดบูร์ดอน จะกล่าวถึงเพียงสังเขปดังนี้

แบริอมิเตอร์ปรอท สร้างตามหลักของ ทอร์ริเชลลี โดยนำหลอดแก้วปลายเปิดข้างหนึ่ง ปลายปิดข้างหนึ่ง ทำให้เป็นสุญญากาศแล้วคว่ำด้านปลายเปิดของหลอดแก้วลงไปใอ่างปรอท เมื่อหลอดแก้วอยู่ในแนวตั้งอากาศภายนอกจะดันปรอทให้เข้าสู่หลอดแก้วเป็นลำปรอทยาว 760 มิลลิเมตร ที่ระดับน้ำทะเล ฉะนั้นที่ระดับน้ำทะเลอากาศจะมีความดันเท่ากับ 760 มิลลิเมตรปรอทเสมอ

แบริอมิเตอร์แอนิรอยด์ ถ้าต้องการวัดความดันอากาศในที่สูง ๆ เช่น บนภูเขา หรือบนเครื่องบิน ซึ่งทำจากโลหะที่บางมากและยืดหยุ่นได้ เมื่อความดันอากาศเพิ่มขึ้นตลับลูกฟูกก็จะถูกบีบให้แฟบลงแต่เมื่อความดันอากาศลดลง ตลับลูกฟูกก็จะพองขึ้น แล้วจะมีผลต่อแขนบส่งผลไปยังเข็มชี้ ซึ่งติดสเกลบอกบนหน้าปัดไว้เรียบร้อยแล้ว สำหรับหน้าปัดแบริอมิเตอร์แอนิรอยด์ นั้นสามารถดัดแปลงเป็นความสูงจากระดับน้ำทะเลได้ เพราะว่าความดันอากาศจะลดลงตามความสูงในอัตราประมาณ 1 มิลลิเมตรของปรอทต่อความสูงที่เพิ่มขึ้นทุก ๆ 11 เมตร เรียกเครื่องมือที่ดัดแปลงนี้ว่า มาตรวัดความสูง หรือแอลติมิเตอร์ ซึ่งใช้ติดตัว หรือติดในเครื่องบินเพื่อทราบระดับความสูงของเครื่องบิน

เครื่องวัดบูร์ดอน (Bourdon gauge) ประกอบด้วยท่อกลวง มีปลายปิดข้างหนึ่งและม้วนเป็นรูปร่างกลม ที่ปลายปิดมีเข็มติดอยู่สามารถเลื่อนไปมาเพื่อชี้บนสเกลได้ เมื่อต้องการวัดความดันก็ให้ของไหลไหลเข้าไปในช่องทางด้านปลายเปิดจะทำให้ท่อนี้ยืดออกเข็มที่ติดกับปลายท่อ ก็จะชี้บนสเกลบอกความดันของไหลนั้นได้ แมนอมิเตอร์แบบนี้นิยมใช้กับของไหลที่มีความดันสูงมาก เช่น หม้อต้มเตาหม้อต้มยางรถยนต์ ถึงแก๊สหุงต้ม เป็นต้น

แมนอมิเตอร์ (Manometer) เป็นอุปกรณ์สำหรับวัดความแตกต่างของความดันในของไหล โดยปกติใช้บอกความแตกต่างของความดันในรูปความแตกต่างของระดับความสูงของลำของเหลวทั้งสองข้างในหลอดแก้วรูปตัว U



- ให้
- P** คือ ความดันสัมบูรณ์ของอากาศในสายยางที่นักเรียนเป่า
 - Pa** คือ ความดันของบรรยากาศขณะนั้น
 - P_w** คือ ความดันเนื่องจากลำของเหลวที่สูง d

ถ้าของเหลวอยู่ในสภาพสมดุล จะได้ว่า

$$P = P_a + P_w$$

ความดันของอากาศในสายยางที่เพิ่มขึ้น

$$P - P_a = P_w = \rho g d \dots\dots\dots(7)$$

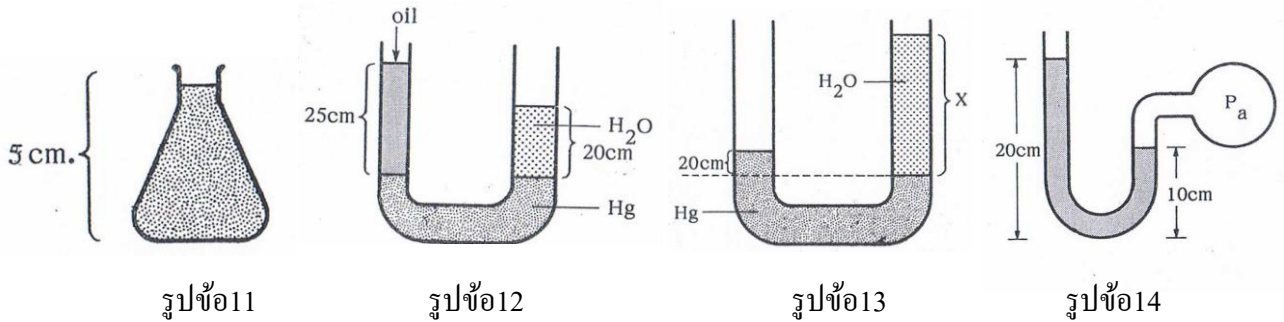
จะเห็นว่า ผลต่างของระดับของเหลวในหลอดแก้วรูปตัวยู หรือระยะ d จะแปรผันตรงกับความดันที่เพิ่มของอากาศในสายยาง

แสดงว่าเราสามารถไ้ใช้ระยะ d เป็นตัวแสดงความดันที่เพิ่มขึ้นที่ปลายข้างหนึ่ง ความดันที่วัดได้จากเครื่องมือวัดนี้ เรียกว่า ความดันเกจนั่นเอง

แบบฝึกหัด 17.2.2

1. ถ้าของเหลวที่บรรจุในหลอดแก้วรูปตัวยู ของแมนอมิเตอร์ คือ น้ำ ซึ่งมีความหนาแน่นเท่ากับ 1000 กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร เมื่อของเหลวในหลอดแก้วรูปตัวยูต่างระดับกัน 2 เซนติเมตร ความดันเกจที่อ่านได้จะเป็นเท่าไร (200 นิวตันต่อตารางเมตร)
2. ถ้าของเหลวที่บรรจุในหลอดแก้วรูปตัวยู ของแมนอมิเตอร์ คือ น้ำมัน ซึ่งมีความหนาแน่นเท่ากับ 800 กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร เมื่อของเหลวในหลอดแก้วรูปตัวยูต่างระดับกัน 5 เซนติเมตร ความดันเกจที่อ่านได้จะเป็นเท่าไร
3. ความดันที่ลึก 5 เมตร จากผิวทะเลสาบอย่างหนึ่งมีค่าเป็นครึ่งหนึ่งของที่ความลึก 18 เมตร ความกดดันของอากาศที่ผิวทะเลสาบมีค่าเท่าไร ($8 \times 10^4 \text{ N/m}^2$)
4. ความดันที่ลึก 10 เมตร จากผิวทะเลสาบอย่างหนึ่งมีค่าเป็นครึ่งหนึ่งของที่ความลึก 30 เมตร ความกดดันของอากาศที่ผิวทะเลสาบมีค่าเท่าไร
5. น้ำจืดลึก 0.6 เมตร ให้ความดันเท่ากับน้ำทะเลลึก 0.4 เมตร จงหาความหนาแน่นของน้ำทะเล กำหนดความหนาแน่นของน้ำเท่ากับ 10^3 kg/m^3 ($1.5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$)
6. น้ำจืดลึก 10 เมตร ให้ความดันเท่ากับน้ำทะเลลึก 9 เมตร จงหาความหนาแน่นของน้ำทะเล กำหนดความหนาแน่นของน้ำเท่ากับ 10^3 kg/m^3
7. ที่ก้นบ่อแร่แห่งหนึ่งบารอมิเตอร์ ปรอทอ่านได้ 77.4 cm จงหาว่า บารอมิเตอร์น้ำมันที่วางไว้ข้างกันจะอ่านได้เท่าไร กำหนดความหนาแน่นของปรอทและน้ำมันเท่ากับ $13.6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ และ $0.9 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ตามลำดับ (11.7 m)
8. ที่ก้นบ่อแร่แห่งหนึ่งบารอมิเตอร์ ปรอทอ่านได้ 80 cm จงหาว่า บารอมิเตอร์น้ำมันที่วางไว้ข้างกันจะอ่านได้เท่าไร กำหนดความหนาแน่นของปรอทและน้ำมันเท่ากับ $13.6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ และ $0.8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ตามลำดับ

9. ความดันที่ก้นบ่อแห่งหนึ่ง มีค่าเป็น 4 เท่าของความดันที่จุดลึกจากผิวน้ำ 0.6 เมตร จงหาความลึกของบ่อนั้น ถ้าความดันบรรยากาศมีค่าเท่า 10.2 เมตรของน้ำ (33 เมตร)
10. ความดันที่ก้นบ่อแห่งหนึ่ง มีค่าเป็น 4 เท่าของความดันที่จุดลึกจากผิวน้ำ 2 เมตร จงหาความลึกของบ่อนั้น ถ้าความดันบรรยากาศมีค่าเท่า 10 เมตรของน้ำ



11. ขวดใส่ของเหลวตั้งรูป ส่วนสูงของของเหลว 5 cm ก้นขวดมีพื้นที่ 100 cm^2 ถ้าของเหลวมีความหนาแน่น $13.6 \times 10^4 \text{ kg/m}^3$ ความดันเกจที่ก้นขวดมีค่าเท่าไร ($6.8 \times 10^4 \text{ N/m}^2$)
12. จากรูปความหนาแน่นของน้ำมันมีค่าเป็นกี่เท่าของน้ำ (0.8 เท่าของน้ำ)
13. จากรูป ถ้าปรอทมีความหนาแน่นเป็น 13.6 เท่าของน้ำ X จะมีค่าเท่าไร (2.72 เมตร)
14. อากาศมีความดัน $1.01 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ จงหา Pa เมื่อของเหลวที่บรรจุมีความหนาแน่น 2000 kg/m^3 ($1.03 \times 10^5 \text{ N/m}^2$)

17.2.3 ความดันกับชีวิตประจำวัน

ในชีวิตประจำวัน เราต้องเกี่ยวข้องกับความดันตลอดเวลา ดังจะเห็นได้จากอุปกรณ์หลายอย่างที่เราใช้ในการทำงานต้องอาศัยความดันบรรยากาศทั้งสิ้น ดังตัวอย่างต่อไปนี้

เครื่องวัดความดันโลหิต ซึ่งเรียกว่า Sphygmoanometer เป็นเครื่องมือประกอบด้วยแมนอมิเตอร์ โดยใช้แมนอมิเตอร์วัดผ่านท่อขนาน ในขณะที่หัวใจบีบตัวส่งโลหิตไปตามเส้นเลือดแดง ไปเลี้ยงส่วนต่างๆ ของร่างกาย ซึ่งเป็นค่าความดันโลหิตสูงสุด และเมื่อโลหิตในเส้นเลือดดำย้อนกลับหัวใจจะอ่านค่าความดันโลหิตต่ำสุดจากแมนอมิเตอร์ สำหรับคนปกติ ความดันโลหิตจะเป็น 120/80 หมายความว่า ค่าความดันโลหิตสูงสุดจะเป็น 120 mm.Hg และต่ำสุดเป็น 80 mm.Hg

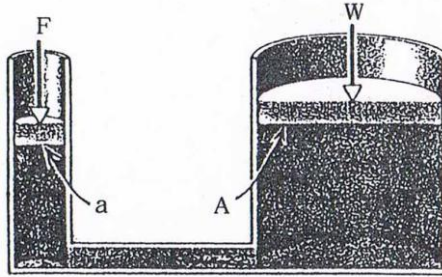
หลอดดูดเครื่องดื่ม เมื่อใช้หลอดดูดเครื่องดื่ม อากาศในหลอดมีปริมาตรลดลง ทำให้ความดันอากาศในหลอดลดลงด้วย ความดันอากาศภายนอกซึ่งมากกว่าก็จะสามารถดันของเหลวขึ้นไปแทนที่อากาศในหลอดจนกระทั่งของเหลวเข้าปาก

ยางติดผนัง เมื่อออกแรงกดแผ่นยางติดผนังบนผิวเรียบ เช่น แผ่นกระจก อากาศที่อยู่ระหว่างแผ่นยางและกระจกจะถูกขับออก ทำให้บริเวณดังกล่าวเกือบเป็นสุญญากาศ อากาศภายนอกซึ่งมีความดันสูงกว่าก็จะกดผิวแผ่นยางให้แนบติดแผ่นกระจก

17.3 กฎของพาสคัลและเครื่องอัดไฮดรอลิก

กฎของพาสคัล ซึ่งกล่าวว่า เมื่อความดัน ณ ตำแหน่งใด ๆ ในของเหลวที่อยู่นิ่งในภาชนะปิดความดันที่เพิ่มขึ้นจะถ่ายทอดไปทุก ๆ จุดในของเหลวนั้น

กฎของพาสคัลนี้สามารถอธิบายการทำงานของเครื่องกลผ่อนแรงที่รู้จักกันทั่วไปคือเครื่องอัดไฮดรอลิก ซึ่งประกอบด้วยกระบอกสูบ และลูกสูบสองชุดมีขนาดต่างกัน มีท่อต่อเชื่อมกันและมีของเหลวบรรจุอยู่ภายใน



รูปการทำงานของเครื่องอัดไฮดรอลิก

ให้ A และ a คือ พื้นที่หน้าตัดของลูกสูบใหญ่และลูกสูบเล็ก

F คือ แรงกดลูกสูบด้านพื้นที่หน้าตัด

W คือ น้ำหนักที่ต้องการจะยก

จากกฎของพาสคัลจะได้ว่า

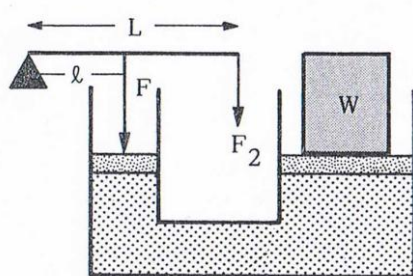
$$P_1 = P_2$$

$$\frac{F}{a} = \frac{W}{A} \dots\dots\dots(8)$$

การได้เปรียบเชิงกล $MA = \frac{W}{F} = \frac{A}{a} = \left(\frac{R}{r}\right)^2 = \left(\frac{D}{d}\right)^2 \dots\dots\dots(9)$

สูตรเครื่องอัดไฮดรอลิก หรือเครื่องอัดบาร์มาห์ ที่ไม่มีระบบคานโยกมาเกี่ยวข้อง สูตรนี้ใช้เมื่อเครื่องอัดมีประสิทธิภาพ 100 % ได้ $\frac{W}{F}$ เรียกว่าได้เปรียบเชิงกลตามปฏิบัติ (A.M.A.) ส่วน $\frac{A}{a}$ เรียกว่าได้เปรียบเชิงกลตามทฤษฎี (I.M.A.)

ถ้าเอาระบบคานโยกเข้ามาใส่ในเครื่องนี้ ดังรูป



จะได้ว่า

$$\frac{W}{F_2} = \frac{A}{a} \times \frac{L}{l} \dots\dots\dots(10)$$

$\frac{W}{F_2}$ คือ การได้เปรียบเชิงกลตามปฏิบัติของเครื่องทั้งหมด

$\frac{A}{a}$ คือ การได้เปรียบเชิงกลตามทฤษฎีของลูกสูบ

$\frac{L}{l}$ คือ การได้เปรียบเชิงกลตามทฤษฎีของคานโยก

$\frac{A}{a} \times \frac{L}{l}$ คือ การได้เปรียบเชิงกลตามทฤษฎีของเครื่องทั้งหมด

สูตรข้างต้น ใช้เมื่อเครื่องมีประสิทธิภาพ 100 %

ถ้าเครื่องมีประสิทธิภาพไม่ถึง 100 % ให้ใช้สูตรดังนี้

$$\text{ประสิทธิภาพ (Eff)} = \left[\frac{\frac{W}{F_2}}{\frac{A}{a} \times \frac{L}{l}} \right] \times 100 \dots\dots\dots(11)$$

แบบฝึกหัด 17.3

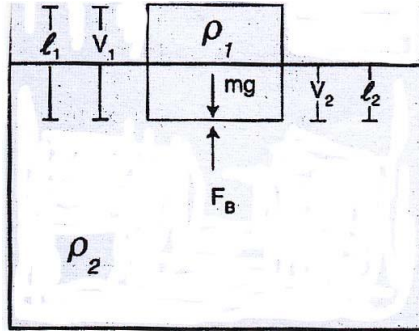
1. แม่แรงยกรถยนต์เครื่องหนึ่ง ลูกสูบใหญ่มีพื้นที่เป็น 200 เท่าของลูกสูบเล็ก ถ้าต้องการให้ แม่แรงยกรถมวล 1000 กิโลกรัม จะต้องออกแรงกดที่ลูกสูบเล็กเท่าไร (50 นิวตัน)
2. แม่แรงยกรถยนต์เครื่องหนึ่ง ลูกสูบใหญ่มีพื้นที่เป็น 100 เท่าของลูกสูบเล็ก ถ้าต้องการให้ แม่แรงยกรถมวล 2000 กิโลกรัม จะต้องออกแรงกดที่ลูกสูบเล็กเท่าไร
3. เครื่องยกไฮดรอลิกเครื่องหนึ่ง มีรัศมีลูกสูบใหญ่เป็น 5 เท่าของลูกสูบเล็ก จะต้องออกแรงกดที่ลูกสูบเล็กอย่างน้อยเท่าใดจึงจะสามารถยกมวล 1000 กิโลกรัมขึ้นได้ (400 นิวตัน)
4. เครื่องยกไฮดรอลิกเครื่องหนึ่ง มีรัศมีลูกสูบใหญ่เป็น 10 เท่าของลูกสูบเล็ก จะต้องออกแรงกดที่ลูกสูบเล็กอย่างน้อยเท่าใดจึงจะสามารถยกมวล 2000 กิโลกรัมขึ้นได้
5. เครื่องอัดบาร์มาห์ ลูกสูบใหญ่มีพื้นที่ 20 cm^2 พื้นที่สูบอัด 2.5 cm^2 คานโยกยาว 28 cm ระยะจากจุดพีดครัมถึงคานสูบอัด 2 cm ถ้าออกแรงกระทำที่ปลายคาน 20 นิวตัน จะสามารถยกน้ำหนักได้เท่าใด (2240 นิวตัน)
6. เครื่องอัดบาร์มาห์ ลูกสูบใหญ่มีพื้นที่ 40 cm^2 พื้นที่สูบอัด 2.5 cm^2 คานโยกยาว 20 cm ระยะจากจุดพีดครัมถึงคานสูบอัด 2 cm ถ้าออกแรงกระทำที่ปลายคาน 10 นิวตัน จะสามารถยกน้ำหนักได้เท่าใด
7. (มข.52) ลูกสูบใหญ่ของแม่แรงยกรถยนต์เครื่องหนึ่งมีพื้นที่เป็น 300 เท่าของลูกสูบเล็ก ถ้าต้องการยกรถยนต์ที่มีมวล 1500 กิโลกรัม ให้สูงขึ้นไปจากเดิม 80 เซนติเมตร จะต้องออกแรงที่ลูกสูบเล็กกี่นิวตัน และต้องทำงานทั้งหมด กี่จูล (กำหนดให้ $g = 10$ เมตรต่อวินาที²)

8. (มข.52) ลูกสูบใหญ่ของแม่แรงยกรถยนต์เครื่องหนึ่งมีพื้นที่เป็น 200 เท่าของลูกสูบเล็ก ถ้าต้องการยกรถยนต์ที่มีมวล 1600 กิโลกรัม ให้สูงขึ้นไปจากเดิม 50 เซนติเมตร จะต้องออกแรงที่ลูกสูบเล็กกี่นิวตัน และต้องทำงานทั้งหมด กี่จูล (กำหนดให้ $g = 10$ เมตรต่อวินาที²)
9. เครื่องไฮดรอลิกเครื่องหนึ่งให้ยกน้ำหนัก 2240 นิวตัน โดยผู้ใช้ออกแรงกดเท่ากับน้ำหนัก 5 นิวตัน ถ้าเส้นผ่านศูนย์กลางของลูกสูบใหญ่เป็น 8 เท่าของเส้นผ่านศูนย์กลางของลูกสูบเล็ก จงหาอัตราส่วนของแขนคานงัดที่ใช้กดลูกสูบ (7 : 1)
10. เครื่องไฮดรอลิกเครื่องหนึ่งให้ยกน้ำหนัก 3600 นิวตัน โดยผู้ใช้ออกแรงกดเท่ากับน้ำหนัก 6 นิวตัน ถ้าเส้นผ่านศูนย์กลางของลูกสูบใหญ่เป็น 10 เท่าของเส้นผ่านศูนย์กลางของลูกสูบเล็ก จงหาอัตราส่วนของแขนคานงัดที่ใช้กดลูกสูบ
11. เครื่องไฮดรอลิกเครื่องหนึ่งเส้นผ่านศูนย์กลางสูบอัด 2 cm เส้นผ่านศูนย์กลางสูบยก 50 cm ในการโยกแต่ละครั้งสูบอัดจะเคลื่อนที่ลง 7 cm จงหาว่าถ้าต้องการให้สูบยกเคลื่อนตัวสูงขึ้น 14 cm จะต้องโยกกี่ครั้ง (1250 ครั้ง)
12. เครื่องไฮดรอลิกเครื่องหนึ่งเส้นผ่านศูนย์กลางสูบอัด 5 cm เส้นผ่านศูนย์กลางสูบยก 50 cm ในการโยกแต่ละครั้งสูบอัดจะเคลื่อนที่ลง 10 cm จงหาว่าถ้าต้องการให้สูบยกเคลื่อนตัวสูงขึ้น 20 cm จะต้องโยกกี่ครั้ง
13. เครื่องอัดบาร์มาท์เครื่องหนึ่งลูกสูบยก และลูกสูบอัด มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 0.4 m และ 4 cm ตามลำดับ ก้านสูบอัดติดกับคานโยกที่อยู่ห่างจากจุดหมุน 20 cm ถ้าคานโยกยาว 80 cm ถ้าเราออกแรงกดที่คานโยก 5 นิวตัน สูบยกจะสามารถยกน้ำหนักได้เท่าไร (2000 นิวตัน)
14. เครื่องอัดบาร์มาท์เครื่องหนึ่งลูกสูบยกและลูกสูบอัด มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 0.6 m และ 6 cm ตามลำดับ ก้านสูบอัดติดกับคานโยกที่อยู่ห่างจากจุดหมุน 10 cm ถ้าคานโยกยาว 50 cm ถ้าเราออกแรงกดที่คานโยก 6 นิวตัน สูบยกจะสามารถยกน้ำหนักได้เท่าไร
15. เครื่องไฮดรอลิกเครื่องหนึ่งมีเส้นผ่านศูนย์กลางสูบอัดและลูกสูบยกเป็น 1 cm และ 10 cm ตามลำดับ ที่ก้านสูบอัดมีคานอีกอันหนึ่งที่มีแขนคานเป็นอัตราส่วน 15 : 1 ถ้าออกแรงที่ปลายคาน 10 N จะสามารถยกน้ำหนักได้ 12,000 N จงหาประสิทธิภาพของเครื่องอัดนี้เป็นกี่ เปอร์เซ็นต์ (80%)
16. เครื่องไฮดรอลิกเครื่องหนึ่งมีเส้นผ่านศูนย์กลางสูบอัดและลูกสูบยกเป็น 2 cm และ 20 cm ตามลำดับ ที่ก้านสูบอัดมีคานอีกอันหนึ่งที่มีแขนคานเป็นอัตราส่วน 20 : 1 ถ้าออกแรงที่ปลายคาน 50 N จะสามารถยกน้ำหนักได้ 15,000 N จงหาประสิทธิภาพของเครื่องอัดนี้เป็นกี่เปอร์เซ็นต์

17.4 แรงลอยตัวและหลักของอาร์คิมิดีส

ถ้าหากเราชั่งน้ำหนักวัตถุในขณะที่จุ่มอยู่ในของเหลว จะพบว่าน้ำหนักวัตถุขณะนั้นจะน้อยกว่าน้ำหนักวัตถุที่ชั่งในอากาศ ทั้งนี้เพราะของเหลวออกแรงพยุงวัตถุไว้ในทิศขึ้นข้างบน เรียกแรงนี้ว่าแรงลอยตัวของของเหลว (Buoyant Force , B)

หลักของอาร์คิมิดีส กล่าวว่า วัตถุใด ๆ ที่จุ่มอยู่ในของเหลวทั้งก้อนหรือจุ่มอยู่เพียงบางส่วน จะถูกแรงลอยตัวกระทำและขนาดของแรงลอยตัวนั้นจะเท่ากับขนาดของน้ำหนักรวมของของเหลวที่ถูกวัตถุแทนที่
แรงลอยตัว คือ แรงที่ของเหลวพยายามยกตัววัตถุขึ้นมา



หลักสมมูล แรงรวมขึ้น = แรงรวมลง

$$F_B = mg$$

$$\rho_1 V_1 = \rho_2 V_2 \dots\dots\dots(12)$$

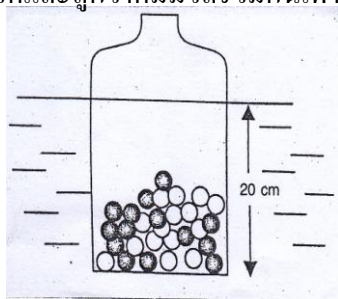
$$\rho_1 \ell_1 = \rho_2 \ell_2 \dots\dots\dots(13)$$

กำหนดให้ F_B = แรงลอยตัว ρ_1 = ความหนาแน่นวัตถุ ρ_2 = ความหนาแน่นของเหลว
 V_1 = ปริมาตรทั้งหมด V_2 = ปริมาตรที่จุ่ม ℓ_1 = ความยาวทั้งหมด
 ℓ_2 = ความยาวที่จุ่ม g = ความเร่งโน้มถ่วง

แบบฝึกหัด 17.4

1. (ข้อสอบปรับตรง ม. ขอนแก่น) ขวดใส่ลูกกวาดทรงกระบอกใบหนึ่งมีเส้นผ่าศูนย์กลาง 10 เซนติเมตร ลอยอยู่ในน้ำดังรูป จงคำนวณว่าขวดและลูกกวาดมีมวลรวมกันเท่ากับเท่าไร

1. 780 g
2. 1180 g
3. 1571 g
4. 1960 g

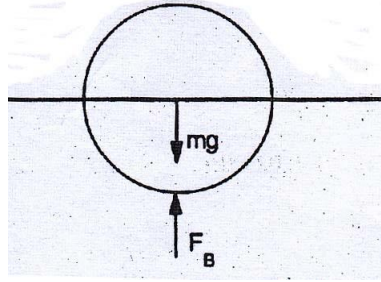


2. (ข้อสอบเข้ามหาวิทยาลัย) น้ำแข็งมีความหนาแน่น $0.92 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ลอยอยู่ในน้ำทะเลที่มีความหนาแน่น $1.04 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ จงหาว่า น้ำแข็งจมน้ำเป็นปริมาตรกี่เปอร์เซ็นต์

1. 86.9 เปอร์เซ็นต์ 2. 87.7 เปอร์เซ็นต์ 3. 88.5 เปอร์เซ็นต์ 4. 89.0 เปอร์เซ็นต์

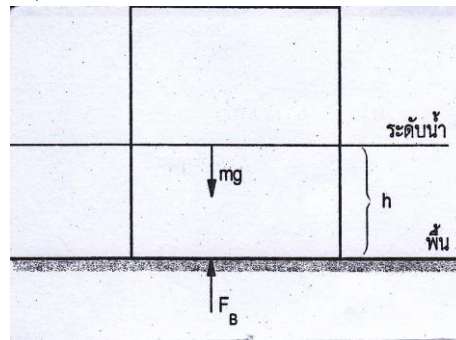
3. (ข้อสอบเข้ามหาวิทยาลัย) วัตถุทรงกลมตันลูกหนึ่งลอยอยู่ในของเหลว โดยจมลงไปครึ่งลูกพอดี กำหนดว่าของเหลวมีความหนาแน่น 1.2 กรัมต่อลูกบาศก์เซนติเมตร จงหาว่าความหนาแน่นของวัตถุมีค่าเท่าใด

1. 0.6 g/cm^3
 2. 0.8 g/cm^3
 3. 0.9 g/cm^3
 4. 1.0 g/cm^3

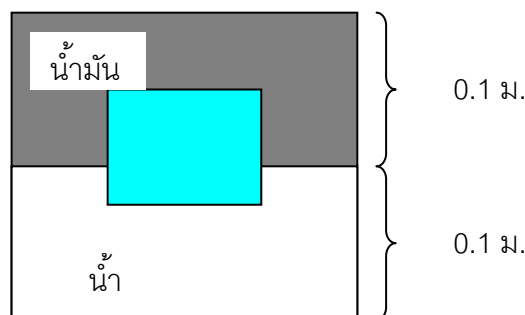


4. (ข้อสอบเข้ามหาวิทยาลัย) ลูกบาศก์มีฝาปิดวางอยู่บนพื้น แต่ละด้านยาว 0.5 เมตร หนัก 200 นิวตัน วันหนึ่งฝนตกน้ำท่วม ระดับน้ำจะต้องสูงจากพื้นเท่าใด ถึงจะเริ่มลอย (ให้ความหนาแน่นของน้ำเท่ากับ 1,000 กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร)

1. 0.01 m
 2. 0.04 m
 3. 0.08 m
 4. 0.25 m



5. ไม้รูปลูกบาศก์ยาวด้านละ 0.1 เมตร ลอยระหว่างน้ำและน้ำมัน ดังรูป ด้านล่างอยู่ต่ำกว่าผิวน้ำ 0.02 เมตร น้ำมันมีความหนาแน่น 600 kg/m^3 จงหา ก. น้ำหนักของไม้
 ข. ความดันเกจที่ด้านล่างของไม้



6. (มข.51) วัตถุรูปลูกบาศก์ยาวด้านละ 10 เซนติเมตร ความหนาแน่น 800 กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร ลอยอยู่ในน้ำที่บรรจุในภาชนะหนึ่ง ถ้าผิวบนของวัตถุอยู่ในแนวระดับ จงหาว่าผิวบนของวัตถุนี้จะอยู่สูงกว่าผิวน้ำเท่าใด กำหนดให้ ความหนาแน่นของน้ำ เท่ากับ 1,000 กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร

1. 8 เซนติเมตร

2. 6 เซนติเมตร

3. 4 เซนติเมตร

4. 2 เซนติเมตร

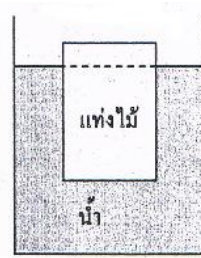
7. (มข.53) แท่งไม้ลอยในน้ำที่มีความหนาแน่น 1.0×10^3 กิโลกรัม/ลูกบาศก์เมตร พบว่าแท่งไม้ลอยเหนือน้ำ ร้อยละ 20 จงหา ความหนาแน่นของแท่งไม้

1. 80×10^3 กิโลกรัม/ลูกบาศก์เมตร

2. 20×10^3 กิโลกรัม/ลูกบาศก์เมตร

3. 0.8×10^3 กิโลกรัม/ลูกบาศก์เมตร

4. 0.2×10^3 กิโลกรัม/ลูกบาศก์เมตร



8. (มข.54) นำไม้รูปลูกบาศก์มีความยาวด้านละ 0.5 เมตร มีความหนาแน่น 800 กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร ไปลอยน้ำที่มีความหนาแน่น 1000 กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร จะต้องใช้แรงเท่าใดกดที่แท่งไม้ เพื่อให้แท่งไม้จมมิดน้ำพอดี(กำหนดให้ ความเร่งโน้มถ่วงของโลก เท่ากับ 10 เมตรต่อวินาที²)

1. 125 นิวตัน

2. 250 นิวตัน

3. 375 นิวตัน

3. 500 นิวตัน

17.5 ความตึงผิว (Surface tension)

ความตึงผิว หมายถึง อัตราส่วนของแรงที่กระทำไปตามผิวของเหลวต่อความยาวของผิวที่ถูกแรงกระทำ ความยาวนี้ต้องตั้งฉากกับแรงด้วย มีหน่วยเป็น นิวตันต่อตารางเมตร

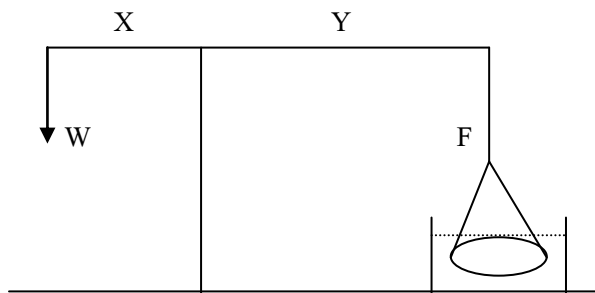
แรงตึงผิวของของเหลว หมายถึง แรงชนิดหนึ่งที่พยายามยึดผิวของเหลวไว้ แรงตึงผิวของของเหลวจะมีทิศขนานกับผิวของของเหลวและตั้งฉากกับเส้นขอบที่ของเหลวสัมผัส

- ให้ F คือ ขนาดของแรงตึงผิว
 γ คือ แรงตึงผิวของของเหลว
 l คือ ความยาวของเส้นผิวที่ขาด

$$\gamma = \frac{F}{l} \dots\dots\dots(12)$$

- เพิ่มเติม 1. ค่าความตึงผิวของของเหลวแต่ละชนิดจะมีค่าไม่เท่ากัน
 2. สำหรับของเหลวชนิดเดียวกันค่าความตึงผิวจะเปลี่ยนไป เมื่อมีสารมาเจือปน เช่น น้ำสบู่ น้ำเกลือ จะมีความตึงผิวน้อยกว่าความตึงผิวของน้ำ
 3. ค่าความตึงผิวจะลดลงเมื่ออุณหภูมิของของเหลวเพิ่มขึ้น

การหาค่าความตึงผิว

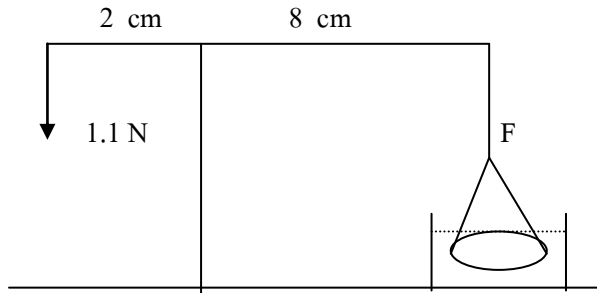


$$\gamma = \frac{F}{2l} = \frac{F}{2(2\pi r)} \dots\dots\dots(13)$$

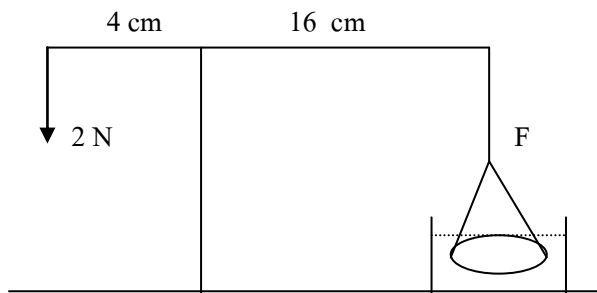
หา F จาก $F.Y = W.X$

แบบฝึกหัด 17.5

1. ถ้ารัศมีของห่วงเท่ากับ 5 cm และห่วงหลุดจากผิวปรอทพอดีความตึงผิวของปรอทเป็นเท่าใด



2. ถ้ารัศมีของห่วงเท่ากับ 7 cm และห่วงหลุดจากผิวปรอทพอดี ความตึงผิวของปรอทเป็นเท่าใด



17.6 ความหนืด

แรงหนืด คือ แรงเสียดทานภายในของไหล หรือแรงต้านทานการเคลื่อนที่ของวัตถุที่เกิดภายในของไหลนั้น ซึ่งจะเป็นสัดส่วนโดยตรงกับความเร็วพื้นที่ผิวของของไหล และเป็นปฏิภาคกลับความหนาของของไหล

ความหนืด (η) คือ คุณสมบัติของของไหลในการต้านการเคลื่อนที่ของวัตถุในของไหลนั้น มีหน่วยเป็น นิวตัน-วินาทีต่อตารางเมตร ($N \cdot s / m^2$)

ความหนืดในของเหลวเกิดจากแรงดึงดูดระหว่างโมเลกุล ซึ่งจะมีค่าลดลงเมื่อของเหลวมีอุณหภูมิสูงขึ้น

ความหนืดในอากาศ ซึ่งโมเลกุลของมันอยู่ห่างกันมาก เกิดการถ่ายเทโมเมนตัม ซึ่งจะมีค่าความหนืดเพิ่มขึ้น เมื่ออุณหภูมิของอากาศสูงขึ้น

ของไหลที่มีความหนืดสูงจะเคลื่อนที่ได้ช้ากว่าของไหลที่มีความหนืดต่ำ ในเครื่องกลชนิดต่าง ๆ เราใช้น้ำมันหล่อลื่นชนิดต่าง ๆ กัน ความหนืดของน้ำมันหล่อลื่นมีหน่วยเป็น SAE ย่อมาจาก The Society of Automotive Engineering

การพิจารณาแรงหนืดและความหนืด

ถ้าของเหลวสองชั้นมีพื้นที่ A เท่ากัน กำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็วสัมพัทธ์ v โดยมีระยะระหว่างชั้นมีค่าเป็น d

$$\eta = \frac{Fd}{Av} \dots\dots\dots(14)$$

เพิ่มเติม บางกรณีความหนืดใช้หน่วยเป็น Poise (ปอยส์) ซึ่งย่อมาจาก Poiseville

$$1 \text{ Poise} = 10^{-1} \text{ N}\cdot\text{S}/\text{m}^2$$

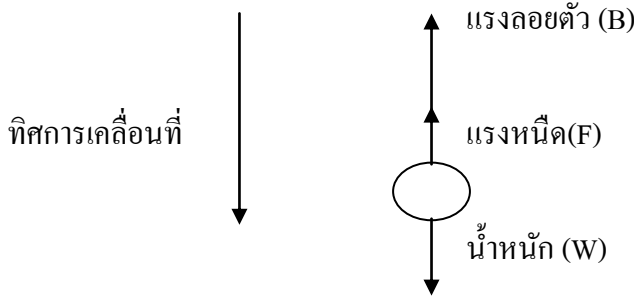
กฎของสโตกส์ (Stokes Law)

สำหรับของไหลอุดมคติ(ไม่มีความหนืด) ไหลผ่านลูกทรงกลม หรือลูกทรงกลมเคลื่อนที่ผ่านของไหลที่อยู่นิ่ง ความดันของกระแสดิ่งบนเท่ากับความดันกระแสดิ่งล่าง ทำให้แรงลัพธ์เป็นศูนย์ ถ้าของไหลมีความหนืด ก็จะมีแรงเนื่องจากความหนืดมาฉุดให้เคลื่อนที่ช้าลง

สำหรับทรงกลมรัศมี r ซึ่งเคลื่อนที่ผ่านของไหลที่มีสัมประสิทธิ์แห่งความหนืด η และ v เป็นความเร็วของทรงกลมสัมพัทธ์กับของไหล แรงต้านการเคลื่อนที่ F คือ

$$F = 6\pi\eta vr \dots\dots\dots(15)$$

แรงที่กระทำกับวัตถุที่เคลื่อนที่ในของไหล



เมื่อวัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่

$$B + F = mg$$

$$\rho Vg + 6\pi\eta vr = mg$$

$$\eta = \frac{mg - \rho \frac{4}{3} \pi r^3 g}{6\pi vr} \dots\dots\dots(16)$$

แบบฝึกหัด 17.6

1. แผ่นสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด $0.1 \times 0.1 \text{ m}^2$ วางขนานกับผิวในแนวระดับขนาดใหญ่ระหว่างแผ่นทั้งสองของเหลวที่มีความหนืด 0.05 พาสคัล-วินาที โดยแผ่นทั้งสองอยู่ห่างกัน 1 mm เมื่อมีแรงกระทำตามแนวผิวของแผ่นบน(แรงเฉือน) ขนาด $5 \times 10^{-3} \text{ N}$ จงหาว่าแผ่นสี่เหลี่ยมนี้เคลื่อนที่ด้วยความเร็วเท่าไร
2. แผ่นสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด $0.2 \times 0.2 \text{ m}^2$ วางขนานกับผิวในแนวระดับขนาดใหญ่ ระหว่างแผ่นทั้งสองของเหลวที่มีความหนืด 0.01 พาสคัล-วินาที โดยแผ่นทั้งสองอยู่ห่างกัน 2 mm เมื่อมีแรงกระทำตามแนวผิวของแผ่นบน(แรงเฉือน) ขนาด $8 \times 10^{-3} \text{ N}$ จงหาว่าแผ่นสี่เหลี่ยมนี้เคลื่อนที่ด้วยความเร็วเท่าไร

17.7 พลศาสตร์ของของไหล

เราได้ศึกษาสมบัติบางประการของของไหล เช่น ความดัน แรงลอยตัว เป็นต้น ซึ่งเป็นการศึกษาของไหลที่อยู่นิ่ง สำหรับของไหลที่มีการเคลื่อนที่ เช่น พัดลม การไหลของน้ำในท่อ ความดันของของไหลเหล่านั้นจะเปลี่ยนอย่างไรหรือไม่ จะได้ศึกษาต่อไปนี้

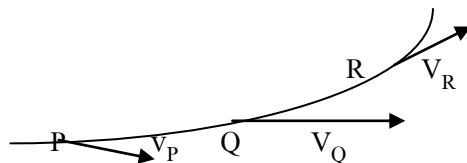
17.7.1 ของไหลอุดมคติ

การเคลื่อนที่ของของไหลเป็นการเคลื่อนที่ที่ซับซ้อน เพื่อให้การศึกษากการเคลื่อนที่ของของไหลไม่ยุ่งยาก เราจะพิจารณา **ของไหลอุดมคติ(ideal fluid)** หมายถึง ซึ่งมีสมบัติดังนี้

1. **มีการไหลอย่างสม่ำเสมอ (steady flow)** หมายถึงความเร็วของทุกอนุภาค ณ ตำแหน่งต่างๆ ในการไหลมีค่าคงตัว โดยความเร็วของอนุภาคของของไหลเมื่อไหลผ่านจุดต่าง ๆ กันจะเท่ากันหรือต่างกันได้
2. **มีการไหลโดยไม่หมุน (irrotational flow)** กล่าวคือในบริเวณโดยรอบจุดหนึ่ง ๆ ในของไหลจะไม่มีอนุภาคของของไหลเคลื่อนที่ด้วยความเร็วเชิงมุมรอบจุดนั้น ๆ เลย
3. **มีการไหลโดยไม่มีแรงต้านเนื่องจากความหนืด (nonviscous flow)** หมายความว่า ไม่มีแรงต้านใด ๆ ภายในเนื้อของของไหลมากระทำต่ออนุภาคของของไหล
4. **ไม่สามารถอัดได้ (incompressible flow)** หมายความว่า ของไหลมีปริมาตรคงตัวโดยปริมาตรของของไหลแต่ละส่วนไม่ว่าจะไหลผ่านบริเวณใดก็ยังคงมีความหนาแน่นเท่าเดิม

17.7.2 การไหลของของไหลอุดมคติ

พิจารณาการไหลของของไหลในอุดมคติ



จากรูป แสดงเส้นทางของอนุภาคของของไหลเมื่อมีการเคลื่อนที่ผ่านจุด P, Q, R เส้นทางเดินนี้เรียกว่า **สายกระแส**

- สายกระแสนานกับความยาวของอนุภาคของของไหลที่แต่ละตำแหน่ง
- สายกระแสจะไม่ตัดกัน
- สายกระแสนั้นประกอบกันเป็นมัดเราเรียกว่า **หลอดการไหล**

17.7.3 สมการความต่อเนื่อง

ให้ V_1 = ความเร็วของอนุภาคของของไหลที่จุดที่ 1

V_2 = ความเร็วของอนุภาคของของไหลที่จุดที่ 2

A_1 = พื้นที่หน้าตัดของหลอดที่ตั้งฉากกับสายกระแสที่จุดที่ 1

$A_2 =$ พื้นที่หน้าตัดของหลอดที่ตั้งฉากกับสายกระแสที่จุดที่ 2

$\rho_1 =$ ความหนาแน่นของของไหลที่จุดที่ 1

$\rho_2 =$ ความหนาแน่นของของไหลที่จุดที่ 2

$R_1 =$ รัศมีของท่อที่จุดที่ 1

$R_2 =$ รัศมีของท่อที่จุดที่ 2

$D_1 =$ เส้นผ่าศูนย์กลางกลางของท่อที่จุดที่ 1

$D_2 =$ เส้นผ่าศูนย์กลางกลางของท่อที่จุดที่ 2

$Q =$ อัตราการไหล

จาก $\rho_1 A_1 V_1 = \rho_2 A_2 V_2 \dots\dots\dots(18)$

$\rho AV =$ ค่าคงตัว $\dots\dots\dots(19)$

แต่ $\rho_1 = \rho_2$

จะได้ $A_1 V_1 = A_2 V_2 \dots\dots\dots(20)$

$R_1^2 v_1 = R_2^2 v_2 \dots\dots\dots(21)$

$D_1^2 v_1 = D_2^2 v_2 \dots\dots\dots(22)$

จาก (20) จะได้ว่า

$AV =$ ค่าคงตัว $= Q \dots\dots\dots(23)$

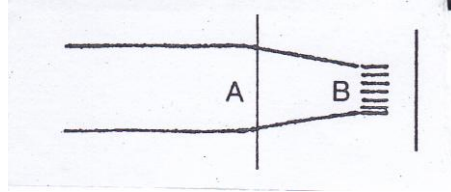
ผลคูณของ AV เรียกว่า อัตราการไหล มีหน่วยเป็นลูกบาศก์เมตร / วินาที

แบบฝึกหัด

1. น้ำมันไหลในท่อที่มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 75 มิลลิเมตร ด้วยความเร็วเฉลี่ย 4 เมตรต่อวินาที จงหาอัตราการไหล (0.018 ลูกบาศก์เมตรต่อวินาที)
2. น้ำมันไหลในท่อที่มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 28 มิลลิเมตร ด้วยความเร็วเฉลี่ย 6 เมตรต่อวินาที จงหาอัตราการไหล
3. ถ้าอัตราเร็วของน้ำในท่อที่มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 150 มิลลิเมตร ด้วยความเร็วเฉลี่ย 1.5 เมตรต่อวินาที จงหาความเร็วเฉลี่ยเมื่อน้ำผ่านท่อที่มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 75 มิลลิเมตร (6 เมตรต่อวินาที)
4. ถ้าอัตราเร็วของน้ำในท่อที่มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 140 มิลลิเมตร ด้วยความเร็วเฉลี่ย 1.2 เมตรต่อวินาที จงหาความเร็วเฉลี่ยเมื่อน้ำผ่านท่อที่มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 60 มิลลิเมตร

5. (ข้อสอบพื้นฐานวิเศษ) ท่อน้ำดับเพลิงแสดงดังรูป จงหาความเร็วของน้ำที่พุ่งออกจากปลายท่อที่ B เมื่อความเร็วของน้ำที่ A เท่ากับ 5 เมตรต่อวินาที กำหนดให้เส้นผ่านศูนย์กลางของท่อ A และ B เท่ากับ 8 เซนติเมตร และ 4 เซนติเมตร ตามลำดับ

1. 10 เมตรต่อวินาที
2. 15 เมตรต่อวินาที
3. 20 เมตรต่อวินาที
4. 25 เมตรต่อวินาที



6. (มข.50) น้ำไหลลงมาตามสายยางที่มีพื้นที่หน้าตัดเป็นวงกลมขนาด 1.0 cm^2 ด้วยอัตราเร็ว 4.0 m/s จงหาอัตราเร็วของน้ำในสายยางดังกล่าวถ้าขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของสายยางลดลงเป็น $\frac{1}{2}$ เท่าของค่าเดิม

- | | |
|----------------------|----------------------|
| 1. 1.0 m/s | 2. 4.0 m/s |
| 3. 8.0 m/s | 4. 16 m/s |

7. (มข.53) ท่อน้ำที่จุด A มีรัศมีเป็น 2 เท่าของจุด B ถ้าอัตราเร็วของน้ำที่จุด A เป็น 5 เมตร/วินาที อัตราเร็วที่จุด B จะเป็นกี่เมตร/วินาที

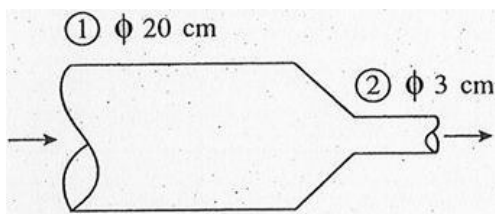
1. 10
2. 20
3. 25
4. 50



8. (มข.54) ถ้าน้ำในท่อประปาที่ไหลผ่านมาตรวัดเข้าบ้าน มีอัตราการไหล 60 ลิตรต่อนาที จงหาอัตราเร็วของน้ำในท่อประปาเมื่อไหลผ่านท่อที่มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 2 เซนติเมตร

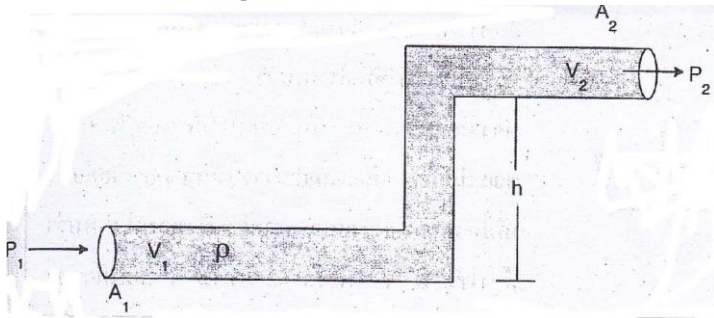
- | | |
|-----------------------------------|-----------------------------------|
| 1. $\frac{10}{\pi}$ เมตรต่อวินาที | 2. $\frac{15}{\pi}$ เมตรต่อวินาที |
| 3. $\frac{20}{\pi}$ เมตรต่อวินาที | 4. $\frac{25}{\pi}$ เมตรต่อวินาที |

9. (Ent) น้ำไหลเข้าท่อด้วยอัตราคงที่ 50 kg/s จงหาผลต่างของความเร็วเฉลี่ยที่จุดที่ 1 และจุดที่ 2 ดังรูป เมื่อความหนาแน่นของน้ำมีค่าเท่ากับ 1000 kg/m^3



1. 1.6 m/s
2. 10.9 m/s
3. 50.8 m/s
4. 69.1 m/s

17.7.4 สมการของแบร์นูลลี



กำหนดให้

P = ความดัน

ρ = ความหนาแน่น

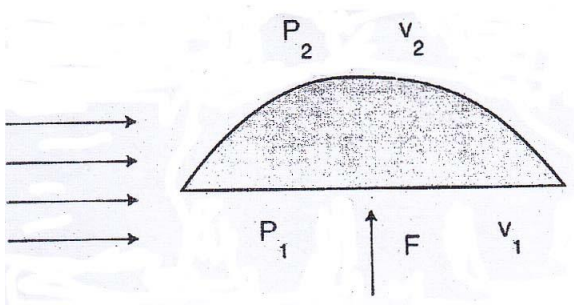
v = อัตราเร็ว

h = ความสูง

สูตร $P_1 + E_{p1} + E_{k1} = P_2 + E_{p2} + E_{k2}$ (24)

$$P_1 + \rho gh_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \rho gh_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$
(25)

แรงยกของปีกเครื่องบิน



กำหนดให้

F = แรงยกปีก

v = ความเร็วลม

ρ = ความหนาแน่นอากาศ

A = พื้นที่ปีก

สูตร $F = \Delta P A$

$$F = (P_1 - P_2) A$$

$$F = \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) A$$

ที่ด้านบน v มาก P น้อย ที่ด้านล่าง v น้อย P มาก

17.7.5 การประยุกต์สมการแบร์นูลลี

สมการของแบร์นูลลีสามารถอธิบายปรากฏการณ์ต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่ของของไหลได้หลายเรื่อง เช่น การหาอัตราเร็วของของเหลวที่พุ่งออกจากรูเล็ก ๆ การทำงานของเครื่องพ่นสี และการออกแบบปีกเครื่องบิน เป็นต้น

อัตราการไหลที่ปากท่อมีค่าเดียวกันกับอัตราเร็วของเทหวัดดู เมื่อปล่อยให้ตกอย่างเสรีจากที่สูง ทฤษฎีนี้เรียกว่า ทฤษฎีของทอริเชลลี ไม่จำกัดว่ารูรั่วหรือท่อจะต้องเปิดที่ก้นแท็งก์ อาจให้รูรั่วที่ข้าง ๆ แท็งก์ก็ได้ แต่ให้รูรั่วอยู่ใต้ผิวของไหล h

$$v = \sqrt{2gh}$$
(26)

แบบฝึกหัด

- จงหาปริมาตรของน้ำผ่านรูรั่วของถังน้ำต่อนาทีที่มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 25 มิลลิเมตรและระดับน้ำที่รูรั่วสูงจากผิวน้ำ 4.9 เมตร ใช้ $g = 9.8 \text{ m/s}^2$

ก. $0.05 \text{ m}^3 \cdot \text{min}^{-1}$ ข. $0.10 \text{ m}^3 \cdot \text{min}^{-1}$ ค. $0.29 \text{ m}^3 \cdot \text{min}^{-1}$ ง. $0.30 \text{ m}^3 \cdot \text{min}^{-1}$
- ในการออกแบบเครื่องบินให้มีแรงยกขึ้น 900 นิวตันต่อตารางเมตรของพื้นที่ปีกโดยถือว่าลมที่พัดผ่านสมำเสมอถ้าลมที่พัดได้ปีกมีอัตราเร็ว 100 เมตรต่อวินาทีจงหาความเร็วของลมเหนือปีกเครื่องบินเพื่อให้ได้แรงยกตามต้องการ กำหนดให้อากาศมีความหนาแน่น 1.3 กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร

ก. 100.6 m/s ข. 105.6 m/s ค. 1106.6 m/s **ง. 106.7 m/s**
- อัตราเร็วของลมพายุที่พัดเหนือหลังคาบ้านหลังหนึ่งเป็น 30 เมตรต่อวินาทีถ้าหลังคาบ้านมีพื้นที่ 175 ตารางเมตรแรงยกที่กระทำกับหลังคาบ้านเท่าใด กำหนดให้ความหนาแน่นของอากาศขณะนั้นเท่ากับ 0.3 กิโลกรัมต่อเมตรและ $g = 10 \text{ m/s}^2$

ก. 26352 นิวตัน ข. 25632 นิวตัน **ค. 23625 นิวตัน** ง. 23652 นิวตัน
- พายุไซโคลนพัดผ่านบ้านหลังหนึ่งโดยมีอัตราเร็วลมเหนือหลังคาบ้านเป็น 40 เมตรต่อวินาทีโดยพื้นที่ของหลังคาบ้านเป็น 200 ตารางเมตรและความหนาแน่นอากาศเป็น 0.3 กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตรจงหาแรงยกที่กระทำต่อหลังคาบ้าน

ก. 24,000 นิวตัน ข. 40,000 นิวตัน **ค. 48,000 นิวตัน** ง. 55,000 นิวตัน
- เครื่องบินลำหนึ่งขณะที่กำลังบินความเร็วอากาศที่พัดผ่านส่วนบนของปีกเท่ากับ 110 เมตรต่อวินาทีผ่านส่วนล่างของปีก 100 เมตรต่อวินาทีจะทำให้แรงยกขึ้นมีขนาดกี่นิวตันต่อตารางเมตรกำหนดให้ความหนาแน่นของอากาศขณะนั้นเท่ากับ 1.3 กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร

ก. 1235.0 ข. 133.25 ค. 1365.0 **ง. 2665.0**
- (มข.54) ถังน้ำมันขนาดใหญ่มีรูรั่วที่ระยะลึก 10 เมตร จากผิวน้ำมัน ถังน้ำมันปิดสนิทและความดันที่ผิวน้ำมันเท่ากับ 3×10^5 พาสคัล และความดันบรรยากาศเท่ากับ 1.0×10^5 พาสคัลจงหาอัตราเร็วของน้ำมันที่พุ่งออกจากถัง(กำหนดให้ ความหนาแน่นของน้ำมันเท่ากับ 500 กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร และความเร่งโน้มถ่วงของโลก เท่ากับ 10 เมตรต่อวินาที²)

 - 10 เมตรต่อวินาที
 - $10\sqrt{10}$ เมตรต่อวินาที**
 - $10\sqrt{5}$ เมตรต่อวินาที
 - $10\sqrt{2}$ เมตรต่อวินาที
- แท่งค้ำน้ำเปิดสูง 1.5 เมตร มีน้ำอยู่ 1.25 เมตร ที่ก้นแท่งค้ำด้านข้างมีท่อเปิดอยู่และแท่งค้ำน้ำตั้งอยู่สูงจากพื้น 5 เมตรจงหา ก. อัตราเร็วของน้ำที่พุ่งออกจากท่อด้านล่าง ข. น้ำพุ่งออกไปในแนวราบได้ไกลเท่าไร

ก. $V_2=5\text{m/s}$ $S_x=5\text{m}$ ข. $V_2=4\text{m/s}$ $S_x=4\text{m}$ ค. $V_2=6\text{m/s}$ $S_x=6\text{m}$ ง. $V_2=8\text{m/s}$ $S_x=8\text{m}$
- ถังน้ำเปิดสูง 2 เมตรบรรจุน้ำอยู่เต็มถึงตั้งบนฐานสูง 3.8 เมตร ถ้าเจาะรูด้านข้างถังโดยสูงจากก้นถังขึ้นมา 1.2 เมตร จงหาว่าน้ำจะพุ่งออกจากรูที่เจาะด้วยความเร็วเท่าไร

ก. **4.0 m/s** ข. 4.9 m/s ค. 6.8 m/s ง. 10.0 m/s