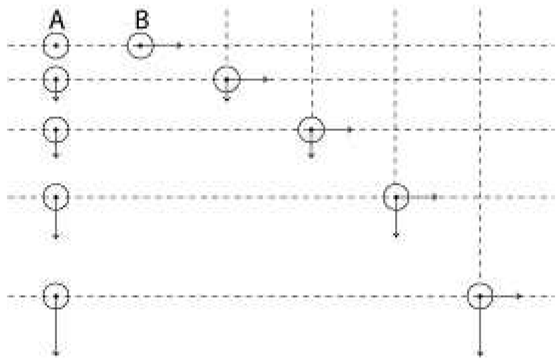
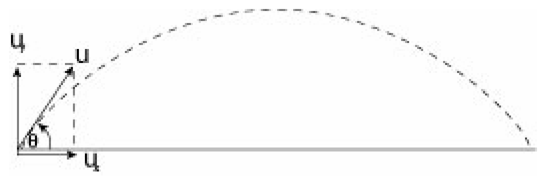
บทที่ 4 การเคลื่อนที่แบบต่าง ๆ

4.1 การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ (Projectile motion)

การเคลื่อนที่ในลักษณะนี้เป็นการเคลื่อนที่ของวัตถุในแนวโค้ง ภายใต้การกระทำของแรงที่คงตัว เช่น ถ้าขว้างวัตถุออกไปในแนวราบขนานกับพื้น พบว่าวัตถุจะถูกแรงโน้มถ่วงของโลก หรือน้ำหนัก (mg) ซึ่งเป็นแรงคงตัวกระทำต่อวัตถุตลอดแนวการเคลื่อนที่ของวัตถุจะเป็นแนวโค้งลงสู่พื้นดิน เป็นต้น

สมมุติให้มีวัตถุ A และ B เหมือนกันทุกประการไม่ว่าจะเป็นขนาด มวล ชนิดของวัสดุที่ประกอบขึ้นมา ปล่อยให้วัตถุ A ตกจากที่สูงจากพื้นระดับหนึ่ง พร้อมกับขว้างวัตถุ B ที่ระดับความสูงเดียวกันไปในแนวราบด้วยอัตราเร็วต้นค่าหนึ่ง หากพิจารณาตำแหน่งของวัตถุ A และ B ที่ตกลงมาในแต่ละช่วงเวลา จะเป็นไปดังภาพ





การเคลื่อนที่ในแนวราบ : วัตถุจะมีความเร็วคงตัว $\mathbf{u_x}$

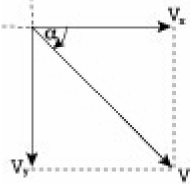
โดย $$\mathbf{u_x} = u\cos\theta$$

$$\mathbf{s_x} = \mathbf{u_x}t$$

การเคลื่อนที่ในแนวดิ่ง : วัตถุจะมีความเร็วไม่คงตัว โดยมีความเร็วต้น uy และความเร่งเท่ากับความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก

โดย $$\mathbf{u_y} = u\sin\theta$$

ความเร็วของวัตถุ ณ ตำแหน่งใดๆ



ขนาด $$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

ทิศทาง $$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{\mathbf{v_y}}{\mathbf{v_x}}\right)$$

4.2 การเคลื่อนที่เป็นวงกลม (circular motion)

การเคลื่อนที่เป็นวงกลมมีลักษณะสำคัญ คือ จะมีการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งของวัตถุรอบจุดคงที่จุดหนึ่ง ซึ่งเรียกว่า จุดศูนย์กลางการเคลื่อนที่ เป็นระยะคงตัวค่าหนึ่งโดยเรียกระยะห่างจากจุดศูนย์กลางการเคลื่อนที่ไปยังตำแหน่งของวัตถุว่า **รัศมีการเคลื่อนที่** (R)

1. นิยามค่าระยะทางเชิงมุม (θ) เป็นค่ามุมที่กวาดไปได้จากการเคลื่อนที่เป็นวงกลมได้ ระยะทางตามแนวเส้นโค้ง s และมีรัศมีการเคลื่อนที่ R ดังความสัมพันธ์ ดังนี้

$$\boxed{\theta = \frac{s}{R}}$$

โดย θ มีหน่วยเป็นเรเดียน (rad)

2. นิยามของอัตราเร็วเชิงมุม (ω) เป็นอัตราการเปลี่ยนแปลงระยะทางเชิงมุมต่อหนึ่งหน่วยเวลา ดังความสัมพันธ์ ดังนี้

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

โดย มีหน่วยเป็นเรเดียนต่อวินาที (rad/s)

จากนิยามของอัตราเร็วเชิงเส้น $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ ความเร็วเชิงเส้นนี้จะมีความสัมพันธ์กับอัตราเร็วเชิงมุมอย่างไร

($\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{1}{R}\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{v}{R}$

หรือ $v = \omega R$)

3. นิยามของอัตราเร่งเชิงมุม (α) เป็นอัตราการเปลี่ยนแปลงอัตราเร็วเชิงมุมต่อหนึ่งหน่วยเวลาดังความสัมพันธ์ ดังนี้

$$\boxed{\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}}$$

โดย มีหน่วยเป็นเรเดียนต่อวินาทีกำลังสอง (rad/s^2)

จากนิยามของอัตราเร่งเชิงเส้น $a = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ อัตราเร่งเชิงเส้นนี้จะมีความสัมพันธ์กับอัตราเร่งเชิงมุมอย่างไร

($\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{1}{R}\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{a}{R}$

หรือ $v = \alpha R$)

4. นิยามค่าคาบ (T) คือเวลาที่วัตถุใช้ในการเคลื่อนที่ได้ 1 รอบ และค่าความถี่ (f) คือจำนวนรอบที่วัตถุเคลื่อนที่ได้ในเวลา 1 วินาที

คาบและความถี่มีความสัมพันธ์กันอย่างไร ($\mathbf{f = \frac{1}{T}, T = \frac{1}{f}}$)

5. เมื่อวัตถุเคลื่อนที่ครบ 1 รอบ วัตถุจะมีความสัมพันธ์ระหว่างอัตราเร็วเชิงเส้น (v) กับความถี่และคาบอย่างไร

($\mathbf{v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\pi\pi}{T} = 2\pi\pi R}$)

6. เมื่อวัตถุเคลื่อนที่ครบ 1รอบ วัตถุจุมีความสัมพันธ์ระหว่างอัตราเร็วเชิงมุม (ω) กับความถี่และคาบอย่างไร

($\mathbf{\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\pi}$)

สรุปความสัมพันธ์ของปริมาณที่ใช้ในการอธิบายการเคลื่อนที่เป็นวงกลม

$$s = \theta R, \quad v = \omega R, \quad a = \alpha R$$

$$f = \frac{1}{T}, \quad T = \frac{1}{f}$$

$$v = \frac{2\pi\pi}{T} = 2\pi\pi R$$

$$\omega = \frac{2\pi\pi}{T} = 2\pi\pi$$

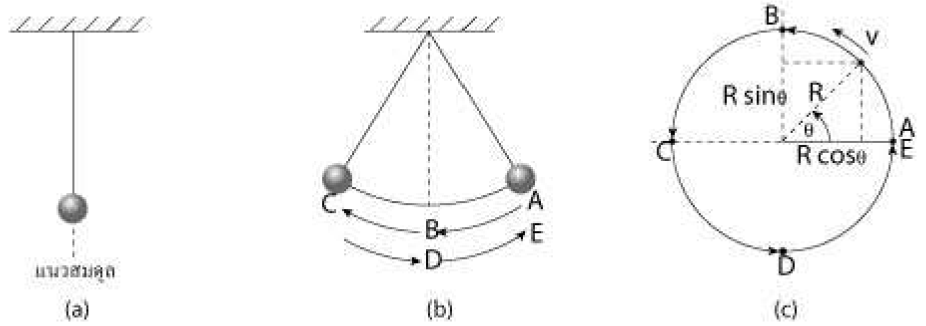
2 2

$$a_c = \frac{v}{R}, \quad F_c = \frac{mv}{R}$$

4.3 การเคลื่อนที่แบบฮาร์โมนิกส์อย่างง่าย

การเคลื่อนที่แบบสั่นจะมีลักษณะพิเศษคือ จะมีการเคลื่อนที่แบบซ้ำรอบรอยเดิมกลับไปกลับมาจากอิทธิพลของแรงที่มีการเปลี่ยนแปลงตลอดเวลา

การเคลื่อนที่แบบฮาร์โมนิกอย่างง่าย (Simple harmonic motion - SHM) เป็นการเคลื่อนที่อีกแบบหนึ่ง การกระจัดของวัตถุซึ่งมีการเคลื่อนที่แบบนี้จะวัดจากตำแหน่งเดิมของวัตถุ เมื่อไม่ถูกแรงภายนอกใดๆ มากระทำ เรียกตำแหน่งนี้ว่า แนวสมดุล



การเคลื่อนที่ของลูกตุ้มแบบ SHM

จากภาพข้างต้น ออกแรงเลื่อนให้ลูกตุ้มอยู่ในตำแหน่ง A แล้วปล่อยให้ลูกตุ้มเคลื่อนที่ ลูกตุ้มจะแกว่งจาก A ไป B, C, D และ E เมื่อลูกตุ้มกลับมายัง E หรือกลับมายังจุดเริ่มต้นอีกครั้งจะเรียกว่า เป็นการสั่นครบ 1 รอบ

จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. ลูกตุ้มเคลื่อนที่อยู่ในตำแหน่งใดจะมีการกระจัดน้อยที่สุดหรืออยู่ในแนวสมดุล **(B และ D)**

2. ลูกตุ้มเคลื่อนที่อยู่ในตำแหน่งใดจะมีการกระจัดมากที่สุด **(C และ A)**

3. นักเรียนคิดว่า ลูกตุ้มเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัวในทุกตำแหน่งหรือไม่ ถ้าความเร็วไม่คงตัว ตำแหน่งใดมีความเร็วมากที่สุด และตำแหน่งใดมีความเร็วน้อยที่สุด

(ความเร็วของลูกตุ้มจะเปลี่ยนแปลงตลอดเวลา โดยจะมีความเร็วมากที่สุด เมื่อลูกตุ้มผ่านแนวสมดุล (ตำแหน่ง B และ D) และจะมีความเร็วน้อยที่สุดหรือหยุดนิ่ง เมื่อลูกตุ้มเคลื่อนห่างจากสมดุลมากที่สุด (ตำแหน่ง C และ A))

4. นักเรียนคิดว่า ในการเคลื่อนที่แบบสั่นนี้ วัตถุมีความเร่งหรือไม่ ถ้ามีความเร่งจะคงตัวหรือไม่ ขึ้นอยู่กับปัจจัยใด

(ลูกตุ้มมีการเปลี่ยนแปลงความเร็วตลอดเวลา ดังนั้นจึงน่าจะมีความเร่ง ส่วนความเร่งก็จะมีค่าไม่คงตัว เนื่องจากแรงที่กระทำต่อลูกตุ้มทำให้เกิดการเคลื่อนที่แบบสั่นมีการเปลี่ยนแปลงตลอดเวลาด้วย)

5. ระยะที่ลูกตุ้มเคลื่อนที่ออกห่างจากแนวสมดุล ณ ตำแหน่งใดๆ เรียกว่าอะไร

(การกระจัด)

6. ระยะที่ลูกตุ้มเคลื่อนที่ออกห่างจากแนวสมดุลมากที่สุด เรียกว่าอะไร

(แอมพลิจูด (A))

กำหนดให้ θ แทนการกระจัดเชิงมุมของวัตถุ มีหน่วยเป็นเรเดียน (rad) เป็นการบอกตำแหน่งของการเปลี่ยนแปลงการเคลื่อนที่แบบสั่นของวัตถุ โดยถ้าวัตถุเคลื่อนที่ได้ 1 รอบ θ จะมีค่าเปลี่ยนไป 2π rad

จากความสัมพันธ์ $\theta = \omega t$

ดังนั้น การกระจัด ณ ตำแหน่งใดๆ

$$\boxed{s = A\cos\omega t}$$

ความเร็ว ณ ตำแหน่งใดๆ

$$\boxed{v = -A\omega\sin\omega t = \pm\omega\sqrt{A^2 - s^2}}$$

ความเร่ง ณ ตำแหน่งใดๆ

$$\boxed{a = -\omega^2 A\cos\omega t = -\omega^2 s}$$

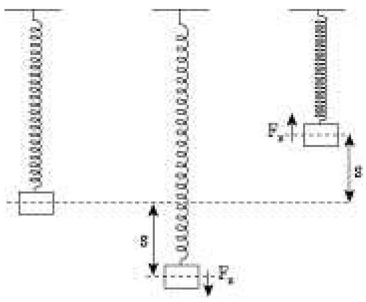
จากกฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน ข้อ 2

$$\boxed{\sum\vec{F} = m\vec{a}}$$

สำหรับ การเคลื่อนที่แบบ SHM

$$\boxed{\sum F = -m\omega^2 s}$$

การเคลื่อนที่ของสปริง



เมื่อทำให้สปริงมีความยาวเปลี่ยนไปหรือเปลี่ยนตำแหน่งจากแนวสมดุล จะมีแรงที่ดึงกลับ พยายามมาทำให้วัตถุรักษาสภาพเดิมไว้ แรงนี้คือ แรงยืดหยุ่น Fx = -kx

$$\boxed{F_x = -kx}$$

แรงที่ทำให้วัตถุในกรณีนี้เคลื่อนที่แบบ SHM คือ แรงยืดหยุ่น

สำหรับการเคลื่อนที่แบบ SHM ของลูกตุ้ม $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \quad , \quad f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{L}}$$