

บทที่ 7 การเคลื่อนที่แบบหมุน

7.1 การหมุน ความเร็วเชิงมุมและความเร่งเชิงมุม

การเคลื่อนที่แบบหมุนนั้น วัตถุอาจจะหมุนอยู่กับที่รอบแกนหนึ่งหรือหมุนไปด้วยเคลื่อนที่ไปด้วย เช่น การเคลื่อนที่ของลูกข่าง ลูกฟุตบอล เป็นต้น สำหรับวัตถุแข็งเกร็งมีรูปทรงแน่นอน เมื่อมีแรงกระทำต่อวัตถุโดยแนวแรงผ่านศูนย์กลางมวล จะทำให้วัตถุเคลื่อนที่แบบเลื่อนตำแหน่งอย่างเดียว แต่ถ้าแนวแรงกระทำต่อวัตถุไม่ผ่านศูนย์กลางมวล จะมีค่า **โมเมนต์ของแรง** หรือ **ทอร์ก** ที่ไม่เป็นศูนย์มากกระทำต่อวัตถุ วัตถุจะหมุน

การหมุนของวัตถุรอบแกนหมุนที่ตรึงไว้ จะเห็นได้ว่ามวลย่อยของวัตถุมีการเคลื่อนที่ในแนววงกลมเช่นกัน ดังนั้นวัตถุจึงมีอัตราเร็วเชิงมุมในการหมุนเท่ากับมวลย่อยของวัตถุ **อัตราเร็วเชิงมุม** หมายถึง ค่าอัตราเร็วเชิงมุมขณะหนึ่ง เป็นค่าอัตราเร็วเชิงมุมเฉลี่ยของการเคลื่อนที่ในช่วงเวลานั้นๆ หาได้จาก

$$\omega = \Delta \theta / \Delta t \dots\dots\dots(7.1)$$

เมื่อ ω คือ อัตราเร็วเชิงมุมรอบแกนหมุน

$\Delta \theta$ คือ มุมที่วัตถุกวาดไปในช่วงเวลานั้นๆ

Δt คือ เวลาที่ใช้ในการหมุน

ในช่วงเวลานั้นๆ แกนหมุนจะวางตัวตั้งฉากกับระนาบของการเคลื่อนที่ของมวลในแนววงกลม และมุมที่กวาดไปจะอยู่ในระนาบของการเคลื่อนที่ด้วย

ทิศของมุมที่กวาดไปเป็นปริมาณเวกเตอร์ เรียกว่า **การกระจัดเชิงมุม** [$\Delta \theta$] **การหาทิศของ $\Delta \theta$** ใช้กฎมือขวา คือ มือขวากำรอบแกนหมุนโดยนิ้วชี้ชี้ไปทางทิศทางการหมุน นิ้วหัวแม่มือชี้ทิศของการกระจัดเชิงมุม

ปริมาณของอัตราการกระจัดเชิงมุม เป็นปริมาณเวกเตอร์ เรียกว่า **ความเร็วเชิงมุม** [ω] มีทิศไปทางเดียวกับทิศของ $\Delta \theta$

$$\omega = \Delta \theta / \Delta t$$

ถ้าวัตถุหมุนด้วยความเร็วเชิงมุมไม่คงตัว จะมี **ค่าความเร่งเชิงมุม** [α] หมายถึง **อัตราการเปลี่ยนแปลงความเร็วเชิงมุม**

$$\alpha = \Delta \omega / \Delta t \dots\dots\dots(7.2)$$

หรือ
$$\alpha = [\omega_1 - \omega_2] / \Delta t \dots\dots\dots(7.3)$$

หรือ
$$\omega_2 = \omega_1 + \alpha t \dots\dots\dots(7.4)$$

7.2 ทอร์กกับการเคลื่อนที่แบบหมุน

ทอร์ก (τ) คือผลคูณระหว่างแรงกับระยะทางตั้งฉากจากแนวแรงถึงจุดหมุน หรือพูดง่าย ๆ ก็คือ โมเมนต์ของแรงรอบจุดหมุนใด ๆ นั่นเอง เป็นปริมาณเวกเตอร์ มีหน่วยเป็น **N.m**

$$\tau = Fr \dots\dots\dots(7.5)$$

$$= mar$$

$$= m (\alpha r)r$$

$$\tau = mr^2 \alpha \dots\dots\dots(7.6)$$

แต่ $I = mr^2$ = โมเมนต์ความเฉื่อย ทำหน้าที่เป็นมวลเชิงหมุน เป็นปริมาณสเกลาร์มีหน่วยเป็น **Kg.m²**

ดังนั้น $\tau = I\alpha$ (7.7)

- พิจารณาจากสมการจะได้ว่า ทอร์กมีความสัมพันธ์กับโมเมนต์ความเฉื่อย กล่าวคือ ถ้าทอร์กที่กระทำต่อวัตถุมีค่าคงตัว วัตถุที่หมุนโดยมีความเร่งเชิงมุมน้อย จะมีโมเมนต์ความเฉื่อยมาก ในทางกลับกัน ถ้าวัตถุใดที่หมุนโดยมีความเร่งเชิงมุมมาก จะมีโมเมนต์ความเฉื่อยน้อย
- ค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุ จะมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับมวลและระยะห่างจากมวลถึงจุดหมุน
- โมเมนต์ความเฉื่อย จะทำหน้าที่เป็นมวลเชิงหมุน หมายความว่า จะพยายามต้านสภาพการเปลี่ยนแปลงการหมุนของวัตถุ
- วัตถุใด ๆ ที่มีมวลเท่ากัน ถ้าวัตถุหนึ่งมีการกระจายของมวล (r) แตกต่างกัน จะต้านการเปลี่ยนแปลงสภาพการหมุนแตกต่างกัน นั่นคือมีโมเมนต์ความเฉื่อยแตกต่างกันด้วย
- วัตถุใด ๆ ที่มีมวลเท่ากัน ถ้าวัตถุหนึ่งมีการกระจายของมวลมากกว่า จะมีโมเมนต์ความเฉื่อยมากกว่า นั่นคือจะรักษาสภาพการหมุนได้นานกว่า
- วัตถุใด ๆ ที่มีมวลเท่ากัน หมันด้วยความเร็วเชิงมุมเท่ากันเท่ากัน อันที่มีโมเมนต์ความเฉื่อยมากกว่าจะรักษาสภาพการหมุนได้นานกว่า
- วัตถุอันหนึ่ง ถ้าหมุนด้วยความเร็วเชิงมุมต่างกัน วัตถุที่หมุนด้วยความเร็วเชิงมุมมากกว่าจะรักษาสภาพการหมุนได้นานกว่า
- การรักษาสภาพการหมุนของวัตถุขึ้นอยู่กับความเร็วเชิงมุมและโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุนั้นเอง

7.3 โมเมนตัมเชิงมุม (L)

โมเมนตัมเชิงมุมคือโมเมนต์ของโมเมนตัมเชิงเส้นนั่นเอง เป็นปริมาณเวกเตอร์ มีหน่วยเป็น $\text{Kg.m}^2 / \text{s}$

จาก $\tau = I\alpha = Fr = mar$

$I\alpha = mar$

$I(\Delta \omega / \Delta t) = mr (\Delta v / \Delta t)$

จะได้ $I\omega_1 - I\omega_2 = r (mv_2 - mv_1)$

ให้ $L = \text{โมเมนตัมเชิงมุม} = I\omega = rmv$

จะได้ $L_2 - L_1 = r (P_2 - P_1)$

$\Delta L = r \Delta P$

หรือ $L = rP$

และ $\tau = \Delta L / \Delta t$ (7.8)

ถ้าทอร์กลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุมีค่าเป็นศูนย์ จะส่งผลทำให้โมเมนตัมเชิงมุมที่เปลี่ยนไปเป็นศูนย์ด้วย

ดังนั้น $L_1 = L_2$

$I_1\omega_1 = I_2\omega_2$ (7.9)

เรียกสมการข้างบนนี้ว่า กฎการอนุรักษ์โมเมนตัมเชิงมุม

.....
.....
.....
.....

Ex V ชายคนหนึ่งยืนอยู่บนโต๊ะหมุนที่มีโมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกนหมุนในแนวตั้งขนาด 5 Kg.m^2 ถ้าเขาถือดัมเบลหนักข้างละ 10 kg ทางแขนออกไป 1 m เมื่อโต๊ะถูกหมุนด้วยความถี่ 1 Hz เมื่อเขาลดแขนลงเหลือห่างจากลำตัวข้างละ 20 cm ตัวเขาจะหมุนด้วยความถี่เท่าไร และโมเมนต์ความเฉื่อยมีการเปลี่ยนแปลงไปเท่าไร

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ex VI วัตถุอันหนึ่งถูกทำให้หมุนอยู่กับที่ด้วยความถี่คงที่ 4 รอบ/วินาที มีโมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกนหมุน 10 Kg.m^2 จงหาค่าพลังงานจลน์ของการหมุนของวัตถุนี้

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ex VII แผ่นไม้รูปทรงกระบอกอันหนึ่งมีรัศมี 5 cm มีโมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกนกลาง 1 Kg.m^2 และมีมวล 100 g กำลังกลิ้งโดยไม่ไถลด้วยความเร็ว 10 cm/s จงหาค่าพลังงานจลน์ของการกลิ้งของแผ่นไม้

.....
.....
.....
.....

.....

.....

.....

.....