

บทที่ 9 ของไหล

9.1 ความหนาแน่น (Density)

ความหนาแน่น หมายถึง มวลต่อหน่วยปริมาตร หน่วยความหนาแน่นคือ กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร ความหนาแน่นนิยมเขียนแทนด้วยอักษรกรีก ρ (อ่านว่า rho) ความหนาแน่นเป็นปริมาณสเกลาร์

m คือ มวลของสาร (kg)

V คือ ปริมาตรของสาร (m^3)

ρ คือ ความหนาแน่นของสาร (kg / m^3)

$$\rho = \frac{m}{V} \dots\dots\dots(1)$$

ตัวอย่างที่ 1 ดาวนิวตรอนเป็นดาวขนาดเล็กแต่มีความหนาแน่นมาก คาดว่าดาวนิวตรอนมีรัศมีเพียง 10 กิโลเมตรแต่มีมวลเท่ากับดวงอาทิตย์ คือ 1.99×10^{30} กิโลกรัม ความหนาแน่นของดาวนิวตรอนเป็นเท่าใด (4.75×10^{17} กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร)

ตัวอย่างที่ 2 น้ำประปาที่อยู่ในถังมีมวล 20 กิโลกรัม วัดปริมาตรได้ 0.02 ลูกบาศก์เมตร อยากทราบว่าน้ำประปามีความหนาแน่นเท่าใด

9.2 ความดันในของเหลว

แรงดัน (Force , F) ผลคูณระหว่างความดันกับพื้นที่ ๆ ถูกแรงกระทำ แรงดันเป็นปริมาณเวกเตอร์ มีหน่วยเป็นนิวตัน

ความดัน (Pressure , P) คืออัตราส่วนระหว่างแรงที่กระทำต่อพื้นที่ ๆ ถูกแรงกระทำโดยพื้นที่นั้น ต้องตั้งฉากกับแรงกระทำด้วย ความดันเป็นปริมาณสเกลาร์ มีหน่วยเป็นนิวตันต่อตารางเมตรหรือพาสคัล (Pa)

ให้ F คือ แรงที่กระทำ (N)

A คือ พื้นที่ที่ถูกแรงกระทำและตั้งฉากกับ F (m^2)

P คือ ความดัน (N/m^2)

$$P = \frac{F}{A} \dots\dots\dots(2)$$

เพิ่มเติม 1. ในทางอุตุนิยมวิทยาใช้หน่วยเป็น Bar เมื่อ 1 Bar = 10^5 พาสคัล (Pa)

2. ในบางครั้งความดันอ่านเป็นบรรยากาศ โดยที่ 1 บรรยากาศ = $1.013 \times 10^5 N/m^2$

3. 1 บรรยากาศ (atm) = 760 มิลลิเมตรปรอท (torr) = $14.7 lb/in^2$

9.2.1 ความดันในของเหลวขึ้นกับความลึก

สรุปหลักการสำคัญเกี่ยวกับความดันในของเหลวในสภาวะอยู่นิ่งได้ดังนี้

1. ณ จุดใด ๆ ในของเหลวจะมีแรงกระทำของของเหลวไปในทุกทิศทุกทาง
2. แรงที่ของเหลวกระทำต่อผนังภาชนะหรือผิววัตถุที่อยู่ในของเหลวจะอยู่ในทิศตั้งฉากกับผนังภาชนะหรือผิวของวัตถุที่ของเหลวสัมผัส
3. ความดัน ณ จุดใด ๆ ในของเหลวที่อยู่นิ่งแปรผันตรงกับ**ความลึกและความหนาแน่น**ของของเหลวเมื่ออุณหภูมิคงตัว
4. ความดันในของเหลวชนิดหนึ่ง ๆ ไม่ขึ้นอยู่กับปริมาตรและรูปร่างของภาชนะที่บรรจุของเหลว และที่ความลึกเท่ากันของเหลวชนิดเดียวกันความดันจะเท่ากันเสมอ

การจำแนกชนิดของความดัน

1. **ความดันบรรยากาศ (Atmospheric Pressure , Pa)** เป็นความดันที่เกิดจากบรรยากาศที่ทับถมอยู่เหนือจุดที่พิจารณามีค่าเท่ากับน้ำหนักของอากาศในชั้นบรรยากาศที่ทับถมอยู่เหนือพื้นที่ 1 ตารางหน่วย ซึ่งคำนวณแล้วได้ $1.013 \times 10^5 N/m^2$ เมื่อภาวะปกติ

2. ความดันเกจ (Gauge Pressure , P_W) หมายถึง ความดันของของเหลวเนื่องจากน้ำหนักของของเหลว

ให้ P_W คือความดันเกจหรือความดันของของเหลวเนื่องจากน้ำหนักของของเหลว

ρ คือความหนาแน่นของของเหลว

h คือความสูงหรือความลึกของของเหลวจากผิวของของเหลว

$$P_W = \rho gh \dots\dots\dots(3)$$

3. ความดันสัมบูรณ์ (Absolute Pressure , P) หมายถึง ความดันของของเหลวเนื่องจากน้ำหนักของของเหลวรวมกับความดันบรรยากาศ จะได้ว่า

$$P = P_a + P_W \dots\dots\dots(4)$$

$$P = P_a + \rho gh \dots\dots\dots(5)$$

ตัวอย่างที่ 3 ความดันของน้ำตรงจุดที่ลึก 10 m มีค่าเท่าไร เมื่อความหนาแน่นของน้ำเท่ากับ 1000 kg/m^3 (10^5 N/m^2)

ตัวอย่างที่ 4 ความดันของน้ำตรงจุดที่ลึก 8 m มีค่าเท่าไร เมื่อความหนาแน่นของน้ำเท่ากับ 1000 kg/m^3

ตัวอย่างที่ 5 ถ้าความดันน้ำประปาเท่ากับ 1.09×10^6 นิวตันต่อตารางเมตร เมื่อเกิดเพลิงไหม้ ณ ที่แห่งหนึ่ง พนักงานดับเพลิงจะสามารถฉีดน้ำขึ้นไปได้สูงสุดเท่าไร (109 เมตร)

ตัวอย่างที่ 6 ถ้าความดันน้ำประปาเท่ากับ 1.5×10^6 นิวตันต่อตารางเมตร เมื่อเกิดเพลิงไหม้ ณ ที่แห่งหนึ่ง พนักงานดับเพลิงจะสามารถฉีดน้ำขึ้นไปได้สูงสุดเท่าไร

ตัวอย่างที่ 7 ถ้าน้ำทะเลมีความหนาแน่น $1.03 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ชายคนหนึ่งดำน้ำลงไปลึก 10 m จงหาความดันเกจ และความดันสัมบูรณ์ที่กระทำกับชายคนนี้ เมื่อความดันบรรยากาศที่ระดับน้ำทะเลเท่ากับ 10^5 N/m^2 ($1.03 \times 10^5 \text{ N/m}^2$, $2.03 \times 10^5 \text{ N/m}^2$)

ตัวอย่างที่ 8 ถ้าน้ำทะเลมีความหนาแน่น $1.03 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ชายคนหนึ่งดำน้ำลงไปลึก 20 m จงหาความดันเกจ และความดันสัมบูรณ์ที่กระทำกับชายคนนี้ เมื่อความดันบรรยากาศที่ระดับน้ำทะเลเท่ากับ 10^5 N/m^2

ตัวอย่างที่ 9 เรือดำน้ำลำหนึ่งได้รับการออกแบบให้ทนความดันภายนอกได้สูงสุด ขนาด $4.1 \times 10^6 \text{ N/m}^2$ จะสามารถนำเรือดำลงไปใต้น้ำทะเล ซึ่งมีความหนาแน่น $1.025 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ได้อย่างมากที่สุดเท่าไร (400 เมตร)

ตัวอย่างที่ 10 เรือดำน้ำลำหนึ่งได้รับการออกแบบให้ทนความดันภายนอกได้สูงสุดขนาด $1.03 \times 10^6 \text{ N/m}^2$ จะสามารถนำเรือดำลงไปใต้น้ำทะเล ซึ่งมีความหนาแน่น $1.03 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ได้อย่างมากที่สุดเท่าไร

แรงดันน้ำที่กระทำต่อเขื่อน

ให้ F คือ แรงดันที่น้ำกระทำต่อประตูเขื่อนหรือเขื่อน

h คือ ความสูงของระดับน้ำ

g คือ ความเร่งเนื่องจากแรงดึงดูดของโลก

l คือ ความยาวของประตูเขื่อน

ρ คือ ความหนาแน่นของน้ำ

$$F = \frac{1}{2} \rho l g h^2 \dots\dots\dots(6)$$

ตัวอย่างที่ 11 เขื่อนแห่งหนึ่งกว้าง 80 เมตร ถ้าระดับน้ำสูง 50 เมตร แรงดันของน้ำเหนือเขื่อนมีค่าเท่าใด (10^9 นิวตัน)

ตัวอย่างที่ 12 เขื่อนแห่งหนึ่งกว้าง 100 เมตร ถ้าระดับน้ำสูง 60 เมตร แรงดันของน้ำเหนือเขื่อนมีค่าเท่าใด

ตัวอย่างที่ 13 เขื่อนรูปครึ่งวงกลมรัศมี 20 เมตร ถ้าระดับน้ำสูง 25 เมตร แรงดันของน้ำเหนือเขื่อนมีค่าเท่าใด (2.5×10^8 นิวตัน)

ตัวอย่างที่ 14 เขื่อนรูปครึ่งวงกลมรัศมี 30 เมตร ถ้าระดับน้ำสูง 40 เมตร แรงดันของน้ำเหนือเขื่อนมีค่าเท่าใด

ตัวอย่างที่ 15 ประตูเขื่อนแห่งหนึ่งกว้าง 60 เมตร ระดับน้ำข้างหนึ่งอยู่สูง 40 เมตร อีกข้างหนึ่งอยู่สูง 30 เมตร จงหาแรงดันที่กระทำกับประตูเขื่อน (2.1×10^5 นิวตัน)

ตัวอย่างที่ 16 ประตูเขื่อนแห่งหนึ่งกว้าง 80 เมตร ระดับน้ำข้างหนึ่งอยู่สูง 60 เมตร อีกข้างหนึ่งอยู่สูง 40 เมตร จงหาแรงดันที่กระทำกับประตูเขื่อน

ตัวอย่างที่ 17 เขื่อนกั้นน้ำแห่งหนึ่งยาว 15 เมตร สูง 7 เมตร วิศวกรออกแบบสร้างเขื่อนได้กำหนดแรงดันทั้งหมดของน้ำที่ตัวเขื่อนจะรับไว้ได้ 2.25×10^6 นิวตัน จงคำนวณหาระดับน้ำเหนือเขื่อนที่เขื่อนจะรับไว้ได้ (5.5 เมตร)

ตัวอย่างที่ 18 เขื่อนกั้นน้ำแห่งหนึ่งยาว 45 เมตร สูง 30 เมตร วิศวกรออกแบบสร้างเขื่อนได้กำหนดแรงดันทั้งหมดของน้ำที่ตัวเขื่อนจะรับไว้ได้ 9×10^7 นิวตัน จงคำนวณหาระดับน้ำเหนือเขื่อนที่เขื่อนจะรับไว้ได้

9.2.2 เครื่องมือวัดความดัน

ความดันของแก๊สหุงต้มในถังแก๊ส ความดันของบรรยากาศขณะเวลาต่าง ๆ ความดันของแก๊สในยางรถยนต์ หรือความดันของน้ำประปา ล้วนเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของทุกคน ความดันของของไหลเหล่านี้ วัดค่าได้อย่างไร เครื่องวัดเหล่านี้มีหลายรูปแบบ เช่น แมนอมิเตอร์ แบรอมิเตอร์ และเครื่องวัดบูร์ดอน จะกล่าวถึงเพียงสังเขปดังนี้

แบรอมิเตอร์ปรอท สร้างตามหลักของ ทอริซิเชลลี โดยนำหลอดแก้วปลายเปิดข้างหนึ่ง ปลายปิดข้างหนึ่ง ทำให้เป็นสุญญากาศแล้วคว่ำด้านปลายเปิดของหลอดแก้วลงไปในอ่างปรอท เมื่อหลอดแก้วอยู่ในแนวตั้งอากาศภายนอกจะดันปรอทให้เข้าสู่หลอดแก้วเป็นลำปรอทยาว 760 มิลลิเมตร ที่ระดับน้ำทะเล ฉะนั้นที่ระดับน้ำทะเลอากาศจะมีความดันเท่ากับ 760 มิลลิเมตรปรอทเสมอ

แบรอมิเตอร์แอนีรอยด์ ถ้าต้องการวัดความดันอากาศในที่สูง ๆ เช่น บนภูเขา หรือบนเครื่องบิน ซึ่งทำจากโลหะที่บางมากและยืดหยุ่นได้ เมื่อความดันอากาศเพิ่มขึ้นตลับลูกฟูกก็จะถูกบีบให้แฟบลงแต่เมื่อความดันอากาศลดลง ตลับลูกฟูกก็จะพองขึ้น แล้วจะมีผลต่อแขนบส่งผลไปยังเข็มชี้ ซึ่งติดสเกลบอกบนหน้าปัดไว้เรียบร้อย สำหรับหน้าปัดแบรอมิเตอร์แอนีรอยด์ นั้นสามารถดัดแปลงเป็นความสูงจากระดับน้ำทะเลได้ เพราะว่าความดันอากาศจะลดลงตามความสูงในอัตราประมาณ 1 มิลลิเมตรของปรอทต่อความสูงที่เพิ่มขึ้นทุก ๆ 11 เมตร เรียกเครื่องมือที่ดัดแปลงนี้ว่า มาตราวัดความสูง หรือแอลติมิเตอร์ ซึ่งใช้ติดตัว หรือติดในเครื่องบินเพื่อทราบระดับความสูงของเครื่องบิน

เครื่องวัดบูร์ดอน (Bourdon gauge) ประกอบด้วยท่อกลวง มีปลายปิดข้างหนึ่งและม้วนเป็นรูปวงกลม ที่ปลายปิดมีเข็มติดอยู่สามารถเลื่อนไปมาเพื่อชี้บนสเกลได้ เมื่อต้องการวัดความดันก็ให้ของไหลไหลเข้าไปในท่อทางด้านปลายเปิดจะทำให้ท่อนี้ยืดออกเข็มที่ติดกับปลายท่อก็จะชี้บนสเกลบอกความดันของไหลนั้นได้ แมนอมิเตอร์แบบนี้นิยมใช้กับของไหลที่มีความดันสูงมาก เช่น หม้อต้มเตมิยางรถยนต์ ถึงแก๊สหุงต้ม เป็นต้น

แมนอมิเตอร์ (Manometer) เป็นอุปกรณ์สำหรับวัดความแตกต่างของความดันในของไหล โดยปกติใช้บอกความแตกต่างของความดันในรูปความแตกต่างของระดับความสูงของลำของเหลวทั้งสองข้างในหลอดแก้วรูปตัวยู

ให้ P คือ ความดันสัมบูรณ์ของอากาศในสายยางที่นักเรียนเป่า

P_a คือ ความดันของบรรยากาศขณะนั้น

P_w คือ ความดันเนื่องจากลำของเหลวที่สูง d

ถ้าของเหลวอยู่ในสภาพสมดุล จะได้ว่า

$$P = P_a + P_w$$

ความดันของอากาศในสายยางที่เพิ่มขึ้น

$$P - P_a = P_w = \rho g d \dots\dots\dots(7)$$

จะเห็นว่า ผลต่างของระดับของเหลวในหลอดแก้วรูปตัวยู หรือระยะ d จะแปรผันตรงกับความดันที่เพิ่มของอากาศในสายยาง

แสดงว่าเราสามารถใช้ระยะ d เป็นตัวแสดงความดันที่เพิ่มขึ้นที่ปลายข้างหนึ่ง ความดันที่วัดได้จากเครื่องมือวัดนี้ เรียกว่า ความดันเกจนั่นเอง

ตัวอย่างที่ 19 ถ้าของเหลวที่บรรจุในหลอดแก้วรูปตัวยู ของแมนอมิเตอร์ คือ น้ำ ซึ่งมีความหนาแน่นเท่ากับ 1000 กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร เมื่อของเหลวในหลอดแก้วรูปตัวยูต่างระดับกัน 2 เซนติเมตร ความดันเกจที่อ่านได้จะเป็นเท่าไร (200 นิวตันต่อตารางเมตร)

ตัวอย่างที่ 20 ถ้าของเหลวที่บรรจุในหลอดแก้วรูปตัวยู ของแมนอมิเตอร์ คือ น้ำมัน ซึ่งมีความหนาแน่นเท่ากับ 800 กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร เมื่อของเหลวในหลอดแก้วรูปตัวยูต่างระดับกัน 5 เซนติเมตร ความดันเกจที่อ่านได้จะเป็นเท่าไร

ตัวอย่างที่ 21 ความดันที่ลึก 5 เมตร จากผิวทะเลสาบอย่างหนึ่งมีค่าเป็นครึ่งหนึ่งของที่ความลึก 18 เมตร ความกดดันของอากาศที่ผิวทะเลสาบมีค่าเท่าไร ($8 \times 10^4 \text{ N/m}^2$)

ตัวอย่างที่ 22 ความดันที่ลึก 10 เมตร จากผิวทะเลสาบอย่างหนึ่งมีค่าเป็นครึ่งหนึ่งของที่ความลึก 30 เมตร ความกดดันของอากาศที่ผิวทะเลสาบมีค่าเท่าไร

ตัวอย่างที่ 23 น้ำจืดลึก 0.6 เมตร ให้ความดันเท่ากับน้ำทะเลลึก 0.4 เมตร จงหาความหนาแน่นของน้ำทะเล กำหนดความหนาแน่นของน้ำเท่ากับ 10^3 kg/m^3 ($1.5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$)

ตัวอย่างที่ 24 น้ำจืดลึก 10 เมตร ให้ความดันเท่ากับน้ำทะเลลึก 9 เมตร จงหาความหนาแน่นของน้ำทะเล กำหนดความหนาแน่นของน้ำเท่ากับ 10^3 kg/m^3

ตัวอย่างที่ 25 ที่ก้นบ่อแร่แห่งหนึ่งบารอมิเตอร์ ปรอทอ่านได้ 77.4 cm จงหาว่า บารอมิเตอร์น้ำมันที่วางไว้ข้างกันจะอ่านได้เท่าไร กำหนดความหนาแน่นของปรอทและน้ำมันเท่ากับ $13.6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ และ $0.9 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ตามลำดับ (11.7 m)

ตัวอย่างที่ 26 ที่ก้นบ่อแร่แห่งหนึ่งบารอมิเตอร์ ปรอทอ่านได้ 80 cm จงหาว่า บารอมิเตอร์น้ำมันที่วางไว้ข้างกันจะอ่านได้เท่าไร กำหนดความหนาแน่นของปรอทและน้ำมันเท่ากับ $13.6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ และ $0.8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ตามลำดับ

ตัวอย่างที่ 27 ความดันที่ก้นบ่อแห่งหนึ่ง มีค่าเป็น 4 เท่าของความดันที่จุดลึกจากผิวน้ำ 0.6 เมตร จงหาความลึกของบ่อนั้น ถ้าความดันบรรยากาศมีค่าเท่า 10.2 เมตรของน้ำ (33 เมตร)

ตัวอย่างที่ 28 ความดันที่ก้นบ่อแห่งหนึ่ง มีค่าเป็น 4 เท่าของความดันที่จุดลึกจากผิวน้ำ 2 เมตร จงหาความลึกของบ่อนั้น ถ้าความดันบรรยากาศมีค่าเท่า 10 เมตรของน้ำ

ตัวอย่างที่ 29 ขวดใส่ของเหลวตั้งรูป ส่วนสูงของของเหลว 5 cm ก้นขวดมีพื้นที่ 100 cm^2 ถ้าของเหลวมีความหนาแน่น $13.6 \times 10^4 \text{ kg/m}^3$ ความดันเกจที่ก้นขวดมีค่าเท่าไร ($6.8 \times 10^4 \text{ N/m}^2$)

ตัวอย่างที่ 30 จากรูปความหนาแน่นของน้ำมันมีค่าเป็นกี่เท่าของน้ำ (0.8 เท่าของน้ำ)

ตัวอย่างที่ 31 จากรูป ถ้าปรอทมีความหนาแน่นเป็น 13.6 เท่าของน้ำ X จะมีค่าเท่าไร (2.72 เมตร)

ตัวอย่างที่ 32 อากาศมีความดัน $1.01 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ จงหา Pa เมื่อของเหลวที่บรรจุมีความหนาแน่น 2000 kg/m^3 ($1.03 \times 10^5 \text{ N/m}^2$)

9.2.3 ความดันกับชีวิตประจำวัน

ในชีวิตประจำวัน เราต้องเกี่ยวข้องกับความดันตลอดเวลา ดังจะเห็นได้จากอุปกรณ์หลายอย่างที่เราใช้ในการทำงานต้องอาศัยความดันบรรยากาศทั้งสิ้น ดังตัวอย่างต่อไปนี้

เครื่องวัดความดันโลหิต ซึ่งเรียกว่า Sphygmoanometer เป็นเครื่องมือประกอบด้วยแมนอมิเตอร์ โดยใช้แมนอมิเตอร์วัดผ่านท่อขนาน ในขณะที่หัวใจบีบตัวส่งโลหิตไปตามเส้นเลือดแดง ไปเลี้ยงส่วนต่าง ๆ ของร่างกาย ซึ่งเป็นค่าความดันโลหิตสูงสุด และเมื่อโลหิตในเส้นเลือดดำย้อนกลับหัวใจจะอ่านค่าความดันโลหิตต่ำสุดจากแมนอมิเตอร์ สำหรับคนปกติ ความดันโลหิตจะเป็น 120/80 หมายความว่าค่าความดันโลหิตสูงสุดจะเป็น 120 mm.Hg และต่ำสุดเป็น 80 mm.Hg

หลอดดูดเครื่องดื่ม เมื่อใช้หลอดดูดเครื่องดื่ม อากาศในหลอดมีปริมาตรลดลง ทำให้ความดันอากาศในหลอดดูดลดลงด้วย ความดันอากาศภายนอกซึ่งมากกว่าก็จะสามารถดันของเหลวขึ้นไปแทนที่อากาศในหลอดดูดจนกระทั่งของเหลวเข้าปาก

ยางติดผนัง เมื่อออกแรงกดแผ่นยางติดผนังบนผิวเรียบ เช่น แผ่นกระจก อากาศที่อยู่ระหว่างแผ่นยางและกระจกจะถูกขับออก ทำให้บริเวณดังกล่าวเกือบเป็นสุญญากาศ อากาศภายนอกซึ่งมีความดันสูงกว่า ก็จะกดผิวแผ่นยางให้แนบติดแผ่นกระจก

9.3 กฎของพาสคัลและเครื่องอัดไฮดรอลิก

กฎของพาสคัล ซึ่งกล่าวว่า เมื่อความดัน ณ ตำแหน่งใด ๆ ในของเหลวที่อยู่นิ่งในภาชนะปิด ความดันที่เพิ่มขึ้นจะถ่ายทอดไปทุก ๆ จุดในของเหลวนั้น

กฎของพาสคัลนี้สามารถอธิบายการทำงานของเครื่องกลผ่อนแรงที่รู้จักกันทั่วไปคือเครื่องอัดไฮดรอลิก ซึ่งประกอบด้วยกระบอกสูบ และลูกสูบสองชุดมีขนาดต่างกัน มีท่อต่อเชื่อมกันและมีของเหลวบรรจุอยู่ภายใน

รูปการทำงานของเครื่องอัดไฮดรอลิก

ให้ A และ a คือ พื้นที่หน้าตัดของลูกสูบใหญ่และลูกสูบเล็ก

F คือ แรงกดลูกสูบด้านพื้นที่หน้าตัด

W คือ น้ำหนักที่ต้องการจะยก

จากกฎของพาสคัลจะได้ว่า

$$P_1 = P_2$$

$$\frac{F}{a} = \frac{W}{A} \dots\dots\dots(8)$$

$$\text{การได้เปรียบเชิงกล (MA)} = \frac{W}{F} = \frac{A}{a} \dots\dots\dots(9)$$

สูตรเครื่องอัดไฮดรอลิก หรือเครื่องอัดบาร์มาห์ ที่ไม่มีระบบคานโยกมาเกี่ยวข้อง สูตรนี้ใช้เมื่อเครื่องอัดมีประสิทธิภาพ 100 % ได้ $\frac{W}{F}$ เรียกว่าได้เปรียบเชิงกลตามปฏิบัติ (A.M.A.) ส่วน $\frac{A}{a}$ เรียกว่าได้เปรียบเชิงกลตามทฤษฎี (I.M.A.)

ถ้าเอาระบบคานโยกเข้ามาใส่ในเครื่องนี้ ดังรูป

จาก (1) และ (2)

$$\frac{W}{F_2} = \frac{A}{a} \times \frac{L}{l} \dots\dots\dots(10)$$

$\frac{W}{F_2}$ คือ การได้เปรียบเชิงกลตามปฏิบัติของเครื่องทั้งหมด

$\frac{A}{a}$ คือ การได้เปรียบเชิงกลตามทฤษฎีของลูกสูบ

$\frac{L}{l}$ คือ การได้เปรียบเชิงกลตามทฤษฎีของคานโยก

$\frac{A}{a} \times \frac{L}{l}$ คือ การได้เปรียบเชิงกลตามทฤษฎีของเครื่องทั้งหมด

สูตรข้างต้น ใช้เมื่อเครื่องมีประสิทธิภาพ 100 %

ถ้าเครื่องมีประสิทธิภาพไม่ถึง 100 % ให้ใช้สูตรดังนี้

$$\text{ประสิทธิภาพ (Eff)} = \left[\frac{\frac{W}{F_2}}{\frac{A}{a} \times \frac{L}{l}} \right] \times 100 \dots\dots\dots(11)$$

ตัวอย่างที่ 33 แม่แรงยกรถยนต์เครื่องหนึ่ง ลูกสูบใหญ่มีพื้นที่เป็น 200 เท่าของลูกสูบเล็ก ถ้าต้องการให้แม่แรงยกรถมวล 1000 กิโลกรัม จะต้องออกแรงกดที่ลูกสูบเล็กเท่าไร (50 นิวตัน)

ตัวอย่างที่ 34 แม่แรงยกรถยนต์เครื่องหนึ่ง ลูกสูบใหญ่มีพื้นที่เป็น 100 เท่าของลูกสูบเล็ก ถ้าต้องการให้แม่แรงยกรถมวล 2000 กิโลกรัม จะต้องออกแรงกดที่ลูกสูบเล็กเท่าไร

ตัวอย่างที่ 35 เครื่องยกไฮดรอลิกเครื่องหนึ่ง มีรัศมีลูกสูบใหญ่เป็น 5 เท่าของลูกสูบเล็ก จะต้องออกแรงกดที่ลูกสูบเล็กอย่างน้อยเท่าใดจึงจะสามารถยกมวล 1000 กิโลกรัมขึ้นได้ (400 นิวตัน)

ตัวอย่างที่ 36 เครื่องยกไฮดรอลิกเครื่องหนึ่ง มีรัศมีลูกสูบใหญ่เป็น 10 เท่าของลูกสูบเล็ก จะต้องออกแรงกดที่ลูกสูบเล็กอย่างน้อยเท่าใดจึงจะสามารถยกมวล 2000 กิโลกรัมขึ้นได้

ตัวอย่างที่ 37 เครื่องอัดบาร์มาห์ ลูกสูบใหญ่มีพื้นที่ 20 cm^2 พื้นที่สูบอัด 2.5 cm^2 คานโยกยาว 28 cm ระยะจากจุดพีลครัมถึงคานสูบอัด 2 cm ถ้าออกแรงกระทำที่ปลายคาน 20 นิวตัน จะสามารถยกน้ำหนักได้เท่าใด (2240 นิวตัน)

ตัวอย่างที่ 38 เครื่องอัดบาร์มาห์ ลูกสูบใหญ่มีพื้นที่ 40 cm^2 พื้นที่สูบอัด 2.5 cm^2 คานโยกยาว 20 cm ระยะจากจุดพีลครัมถึงคานสูบอัด 2 cm ถ้าออกแรงกระทำที่ปลายคาน 10 นิวตัน จะสามารถยกน้ำหนักได้เท่าใด

ตัวอย่างที่ 39 เครื่องอัดไฮดรอลิกเครื่องหนึ่งให้ยกน้ำหนัก 2240 นิวตัน โดยผู้ใช้ออกแรงกดเท่ากับน้ำหนัก 5 นิวตันถ้าเส้นผ่านศูนย์กลางของลูกสูบใหญ่เป็น 8 เท่าของเส้นผ่านศูนย์กลางของลูกสูบเล็ก จงหาอัตราส่วนของแขนคานงัดที่ใช้กดลูกสูบ (7 : 1)

ตัวอย่างที่ 40 เครื่องอัดไฮดรอลิกเครื่องหนึ่งให้ยกน้ำหนัก 3600 นิวตัน โดยผู้ใช้ออกแรงกดเท่ากับน้ำหนัก 6 นิวตัน ถ้าเส้นผ่านศูนย์กลางของลูกสูบใหญ่เป็น 10 เท่าของเส้นผ่านศูนย์กลางของลูกสูบเล็ก จงหาอัตราส่วนของแขนคานงัดที่ใช้กดลูกสูบ

ตัวอย่างที่ 41 เครื่องอัดไฮดรอลิกเครื่องหนึ่งเส้นผ่านศูนย์กลางสูบอัด 2 cm เส้นผ่านศูนย์กลางสูบยก 50 cm ในการโยกแต่ละครั้งสูบอัดจะเคลื่อนที่ลง 7 cm จงหาว่าถ้าต้องการให้สูบยกเคลื่อนตัวสูงขึ้น 14 cm จะต้องโยกกี่ครั้ง (1250 ครั้ง)

ตัวอย่างที่ 42 เครื่องอัดไฮดรอลิกเครื่องหนึ่งเส้นผ่านศูนย์กลางสูบอัด 5 cm เส้นผ่านศูนย์กลางสูบยก 50 cm ในการโยกแต่ละครั้งสูบอัดจะเคลื่อนที่ลง 10 cm จงหาว่าถ้าต้องการให้สูบยกเคลื่อนตัวสูงขึ้น 20 cm จะต้องโยกกี่ครั้ง

ตัวอย่างที่ 43 เครื่องอัดบาร์มาห์เครื่องหนึ่งลูกสูบยก และลูกสูบอัด มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 0.4 m และ 4 cm ตามลำดับ ก้านสูบอัดติดกับคานโยกที่อยู่ห่างจากจุดหมุน 20 cm ถ้าคานโยกยาว 80 cm ถ้าเราออกแรงกดที่คานโยก 5 นิวตัน ลูกสูบยกจะสามารถยกน้ำหนักได้เท่าไร (2000 นิวตัน)

ตัวอย่างที่ 44 เครื่องอัดบาร์มาท์เครื่องหนึ่งถูกสูบยกและถูกสูบอัด มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 0.6 m และ 6 cm ตามลำดับ ก้านสูบอัดติดกับคานโยกที่อยู่ห่างจากจุดหมุน 10 cm ถ้าคานโยกยาว 50 cm ถ้าเราออกแรงกดที่คานโยก 6 นิวตัน สูบยกจะสามารถยกน้ำหนักได้เท่าไร

ตัวอย่างที่ 45 เครื่องอัดไฮดรอลิกเครื่องหนึ่งมีเส้นผ่านศูนย์กลางสูบอัดและถูกสูบยกเป็น 2 cm และ 20 cm ตามลำดับ ที่ก้านสูบอัดมีคานอีกอันหนึ่งที่มีแขนคานเป็นอัตราส่วน 20 : 1 ถ้าออกแรงที่ปลายคาน 50 N จะสามารถยกน้ำหนักได้ 15,000 N จงหาประสิทธิภาพของเครื่องอัดนี้เป็นกี่เปอร์เซ็นต์

ตัวอย่างที่ 46 เครื่องอัดไฮดรอลิกเครื่องหนึ่งมีเส้นผ่านศูนย์กลางสูบอัดและถูกสูบยกเป็น 1 cm และ 10 cm ตามลำดับ ที่ก้านสูบอัดมีคานอีกอันหนึ่งที่มีแขนคานเป็นอัตราส่วน 15 : 1 ถ้าออกแรงที่ปลายคาน 10 N จะสามารถยกน้ำหนักได้ 12,000 N จงหาประสิทธิภาพของเครื่องอัดนี้เป็นกี่เปอร์เซ็นต์ (80%)

9.4 แรงลอยตัวและหลักของอาร์คิมิดีส

ถ้าหากเราชั่งน้ำหนักวัตถุในขณะที่จมอยู่ในของเหลว จะพบว่าน้ำหนักวัตถุขณะนั้นจะน้อยกว่าน้ำหนักวัตถุที่ชั่งในอากาศ ทั้งนี้เพราะของเหลวออกแรงพยุงวัตถุไว้ในทิศขึ้นข้างบน เรียกแรงนี้ว่าแรงลอยตัวของของเหลว (Buoyant Force , B)

หลักของอาร์คิมิดีส กล่าวว่า วัตถุใด ๆ ที่จมอยู่ในของไหลทั้งก้อนหรือจมอยู่เพียงบางส่วน จะถูกแรงลอยตัวกระทำและขนาดของแรงลอยตัวนั้นจะเท่ากับขนาดของน้ำหนักของของไหลที่ถูกวัตถุแทนที่

สูตรที่ใช้ในการคำนวณ

ขนาดของแรงลอยตัว = ขนาดของน้ำหนักของของไหลที่ถูกแทนที่

หรือ ขนาดของแรงลอยตัว = ขนาดของน้ำหนักของของไหลที่มีปริมาตร – วัตถุส่วนจม

วัตถุบางชนิดลอยในของเหลวได้ โดยมีปริมาตรส่วนหนึ่งของวัตถุจมอยู่ในของเหลว และปริมาตรส่วนหนึ่งลอยพ้นผิวของเหลว เช่น โฟม ไม้

วัตถุบางชนิดจมในของเหลว เช่น ก้อนหิน เหล็ก

วัตถุใดจมในของเหลวสู่ก้นภาชนะ น้ำหนักของวัตถุมากกว่าแรงลอยตัวในของเหลว

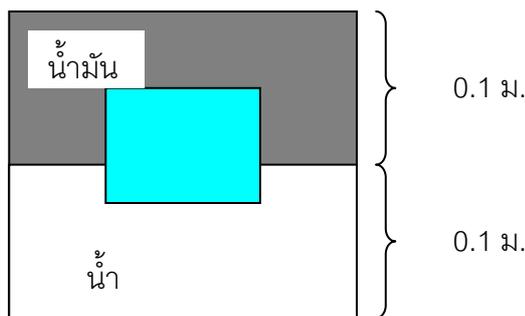
วัตถุใดจมในของเหลวได้ แรงลอยตัวในของเหลวมีค่าเท่ากับน้ำหนักวัตถุ

ตัวอย่างที่ 47 ไม้รูปลูกบาศก์ยาวด้านละ 0.1 เมตร ลอยระหว่างน้ำและน้ำมัน ดังรูป ด้านล่างอยู่ต่ำกว่า

ผิวรอยต่อระหว่างน้ำมันและน้ำ 0.02 เมตร น้ำมันมีความหนาแน่น 600 kg / m^3 จงหา

ก. น้ำหนักของไม้

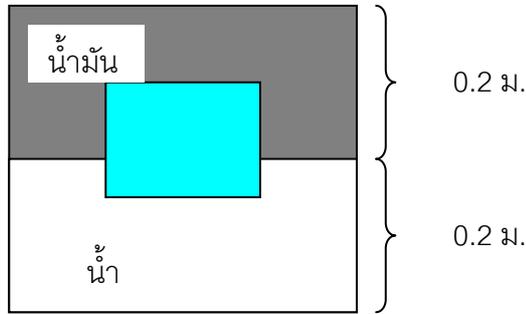
ข. ความดันเกจที่ด้านล่างของไม้



ตัวอย่างที่ 48 ไม้รูปลูกบาศก์ยาวด้านละ 0.2 เมตร ลอยระหว่างน้ำและน้ำมัน ดังรูป ด้านล่างอยู่ต่ำกว่าผิวน้ำ 0.04 เมตร น้ำมันมีความหนาแน่น 600 kg/m^3 จงหา

ก. น้ำหนักของไม้

ข. ความดันเกจที่ด้านล่างของไม้



9.5 ความตึงผิว (Surface tension)

ความตึงผิว หมายถึง อัตราส่วนของแรงที่กระทำไปตามผิวของเหลวต่อความยาวของผิวที่ถูกแรงกระทำ ความยาวนี้ต้องตั้งฉากกับแรงด้วย มีหน่วยเป็น นิวตันต่อตารางเมตร

แรงตึงผิวของของเหลว หมายถึง แรงชนิดหนึ่งที่พยายามยึดผิวของเหลวไว้ แรงตึงผิวของของเหลวจะมีทิศขนานกับผิวของของเหลวและตั้งฉากกับเส้นขอบที่ของเหลวสัมผัส

ให้ F คือ ขนาดของแรงตึงผิว

γ คือ แรงตึงผิวของของเหลว

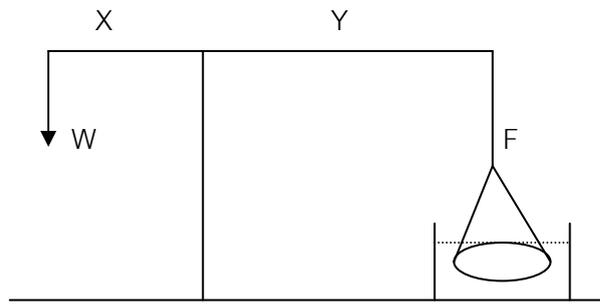
l คือ ความยาวของเส้นผิวที่ขาด

$$\gamma = \frac{F}{l} \dots\dots\dots(12)$$

- เพิ่มเติม**
1. ค่าความตึงผิวของของเหลวแต่ละชนิดจะมีค่าไม่เท่ากัน
 2. สำหรับของเหลวชนิดเดียวกันค่าความตึงผิวจะเปลี่ยนไป เมื่อมีสารมาเจือปน เช่น น้ำสบู่ น้ำเกลือ จะมีความตึงผิวน้อยกว่าความตึงผิวของน้ำ
 3. ค่าความตึงผิวจะลดลงเมื่ออุณหภูมิของของเหลวเพิ่มขึ้น

การหาค่าความตึงผิว

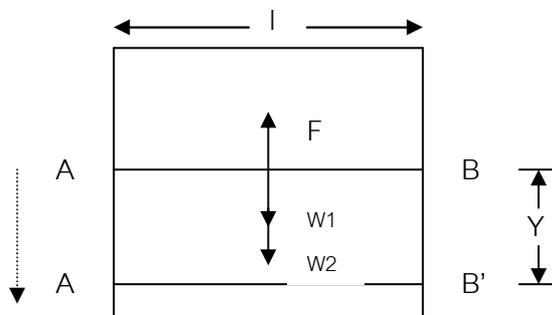
1.



$$\gamma = \frac{F}{2l} = \frac{F}{2(2\pi r)} \dots\dots\dots(13)$$

หา F จาก $F.Y = W.X$

2.



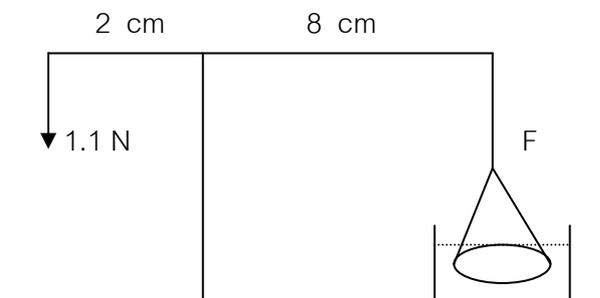
ถ้า AB ยาว l และเคลื่อนที่ลงด้วยความเร็วคงที่ แรงตึงผิว F เท่ากับแรงดึงลง $W_1 + W_2$

งานที่ทำ $\Delta W = F.Y$

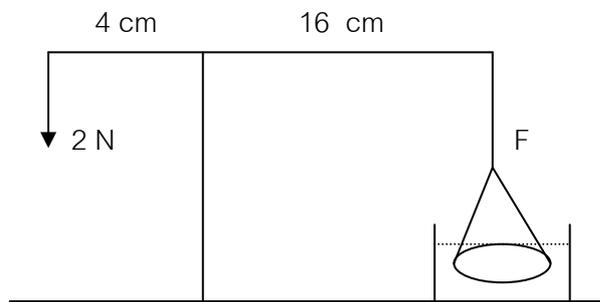
พื้นที่ที่เพิ่ม $\Delta A = 2l.Y$

$$\gamma = \frac{F}{2l} = \frac{F.Y}{2l.Y} = \frac{\Delta W}{\Delta A} \dots\dots\dots(14)$$

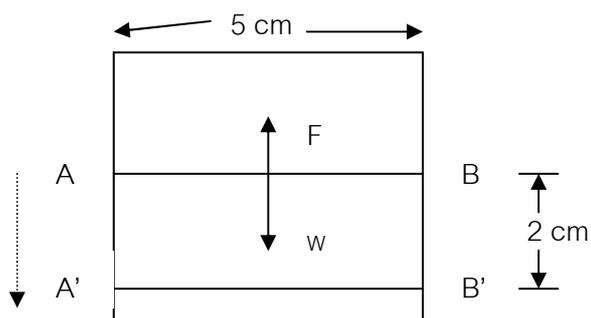
ตัวอย่างที่ 49 ถ้ารัศมีของห่วงเท่ากับ 5 cm และห่วงหลุดจากผิวปรอทพอดีความตึงผิวของปรอทเป็นเท่าใด



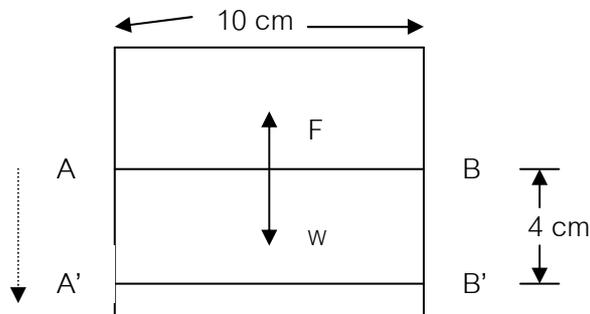
ตัวอย่างที่ 50 ถ้ารัศมีของห่วงเท่ากับ 7 cm และห่วงหลุดจากผิวปรอทพอดี ความตึงผิวของปรอทเป็นเท่าใด



ตัวอย่างที่ 51 ถ้าหลอด AB เคลื่อนที่ลงมาด้วยความเร็วคงที่ ความตึงผิวของน้ำสบู่มีค่าเท่าไร AB มีมวล 2.5×10^{-5} kg



ตัวอย่างที่ 52 ถ้าหลอด AB เคลื่อนที่ลงมาด้วยความเร็วคงที่ ความตึงผิวของน้ำสบู่มีค่าเท่าไร AB มีมวล 5×10^{-5} kg



9.6 ความหนืด

แรงหนืด คือ แรงเสียดทานภายในของไหล หรือแรงต้านทานการเคลื่อนที่ของวัตถุที่เกิดภายในของไหลนั้น ซึ่งจะเป็นสัดส่วนโดยตรงกับความเร็วพื้นที่ผิวของของไหล และเป็นปฏิภาคกลับความหนาของของไหล

ความหนืด (η) คือ คุณสมบัติของของไหลในการต้านการเคลื่อนที่ของวัตถุในของไหลนั้น มีหน่วยเป็น นิวตัน-วินาทีต่อตารางเมตร ($\text{N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$)

ความหนืดในของเหลวเกิดจากแรงดึงดูดระหว่างโมเลกุล ซึ่งจะมีค่าลดลงเมื่อของเหลวมีอุณหภูมิสูงขึ้น

ความหนืดในอากาศ ซึ่งโมเลกุลของมันอยู่ห่างกันมาก เกิดการถ่ายเทโมเมนตัม ซึ่งจะมีค่าความหนืดเพิ่มขึ้น เมื่ออุณหภูมิของอากาศสูงขึ้น

ของไหลที่มีความหนืดสูงจะเคลื่อนที่ได้ช้ากว่าของไหลที่มีความหนืดต่ำ ในเครื่องกลชนิดต่าง ๆ เราใช้น้ำมันหล่อลื่นชนิดต่าง ๆ กัน ความหนืดของน้ำมันหล่อลื่นมีหน่วยเป็น SAE ย่อมาจาก The Society of Automotive Engineering

การพิจารณาแรงหนืดและความหนืด

ถ้าของเหลวสองชั้นมีพื้นที่ A เท่ากัน กำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็วสัมพัทธ์ v โดยมีระยะระหว่างชั้นมีค่าเป็น d

$$\eta = \frac{Fd}{Av} \dots\dots\dots(15)$$

เพิ่มเติม บางกรณีความหนืดใช้หน่วยเป็น Poise (ปอยส์) ซึ่งย่อมาจาก Poiseville

$$1 \text{ Poise} = 10^{-1} \text{ N-S/m}^2$$

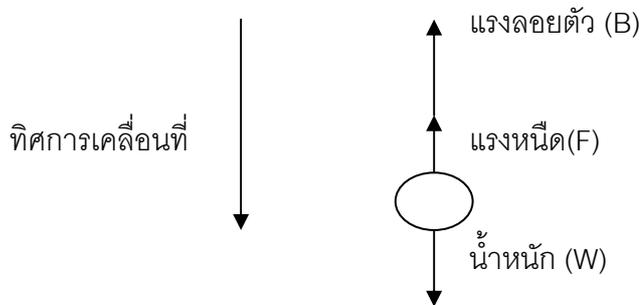
กฎของสโตกส์ (Stokes Law)

สำหรับของไหลอุดมคติ(ไม่มีความหนืด) ไหลผ่านลูกทรงกลม หรือลูกทรงกลมเคลื่อนที่ผ่านของไหลที่อยู่นิ่ง ความดันของกระแสครึ่งบนเท่ากับความดันกระแสครึ่งล่าง ทำให้แรงลัพธ์เป็นศูนย์ ถ้าของไหลมีความหนืด ก็จะมีแรงเนื่องจากความหนืดมาดูดให้เคลื่อนที่ช้าลง

สำหรับทรงกลมรัศมี r ซึ่งเคลื่อนที่ผ่านของไหลที่มีสัมประสิทธิ์แห่งความหนืด η และ v เป็นความเร็วของทรงกลมสัมพัทธ์กับของไหล แรงต้านการเคลื่อนที่ F คือ

$$F = 6\pi\eta vr \dots\dots\dots(16)$$

แรงที่กระทำกับวัตถุที่เคลื่อนที่ในของไหล



เมื่อวัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่

$$B + F = mg$$

$$\rho Vg + 6\pi\eta vr = mg$$

$$\eta = \frac{mg - \rho \frac{4}{3} \pi r^3 g}{6\pi vr} \dots\dots\dots(17)$$

ตัวอย่างที่ 53 แผ่นสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด $0.1 \times 0.1 \text{ m}^2$ วางขนานกับผิวในแนวระดับขนาดใหญ่ระหว่างแผ่นทั้งสองของเหลว ที่มีความหนืด 0.05 พาสคัล-วินาที โดยแผ่นทั้งสองอยู่ห่างกัน 1 mm เมื่อมีแรงกระทำตามแนวผิวของแผ่นบน(แรงเฉือน) ขนาด $5 \times 10^{-3} \text{ N}$ จงหาว่าแผ่นสี่เหลี่ยมนี้เคลื่อนที่ด้วยความเร็วเท่าไร ($1 \times 10^{-2} \text{ m/s}$)

ตัวอย่างที่ 54 แผ่นสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด $0.2 \times 0.2 \text{ m}^2$ วางขนานกับผิวในแนวระดับขนาดใหญ่ ระหว่างแผ่นทั้งสองของเหลว ที่มีความหนืด 0.01 พาสคัล-วินาที โดยแผ่นทั้งสองอยู่ห่างกัน 2 mm เมื่อมีแรงกระทำตามแนวผิวของแผ่นบน(แรงเฉือน) ขนาด $8 \times 10^{-3} \text{ N}$ จงหาว่าแผ่นสี่เหลี่ยมนี้เคลื่อนที่ด้วยความเร็วเท่าไร

9.7 พลศาสตร์ของของไหล

เราได้ศึกษาสมบัติบางประการของของไหล เช่น ความดัน แรงลอยตัว เป็นต้น ซึ่งเป็นการศึกษาของไหลที่อยู่นิ่ง สำหรับของไหลที่มีการเคลื่อนที่ เช่น พัดลม การไหลของน้ำในท่อ ความดันของของไหลเหล่านั้นจะเปลี่ยนอย่างไรหรือไม่ จะได้ศึกษาต่อไปนี้

9.7.1 ของไหลอุดมคติ

การเคลื่อนที่ของของไหลเป็นการเคลื่อนที่ที่ซับซ้อน เพื่อให้การศึกษากการเคลื่อนที่ของของไหลไม่ยุ่งยาก เราจะพิจารณา **ของไหลอุดมคติ(ideal fluid)** หมายถึง ซึ่งมีสมบัติดังนี้

1. **มีการไหลอย่างสม่ำเสมอ (steady flow)** หมายถึงความเร็วของทุกอนุภาค ณ ตำแหน่งต่างๆ ในการไหลมีค่าคงตัว โดยความเร็วของอนุภาคของของไหลเมื่อไหลผ่านจุดต่าง ๆ กันจะเท่ากันหรือต่างกันได้

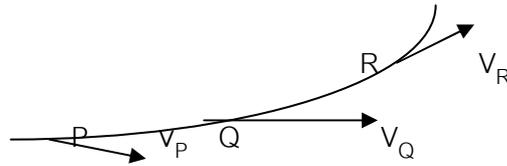
2. มีการไหลโดยไม่หมุน (irrotational flow) กล่าวคือในบริเวณโดยรอบจุดหนึ่ง ๆ ในของไหล จะไม่มีอนุภาคของของไหลเคลื่อนที่ด้วยความเร็วเชิงมุมรอบจุดนั้น ๆ เลย

3. มีการไหลโดยไม่มีแรงต้านเนื่องจากความหนืด (nonviscous flow) หมายความว่า ไม่มีแรงต้านใด ๆ ภายในเนื้อของของไหลมากระทำต่ออนุภาคของของไหล

4. ไม่สามารถอัดได้ (incompressible flow) หมายความว่า ของไหลมีปริมาตรคงตัวโดยปริมาตรของของไหลแต่ละส่วนไม่ว่าจะไหลผ่านบริเวณใดก็ยังคงมีความหนาแน่นเท่าเดิม

9.7.2 การไหลของของไหลอุดมคติ

พิจารณาการไหลของของไหลในอุดมคติ



จากรูป แสดงเส้นทางของอนุภาคของของไหลเมื่อมีการเคลื่อนที่ผ่านจุด P, Q, R เส้นทางเดินนี้ เรียกว่า **สายกระแส**

- สายกระแสนานกับความเร็ของอนุภาคของของไหลที่แต่ละตำแหน่ง
- สายกระแสจะไม่ตัดกัน
- สายกระแสจำนวนหนึ่งประกอบกันเป็นมัดเราเรียกว่า **หลอดการไหล**

9.7.3 สมการความต่อเนื่อง

ให้ V_1 = ความเร็วของอนุภาคของของไหลที่จุดที่ 1

V_2 = ความเร็วของอนุภาคของของไหลที่จุดที่ 2

A_1 = พื้นที่หน้าตัดของหลอดที่ตั้งฉากกับสายกระแสที่จุดที่ 1

A_2 = พื้นที่หน้าตัดของหลอดที่ตั้งฉากกับสายกระแสที่จุดที่ 2

ρ_1 = ความหนาแน่นของของไหลที่จุดที่ 1

ρ_2 = ความหนาแน่นของของไหลที่จุดที่ 2

หรือ $\rho_1 A_1 V_1 = \rho_2 A_2 V_2 \dots\dots\dots(18)$

$\rho AV = \text{ค่าคงตัว} \dots\dots\dots(19)$

และของไหลไม่สามารถอัดตัว

$$\rho_1 = \rho_2$$

จะได้ $A_1 V_1 = A_2 V_2 \dots\dots\dots(20)$

นั่นคือ $AV = \text{ค่าคงตัว} = Q \dots\dots\dots(21)$

ผลคูณของ AV เรียกว่า อัตราการไหล มีหน่วยเป็นลูกบาศก์เมตร / วินาที

ตัวอย่างที่ 55 น้ำมันไหลในท่อที่มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 75 มิลลิเมตร ด้วยความเร็วเฉลี่ย 4 เมตรต่อวินาที จงหาอัตราการไหล (0.018 ลูกบาศก์เมตรต่อวินาที)

ตัวอย่างที่ 56 น้ำมันไหลในท่อที่มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 28 มิลลิเมตร ด้วยความเร็วเฉลี่ย 6 เมตรต่อวินาที จงหาอัตราการไหล

ตัวอย่างที่ 57 ถ้าอัตราเร็วของน้ำในท่อที่มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 150 มิลลิเมตร ด้วยความเร็วเฉลี่ย 1.5 เมตรต่อวินาที จงหาความเร็วเฉลี่ยเมื่อน้ำผ่านท่อที่มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 75 มิลลิเมตร (6 เมตรต่อวินาที)

ตัวอย่างที่ 58 ถ้าอัตราเร็วของน้ำในท่อที่มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 140 มิลลิเมตร ด้วยความเร็วเฉลี่ย 1.2 เมตรต่อวินาที จงหาความเร็วเฉลี่ยเมื่อน้ำผ่านท่อที่มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 60 มิลลิเมตร

9.7.4 สมการของแบร์นูลลี

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho V_1^2 + \rho gh_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho V_2^2 + \rho gh_2 \dots\dots\dots(22)$$

เลข 1 และ 2 ที่ห้อยไว้แทนตำแหน่งของของไหลในท่อ

จากสมการข้างต้น สรุปได้ว่า ผลรวมของความดันพลังงานจลน์ต่อปริมาตรและพลังงานศักย์ต่อปริมาตร ทุก ๆ จุด ภายในท่อที่ของไหลเคลื่อนที่มีค่าคงตัว ข้อสรุปดังกล่าวเสนอโดยแบร์นูลลี และสมการแสดงความสัมพันธ์ดังกล่าวเรียกว่า สมการของแบร์นูลลีเขียนได้ดังนี้

$$P + \frac{1}{2} \rho V^2 + \rho gh = \text{ค่าคงตัว} \dots\dots\dots(23)$$

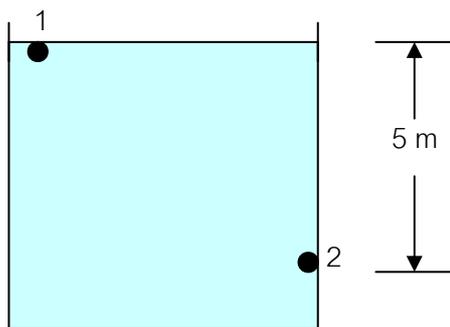
9.7.5 การประยุกต์สมการแบร์นูลลี

สมการของแบร์นูลลีสามารถอธิบายปรากฏการณ์ต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่ของของไหลได้หลายเรื่อง เช่น การหาอัตราเร็วของของเหลวที่พุ่งออกจากรูเล็ก ๆ การทำงานของเครื่องพ่นสี และการออกแบบปีกเครื่องบิน เป็นต้น

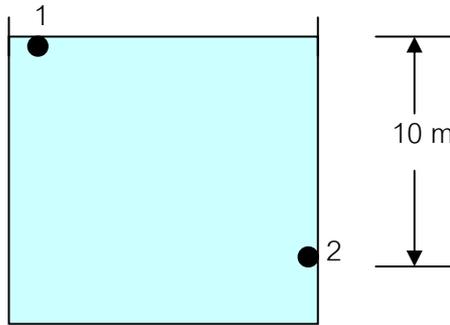
อัตราการไหลที่ปากท่อมี่ค่าเดียวกันกับอัตราเร็วของเทหวัตถุ เมื่อปล่อยให้ตกอย่างเสรีจากที่สูง ทฤษฎีนี้เรียกว่า ทฤษฎีของทอริเซลลี ไม่จำกัดว่ารูรั่วหรือท่อจะต้องเปิดที่ก้นแท่งค์ อาจให้รูรั่วที่ข้าง ๆ แท่งค์ก็ได้ แต่ให้รูรั่วอยู่ใต้ผิวของไหล h

$$v = \sqrt{2gh} \dots\dots\dots(24)$$

ตัวอย่างที่ 59 จงหาปริมาตรของน้ำผ่านรูรั่วของถังน้ำต่อนาที ที่มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 25 มิลลิเมตร และระดับน้ำที่รูรั่วสูงจากผิวน้ำ 5 เมตร (0.29 ลูกบาศก์เมตรต่อนาที)



ตัวอย่างที่ 60 จงหาปริมาตรของน้ำที่ผ่านรูรั่วของถังน้ำต่อนาที ซึ่งมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 50 มิลลิเมตร และระดับน้ำที่รูรั่วสูงจากผิวน้ำ 10 เมตร



ตัวอย่างที่ 61 ในการออกแบบเครื่องบินให้มีแรงยกขึ้น 900 นิวตันต่อตารางเมตร ของพื้นที่ปีก โดยถือว่าลมที่พัดผ่านปีกเครื่องบินนั้นพัดสม่ำเสมอ ถ้าลมที่พัดใต้ปีกมีอัตราเร็ว 100 เมตรต่อวินาที จงหาความเร็วของลมเหนือปีกเครื่องบินเพื่อให้ได้แรงยกตามต้องการ กำหนดให้อากาศมีความหนาแน่น 1.3 กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร (106.7 เมตรต่อวินาที)

ตัวอย่างที่ 62 ในการออกแบบเครื่องบินให้มีแรงยกขึ้น 1200 นิวตันต่อตารางเมตร ของพื้นที่ปีก โดยถือว่าลมที่พัดผ่านปีกเครื่องบินนั้นพัดสม่ำเสมอ ถ้าลมที่พัดใต้ปีกมีอัตราเร็ว 100 เมตรต่อวินาที จงหาความเร็วของลมเหนือปีกเครื่องบินเพื่อให้ได้แรงยกตามต้องการ กำหนดให้อากาศมีความหนาแน่น 1.2 กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร