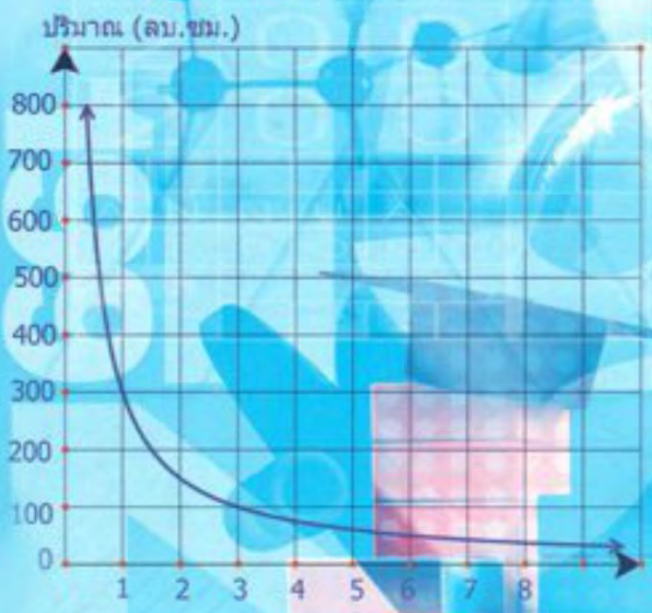
หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน

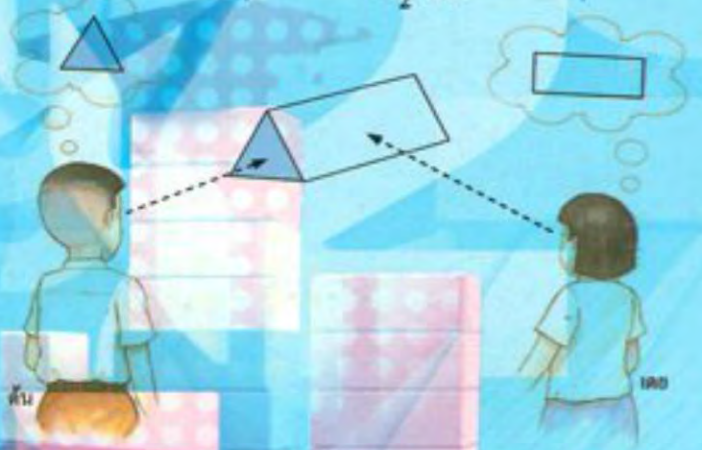
คณิตศาสตร์ เล่ม ๒

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑





กระทรวงศึกษาธิการ

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึ่งกระท่า บ้างไม่พึ่งกระท่า

๕๒.-

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน
คณิตศาสตร์ เล่ม ๒
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑

จัดทำโดย

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

กระทรวงศึกษาธิการ

ISBN 978 - 974 - 01 - 6222 - 3

พิมพ์ครั้งที่หนึ่ง ๘๐๐,๐๐๐ เล่ม

พ.ศ. ๒๕๕๓

องค์การค้าของ สกสค. จัดพิมพ์จำหน่าย

พิมพ์ที่โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว

๒๒๔๘ ถนนลาดพร้าว วังทองหลาง กรุงเทพมหานคร

มีลิขสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติ

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึ่งกระทำ บ้างไม่พึ่งกระทำ

ประกาศกระทรวงศึกษาธิการ
เรื่อง อนุญาตให้ใช้หนังสือในสถานศึกษา

ด้วยสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการได้มอบหมายให้สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี จัดทำหนังสือเรียน รายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม ๒ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช ๒๕๕๑ สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐานได้พิจารณาแล้ว อนุญาตให้ใช้หนังสือเล่มนี้ในสถานศึกษาได้

ประกาศ ณ วันที่ ๑๑ ธันวาคม พ.ศ. ๒๕๕๒

(นายชินภัทร ภูมิรัตน)
เลขาธิการคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

คำนำ

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม ๒ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ นี้ จัดทำขึ้นตามตัวชี้วัดและมาตรฐานการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑ สำหรับให้สถานศึกษาเลือกใช้ประกอบการเรียนการสอนและใช้เป็นแนวทางในการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ ให้ความรู้ความเข้าใจผู้เรียนนำไปสู่ทักษะการคิด วิเคราะห์ สังเคราะห์ ตามความสามารถและความแตกต่างระหว่างบุคคลของผู้เรียนได้ ในการจัดทำหนังสือเล่มนี้ ได้รับความช่วยเหลือจากคณาจารย์ ผู้ทรงคุณวุฒิ ผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์จากสถาบันต่างๆ ทั้งภาครัฐและเอกชนเป็นอย่างดี

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน หวังเป็นอย่างยิ่งว่าหนังสือเล่มนี้จะเป็นประโยชน์ต่อการจัดการเรียนรู้ เพื่อประยุกต์ใช้พัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียนได้อย่างเหมาะสม ขอขอบคุณสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ตลอดจนบุคคลและหน่วยงานที่มีส่วนเกี่ยวข้องในการจัดทำหนังสือไว้ ณ โอกาสนี้

(นายชินภัทร ภูมิรัตน)
เลขาธิการคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน
๑๑ ธันวาคม ๒๕๕๒

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

คำชี้แจง

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้รับมอบหมายจากกระทรวงศึกษาธิการ ให้พัฒนาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ กลุ่มสาระการเรียนรู้วิทยาศาสตร์ รวมทั้งสาระการออกแบบและ เทคโนโลยีและสาระเทคโนโลยีสารสนเทศในกลุ่มสาระการเรียนรู้การงานอาชีพและเทคโนโลยี ตลอดจนจัดทำสื่อการเรียนรู้ตามหลักสูตรดังกล่าว

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ สำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนต้น มีด้วยกันทั้งหมด 6 เล่ม จัดทำขึ้นเพื่อให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเอง นำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปพัฒนาชีวิต และเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตลอดจนศาสตร์อื่นๆ ในระดับที่สูงขึ้น ทั้งนี้สถานศึกษาสามารถปรับใช้เนื้อหาจากหนังสือเรียนทั้ง 6 เล่มนี้ เพื่อจัดการเรียนการสอนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ได้ตามความเหมาะสม

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ประกอบด้วยเรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน การประมาณค่า คู่อันดับและกราฟ สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ซึ่งเป็นเนื้อหาสาระตามมาตรฐานการเรียนรู้ตามที่กำหนดไว้ในหลักสูตร อย่างไรก็ตามผู้สอนสามารถปรับบทเรียนให้เหมาะสมกับศักยภาพของผู้เรียนแต่ละกลุ่ม

การจัดทำหนังสือเรียนคณิตศาสตร์เล่มนี้ สสวท. ได้รับความร่วมมืออย่างดียิ่งจากคณาจารย์ ผู้ทรงคุณวุฒิ นักวิชาการ และครูผู้สอน จากหลายหน่วยงาน ทั้งภาครัฐและเอกชน สสวท. จึงขอขอบคุณทุกท่านไว้ ณ ที่นี้ และหวังเป็นอย่างยิ่งว่าหนังสือเล่มนี้จะเป็นประโยชน์ต่อการศึกษาคณิตศาสตร์ อันเป็นรากฐานสำคัญของการพัฒนาทรัพยากรมนุษย์ของชาติต่อไป หากมีข้อเสนอแนะใดที่จะทำให้หนังสือเรียนเล่มนี้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น โปรดแจ้งให้สาขาคณิตศาสตร์มัธยมศึกษา สสวท. ทราบด้วย จักขอบคุณยิ่ง

(นางสาวนารี วงศ์สิโรจน์กุล)
รองผู้อำนวยการ รักษาการแทน
ผู้อำนวยการสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

สารบัญ

	หน้า
บทที่ 1 ทศนิยมและเศษส่วน	**1**
1.1 ทศนิยมและการเปรียบเทียบทศนิยม	1
1.2 การบวกและการลบทศนิยม	10
1.3 การคูณและการหารทศนิยม	22
1.4 เศษส่วนและการเปรียบเทียบเศษส่วน	40
1.5 การบวกและการลบเศษส่วน	44
1.6 การคูณและการหารเศษส่วน	58
1.7 ความสัมพันธ์ระหว่างทศนิยมและเศษส่วน	70
1.8 โอกาสของเหตุการณ์	77
บทที่ 2 การประมาณค่า	**81**
2.1 ค่าประมาณ	81
2.2 การปัดเศษ	85
2.3 การประมาณค่า	91
บทที่ 3 คู่อันดับและกราฟ	**107**
3.1 คู่อันดับและกราฟของคู่อันดับ	107
3.2 กราฟและการนำไปใช้	119

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

สารบัญ

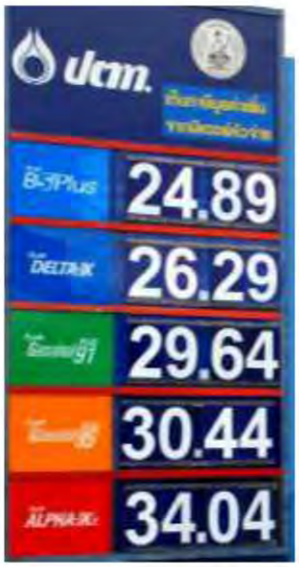
	หน้า
บทที่ 4 สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	**141**
4.1 แบบรูปและความสัมพันธ์	141
4.2 คำตอบของสมการ	150
4.3 การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	153
4.4 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	166
บทที่ 5 ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ	**175**
5.1 ภาพของรูปเรขาคณิตสามมิติ	175
5.2 หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ	192
5.3 ภาพที่ได้จากการมองทางด้านหน้า ด้านข้างและด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ	202
5.4 รูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์	215
บรรณานุกรม	227
ภาคผนวก	229
บัญชีศัพท์	229
บัญชีสัญลักษณ์	231

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

บทที่ 1

ทศนิยมและเศษส่วน

1.1 ทศนิยมและการเปรียบเทียบทศนิยม



ในชีวิตประจำวันเราพบการใช้จำนวนในรูป**ทศนิยม**อยู่เสมอ เช่น

น้ำมันดีเซลหมุนเร็ว ณ วันที่ 29 กันยายน 2552 ราคาลิตรละ 26 บาท 29 สตางค์ แทนด้วย 26.29 บาท

หญิงซื้อชมพู่เพชรทับทิมจันทร์ ราคา 196 บาท 50 สตางค์ แทนด้วย 196.50 บาท

สุมาลีหนัก 50 กิโลกรัม 700 กรัม แทนด้วย 50.7 กิโลกรัม

แจ๋วไปตลาดซื้อเนื้อไก่ 1 กิโลกรัม 8 ขีด แทนด้วย 1.8 กิโลกรัม

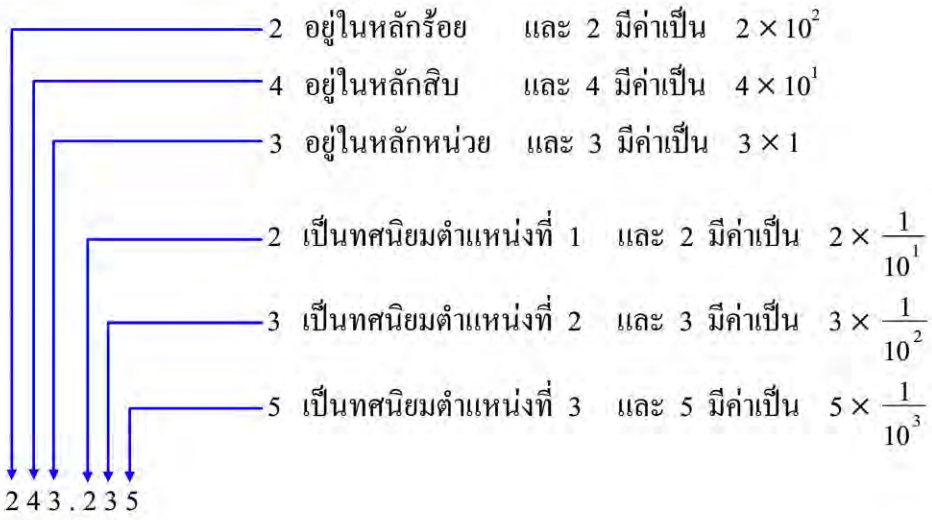
ติ๊กส่งพัสดุ 1 ชิ้นหนัก 1 กิโลกรัม 24 กรัม แทนด้วย 1.024 กิโลกรัม

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

ให้นักเรียนเขียนจำนวนที่ปรากฏในข้อความต่อไปนี้ ตามหน่วยที่ระบุไว้ในวงเล็บท้ายข้อในรูปทศนิยม

1. กระดานดำกว้าง 1 เมตร 5 เซนติเมตร (เมตร)
2. ทางเดินรอบสวนสาธารณะแห่งหนึ่งยาวประมาณ 3 กิโลเมตร 200 เมตร (กิโลเมตร)
3. บ้านคุณยายอยู่ห่างจากบ้านฉันประมาณ 200 เมตร (กิโลเมตร)
4. เหรียญสิบบาทหนา 2 มิลลิเมตร (เซนติเมตร)
5. สารเคมีชนิดหนึ่งหนัก 5 กรัม (กิโลกรัม)

จะเห็นว่าจำนวนที่อยู่ในรูปทศนิยม เช่น 243.235 ประกอบด้วยสองส่วน คือ ส่วนที่เป็นจำนวนเต็มและส่วนที่เป็นทศนิยม และมีจุด (.) คั่นระหว่างสองส่วนนั้น เลขโดดที่อยู่ในแต่ละหลักของ 243.235 มีความหมายและมีค่า ดังนี้



Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

ค่าประจำหลักของทศนิยม

ให้พิจารณาการเขียน 243.235 ในรูปกระจายต่อไปนี้

$$243.235 = (2 \times 10^{2}) + (4 \times 10^{1}) + (3 \times 1) + \left(2 \times \frac{1}{10^{1}}\right) + \left(3 \times \frac{1}{10^{2}}\right) + \left(5 \times \frac{1}{10^{3}}\right)$$

จากรูปกระจายดังกล่าว จะเห็นว่าค่าประจำหลักของเลขโดดในหลักต่าง ๆ ของทศนิยมเป็นดังนี้

ค่าประจำหลัก									
จำนวนเต็ม					ทศนิยม				
...	หลักพัน	หลักร้อย	หลักสิบ	หลักหน่วย	ตำแหน่งที่ 1	ตำแหน่งที่ 2	ตำแหน่งที่ 3	ตำแหน่งที่ 4	...
...		10^{2}	10^{1}	1	$\frac{1}{10^{1}}$	$\frac{1}{10^{2}}$	$\frac{1}{10^{3}}$		...

ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. ค่าประจำหลักของจำนวนเต็มซึ่งอยู่ในหลักพัน เป็นเท่าไร
2. ค่าประจำหลักของทศนิยมตำแหน่งที่ 4 เป็นเท่าไร
3. ค่าประจำหลักของทศนิยมตำแหน่งที่ 5 เป็นเท่าไร

ตัวอย่าง จงเขียน 345.746 และ 208.075 ให้อยู่ในรูปกระจาย

วิธีทำ

$$345.746 = (3 \times 10^{2}) + (4 \times 10^{1}) + (5 \times 1) + \left(7 \times \frac{1}{10^{1}}\right) + \left(4 \times \frac{1}{10^{2}}\right) + \left(6 \times \frac{1}{10^{3}}\right)$$

$$208.075 = (2 \times 10^{2}) + (0 \times 10^{1}) + (8 \times 1) + \left(0 \times \frac{1}{10^{1}}\right) + \left(7 \times \frac{1}{10^{2}}\right) + \left(5 \times \frac{1}{10^{3}}\right)$$

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

แบบฝึกหัด 1.1 ก

1. จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปกระจาย

1) 0.35	2) 0.08	3) 0.152
4) 0.204	5) 87.03	6) 16.124
7) 145.326	8) 90.675	9) 504.1006

2. จงหาว่า 8 ในแต่ละข้อต่อไปนี้มีค่าประจำหลักเท่าไร

1) 81.54	2) 2.281	3) 134.8
4) 21.978	5) 18.04	6) 0.00483

3. จงหาว่า 7 ในแต่ละข้อต่อไปนี้มีค่าเท่าไร

1) 1.74	2) 9.137	3) 27.495
4) 2.0754	5) 6.937	6) 71.412

4. จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ในรูปทศนิยม

1) $\left(1\times\frac{1}{10^{1}}\right)+\left(2\times\frac{1}{10^{2}}\right)+\left(4\times\frac{1}{10^{3}}\right)$

2) $4+\left(1\times\frac{1}{10^{2}}\right)+\left(3\times\frac{1}{10^{3}}\right)+\left(5\times\frac{1}{10^{4}}\right)$

3) $\left(4\times\frac{1}{10^{2}}\right)+\left(5\times\frac{1}{10^{3}}\right)+\left(1\times\frac{1}{10^{6}}\right)$

4) $\left(3\times\frac{1}{10^{1}}\right)+\left(2\times\frac{1}{10^{3}}\right)+\left(8\times\frac{1}{10^{6}}\right)$

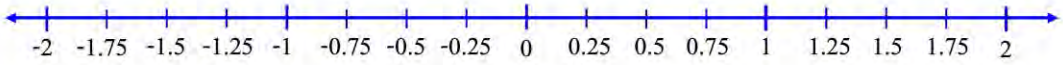
5) $(3\times10^{1})+\left(4\times\frac{1}{10^{1}}\right)+\left(1\times\frac{1}{10^{4}}\right)$

6) $(9\times10^{2})+(5\times1)+\left(3\times\frac{1}{10^{1}}\right)+\left(1\times\frac{1}{10^{3}}\right)$

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

ค่าสัมบูรณ์ของทศนิยม

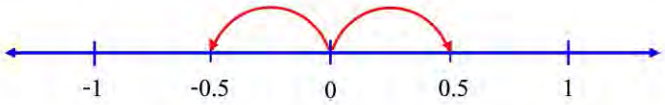
นักเรียนสามารถเขียนแสดงทศนิยมบนเส้นจำนวนได้เช่นเดียวกับจำนวนเต็ม ดังตัวอย่าง



จะเห็นว่าบนเส้นจำนวนนี้ ทศนิยมที่อยู่ทางขวาของ 0 เป็นทศนิยมที่เป็นจำนวนบวก ทศนิยมที่อยู่ทางซ้ายของ 0 เป็นทศนิยมที่เป็นจำนวนลบ

เราเคยทราบว่า ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเต็มใด ๆ หาได้จากระยะที่จำนวนเต็มนั้นอยู่ห่างจาก 0 บนเส้นจำนวน เราจะใช้หลักการนี้หาค่าสัมบูรณ์ของทศนิยมโดยใช้เส้นจำนวน ดังตัวอย่างต่อไปนี้

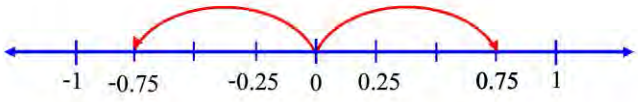
พิจารณาเส้นจำนวนต่อไปนี้



0.5 อยู่ห่างจาก 0 เป็นระยะ 0.5 หน่วย กล่าวว่าค่าสัมบูรณ์ของ 0.5 เท่ากับ 0.5

-0.5 อยู่ห่างจาก 0 เป็นระยะ 0.5 หน่วย กล่าวว่าค่าสัมบูรณ์ของ -0.5 เท่ากับ 0.5

พิจารณาเส้นจำนวนต่อไปนี้



0.75 อยู่ห่างจาก 0 เป็นระยะ 0.75 หน่วย กล่าวว่าค่าสัมบูรณ์ของ 0.75 เท่ากับ 0.75

-0.75 อยู่ห่างจาก 0 เป็นระยะ 0.75 หน่วย กล่าวว่าค่าสัมบูรณ์ของ -0.75 เท่ากับ 0.75

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

ค่าสัมบูรณ์ของทศนิยมใด ๆ หาได้จากระยะที่ทศนิยมนั้นอยู่ห่างจาก 0 บนเส้นจำนวน ตัวอย่างเช่น

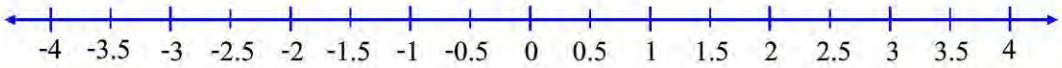
ค่าสัมบูรณ์ของ 1.5 เท่ากับ 1.5 เนื่องจาก 1.5 อยู่ห่างจาก 0 เป็นระยะ 1.5 หน่วย
ค่าสัมบูรณ์ของ -1.5 เท่ากับ 1.5 เนื่องจาก -1.5 อยู่ห่างจาก 0 เป็นระยะ 1.5 หน่วย
ค่าสัมบูรณ์ของ 3.25 เท่ากับ 3.25 เนื่องจาก 3.25 อยู่ห่างจาก 0 เป็นระยะ 3.25 หน่วย
ค่าสัมบูรณ์ของ -3.25 เท่ากับ 3.25 เนื่องจาก -3.25 อยู่ห่างจาก 0 เป็นระยะ 3.25 หน่วย

ให้นักเรียนหาค่าสัมบูรณ์ของทศนิยมต่อไปนี้

7.1, 2.02, -4.005, -0.007, 208.03 และ -103.104

การเปรียบเทียบทศนิยม

ในการเปรียบเทียบทศนิยมสองจำนวนที่ไม่เท่ากัน เพื่อดูว่าจำนวนใดน้อยกว่าหรือจำนวนใดมากกว่า เราจะเห็นได้ง่ายโดยใช้เส้นจำนวน ดังนี้



บนเส้นจำนวน ทศนิยมที่อยู่ทางขวาจะมากกว่าทศนิยมที่อยู่ทางซ้ายเสมอ

เนื่องจาก 2.5 อยู่ทางขวาของ 1.5
ดังนั้น 2.5 มากกว่า 1.5 ใช้สัญลักษณ์ $2.5 > 1.5$
เนื่องจาก 0.5 อยู่ทางขวาของ 0
ดังนั้น 0.5 มากกว่า 0 ใช้สัญลักษณ์ $0.5 > 0$
เนื่องจาก 0 อยู่ทางขวาของ -0.5
ดังนั้น 0 มากกว่า -0.5 ใช้สัญลักษณ์ $0 > -0.5$
เนื่องจาก -1.5 อยู่ทางขวาของ -2.5
ดังนั้น -1.5 มากกว่า -2.5 ใช้สัญลักษณ์ $-1.5 > -2.5$

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

เนื่องจาก 2.5 อยู่ทางขวาของ -3.5

ดังนั้น 2.5 มากกว่า -3.5 ใช้สัญลักษณ์ 2.5 > -3.5

เราสามารถเปรียบเทียบทศนิยมสองจำนวนใด ๆ โดยใช้หลักเกณฑ์ดังต่อไปนี้

1. **การเปรียบเทียบทศนิยมที่เป็นจำนวนบวกสองจำนวนใด ๆ** เนื่องจากทศนิยมประกอบด้วยส่วนที่เป็นจำนวนเต็ม และส่วนที่เป็นทศนิยม จึงให้เปรียบเทียบส่วนที่เป็นจำนวนเต็มก่อน *ถ้าไม่เท่ากัน*ก็สามารถสรุปได้ว่า ทศนิยมใดมากกว่าตามหลักการเปรียบเทียบจำนวนเต็ม *ถ้าเท่ากัน*ให้เปรียบเทียบส่วนที่เป็นทศนิยม นับตั้งแต่ทศนิยมตำแหน่งที่หนึ่งเป็นต้นไป โดยพิจารณาเลขโดดคู่แรกในตำแหน่งเดียวกันที่ไม่เท่ากัน จำนวนที่มีเลขโดดในตำแหน่งนั้นมากกว่าจะเป็นจำนวนที่มากกว่า เช่น

   1) ต้องการเปรียบเทียบ 7.12 และ 3.45
      เนื่องจากส่วนที่เป็นจำนวนเต็มของ 7.12 และ 3.45 คือ 7 และ 3 ตามลำดับ
      ซึ่ง 7 มากกว่า 3
      ดังนั้น 7.12 มากกว่า 3.45

   2) ต้องการเปรียบเทียบ 25.71 และ 5.23
      เนื่องจากส่วนที่เป็นจำนวนเต็มของ 25.71 และ 5.23 คือ 25 และ 5 ตามลำดับ
      ซึ่ง 25 มากกว่า 5
      ดังนั้น 25.71 มากกว่า 5.23

   3) ต้องการเปรียบเทียบ 0.413 และ 0.415
      เนื่องจากส่วนที่เป็นจำนวนเต็มของ 0.413 และ 0.415 เท่ากัน คือ 0 จึงต้องเปรียบเทียบส่วนที่เป็นทศนิยม ซึ่งจะเห็นว่าเลขโดดคู่แรกในตำแหน่งเดียวกันที่ไม่เท่ากัน คือ เลขโดดในทศนิยมตำแหน่งที่สาม ได้แก่ 3 และ 5 ซึ่ง 3 น้อยกว่า 5
      ดังนั้น 0.413 น้อยกว่า 0.415

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

2. **การเปรียบเทียบทศนิยมที่เป็นจำนวนลบสองจำนวนใด ๆ** ให้หาค่าสัมบูรณ์ของทั้งสองจำนวน แล้วนำค่าสัมบูรณ์ที่ได้มาเปรียบเทียบกัน จำนวนที่มีค่าสัมบูรณ์น้อยกว่าจะเป็นจำนวนที่มากกว่า เช่น

   1) ต้องการเปรียบเทียบ -0.93 และ -0.95
      เนื่องจากค่าสัมบูรณ์ของ -0.93 เท่ากับ 0.93
      ค่าสัมบูรณ์ของ -0.95 เท่ากับ 0.95
      และ 0.93 น้อยกว่า 0.95
      ดังนั้น -0.93 มากกว่า -0.95

   2) ต้องการเปรียบเทียบ -5.41 และ -3.22
      เนื่องจากค่าสัมบูรณ์ของ -5.41 เท่ากับ 5.41
      ค่าสัมบูรณ์ของ -3.22 เท่ากับ 3.22
      และ 5.41 มากกว่า 3.22
      ดังนั้น -5.41 น้อยกว่า -3.22

3. **การเปรียบเทียบทศนิยมที่เป็นจำนวนบวกและทศนิยมที่เป็นจำนวนลบ** เนื่องจากทศนิยมที่เป็นจำนวนบวกอยู่ทางขวาของ 0 และทศนิยมที่เป็นจำนวนลบอยู่ทางซ้ายของ 0 ดังนั้นทศนิยมที่เป็นจำนวนบวกย่อมมากกว่าทศนิยมที่เป็นจำนวนลบ เช่น $0.005 > -4.31$

   ตัวอย่าง จงเรียงลำดับจำนวนต่อไปนี้จากมากไปน้อย
   -2.53, -1.75, -1.71, 0.56 และ 0.52
   ลำดับแรก พิจารณาทศนิยมที่เป็นจำนวนบวกก่อน
   จะได้ว่า 0.56 มากกว่า 0.52
   ลำดับต่อไป พิจารณาทศนิยมที่เป็นจำนวนลบ
   จะได้ว่า -1.71 มากกว่า -1.75 และ -1.75 มากกว่า -2.53
   ดังนั้น เรียงลำดับจำนวนข้างต้นจากมากไปน้อยได้ดังนี้
   0.56, 0.52, -1.71, -1.75 และ -2.53

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

แบบฝึกหัด 1.1 ข

1. จงเติมเครื่องหมาย >, = หรือ < ในช่องว่างระหว่างสองจำนวนในแต่ละข้อต่อไปนี้

1)	0.54 …..	0.57	2)	7.08 …..	7.008
3)	25.01 …..	-28.3	4)	3.1416 …..	-22.73
5)	-20.75 …..	-2.71	6)	-0.05 …..	-0.51
7)	-0.07 …..	-0.007	8)	-11.810 …..	-11.8100

2. จงพิจารณาว่าประโยคต่อไปนี้เป็นจริงหรือเป็นเท็จ

1)	4.5	= 4.50	2)	10.31	=	10.301
3)	7.35	> -7.38	4)	0	>	-0.1
5)	-7.35	< -7.38	6)	1.2	<	1.200
7)	0.5725	> 0.58	8)	-4.58	=	-45.80

3. จงเรียงลำดับจำนวนต่อไปนี้จากมากไปน้อย

1)	0.2, 0.21, 0.24	2)	36.25, 36.50, 36.15
3)	-0.31, -0.42, -0.15	4)	-3.1, -2.1, -1.3
5)	6.152, -7.052, -5.612, 5.602	6)	-31.170, 30.710, -30.701, 31.107

4. นักเรียนห้าคนชั่งน้ำหนักที่ห้องพยาบาลได้ดังนี้ 35.4, 37.5, 41.5, 39.6 และ 42.0 กิโลกรัม จงหาว่าน้ำหนักตัวที่มากที่สุดและน้อยที่สุดเป็นเท่าใด
5. ธาตุไนโตรเจน ออกซิเจน และไฮโดรเจน มีจุดหลอมเหลว -209.8°C , -218.4°C และ -259.1°C ตามลำดับ ธาตุใดมีจุดหลอมเหลวสูงสุด และธาตุใดมีจุดหลอมเหลวต่ำสุด
6. วันหนึ่งในฤดูหนาวที่เมืองเวอร์โคยัสก์ ในมณฑลไซบีเรียของรัสเซียมีอุณหภูมิเฉลี่ย -75.8°C และที่เมืองแฟร์แบงส์ ในรัฐอลาสกา สหรัฐอเมริกามีอุณหภูมิเฉลี่ย -52.2°C ในวันนั้นเมืองใดมีอากาศหนาวกว่ากัน

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

1.2 การบวกและการลบทศนิยม

การบวกทศนิยม

นักเรียนเคยทราบมาแล้วว่า ในการบวกทศนิยมที่เป็นจำนวนบวกใช้หลักเกณฑ์เดียวกับการบวกจำนวนเต็มบวก คือ จัดเลขโดดที่อยู่ในหลักหรือตำแหน่งเดียวกันให้ตรงกันแล้วบวกกัน ดังตัวอย่าง

ตัวอย่าง การหาผลบวก 11.6 + 0.875

วิธีทำ 11.6 + 0.875 = 11.600 + 0.875

$$\begin{array}{r} 11.600 \\ +\ 0.875 \\ \hline 12.475 \end{array}$$

ตอบ 12.475

การบวกทศนิยมใช้หลักเกณฑ์เดียวกับการบวกจำนวนเต็ม ดังต่อไปนี้

1. การบวกทศนิยมที่เป็นจำนวนบวกด้วยทศนิยมที่เป็นจำนวนบวก ใช้วิธีเดียวกับการบวกจำนวนเต็มบวกด้วยจำนวนเต็มบวก ซึ่งจะได้คำตอบเป็นจำนวนบวก

ตัวอย่างที่ 1 จงหาผลบวก 10.9 + 21.05

วิธีทำ 10.9 + 21.05 = 10.90 + 21.05

$$\begin{array}{r} 10.90 \\ +\ 21.05 \\ \hline 31.95 \end{array}$$

ดังนั้น 10.9 + 21.05 = 31.95

ตอบ 31.95

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

2. การบวกทศนิยมที่เป็นจำนวนลบด้วยทศนิยมที่เป็นจำนวนลบ ให้นำค่าสัมบูรณ์มาบวกกัน แล้วตอบเป็นจำนวนลบ

ตัวอย่างที่ 2 จงหาผลบวก (-0.37) + (-1.4)

วิธีทำ (-0.37) + (-1.4) = (-0.37) + (-1.40)

$$\begin{array}{r} -0.37 \\ +\ \underline{-1.40} \\ \underline{-1.77} \end{array}$$

ค่าสัมบูรณ์ของ -0.37 บวกด้วย ค่าสัมบูรณ์ของ -1.40 แล้วตอบเป็นจำนวนลบ

ดังนั้น (-0.37) + (-1.4) = -1.77

ตอบ -1.77

3. การบวกระหว่างทศนิยมที่เป็นจำนวนบวกกับทศนิยมที่เป็นจำนวนลบ ให้นำค่าสัมบูรณ์ที่มากกว่าลบด้วยค่าสัมบูรณ์ที่น้อยกว่า แล้วตอบเป็นจำนวนบวกหรือจำนวนลบตามจำนวนที่มีค่าสัมบูรณ์มากกว่า

ตัวอย่างที่ 3 จงหาผลบวก 2.5 + (-0.735)

วิธีทำ 2.5 + (-0.735) = 2.500 + (-0.735)

$$\begin{array}{r} 2.500 \\ +\ \underline{-0.735} \\ \underline{1.765} \end{array}$$

ค่าสัมบูรณ์ของ 2.500 ลบด้วย ค่าสัมบูรณ์ของ -0.735

$$\begin{array}{r} 2.500 \\ -\ \underline{0.735} \\ \underline{1.765} \end{array}$$

แล้วตอบเป็นจำนวนบวกตาม 2.5 ที่มีค่าสัมบูรณ์มากกว่า

ดังนั้น 2.5 + (-0.735) = 1.765

ตอบ 1.765

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

ตัวอย่างที่ 4 จงหาผลบวก (-9.46) + 6.75

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} -9.46 \\ +\ 6.75 \\ \hline -2.71 \end{array}$$

ดังนั้น (-9.46) + 6.75 = -2.71

ตอบ -2.71

การบวกทศนิยมตามหลักเกณฑ์ข้างต้น ยังมีสมบัติการบวกเช่นเดียวกับสมบัติการบวกจำนวนเต็มอีกด้วย ได้แก่ **สมบัติการบวกด้วยศูนย์ สมบัติการสลับที่** และ**สมบัติการเปลี่ยนหมู่**

การบวกทศนิยมใด ๆ ด้วยศูนย์หรือการบวกศูนย์ด้วยทศนิยมใด ๆ จะได้ผลบวกเท่ากับทศนิยมนั้น ๆ เสมอ

ตัวอย่างที่ 5 จงหาผลบวก 6.07 + 0

วิธีทำ 6.07 + 0 = 6.07

ตอบ 6.07

ตัวอย่างที่ 6 จงหาผลบวก 0 + (-13.48)

วิธีทำ 0 + (-13.48) = -13.48

ตอบ -13.48

เมื่อมีทศนิยมสองจำนวนบวกกัน เราสามารถสลับที่ระหว่างตัวตั้งและตัวบวกได้โดยที่ผลลัพธ์ยังคงเท่ากัน

เมื่อมีทศนิยมสามจำนวนบวกกัน เราสามารถบวกทศนิยมคู่แรกหรือคู่หลังก่อนก็ได้โดยที่ผลลัพธ์สุดท้ายยังคงเท่ากัน

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

ตัวอย่างที่ 7 จงหาผลบวก $17.31 + (-12.69) + (-7.31)$

วิธีทำ

วิธีที่ 1
$$17.31 + (-12.69) + (-7.31) = [17.31 + (-12.69)] + (-7.31)$$
$$= 4.62 + (-7.31)$$
$$= -2.69$$

ตอบ -2.69

จากโจทย์ในตัวอย่างนี้ ถ้าใช้สมบัติการสลับที่และสมบัติการเปลี่ยนหมู่ จะทำให้การคำนวณง่ายขึ้นดังวิธีที่ 2 และวิธีที่ 3

วิธีที่ 2
$$17.31 + (-12.69) + (-7.31) = [17.31 + (-7.31)] + (-12.69)$$
$$= 10 + (-12.69)$$
$$= -2.69$$

ตอบ -2.69

วิธีที่ 3
$$17.31 + (-12.69) + (-7.31) = 17.31 + [(-12.69) + (-7.31)]$$
$$= 17.31 + (-20)$$
$$= -2.69$$

ตอบ -2.69

ตัวอย่างที่ 8 อารีมีอาชีพเย็บปลอกผ้าห่มนวมจากเศษผ้า วันหนึ่งอารีไปซื้อผ้าปลายไม้ซึ่งมีขายเป็นชิ้น ๆ ทางร้านขายผ้าจะติดป้ายบอกจำนวนผ้าและราคาไว้ที่ผ้าแต่ละชิ้น ถ้าอารีเลือกผ้ามา 5 ชิ้น แต่ละชิ้นมีความยาวดังนี้ ชิ้นที่หนึ่งยาว 2 เมตร 40 เซนติเมตร ชิ้นที่สองยาว 1 เมตร 75 เซนติเมตร ชิ้นที่สามยาว 2 เมตร 60 เซนติเมตร ชิ้นที่สี่ยาว 1 เมตร 35 เซนติเมตร และชิ้นที่ห้ายาว 3 เมตร 5 เซนติเมตร อารีซื้อผ้ามาทั้งหมดกี่เมตร

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

วิธีทำ อารีซื้อผ้ามาห้าชิ้นมีความยาว ดังนี้

ผ้าชิ้นที่หนึ่งยาว 2 เมตร 40 เซนติเมตร เท่ากับ 2.40 เมตร

ผ้าชิ้นที่สองยาว 1 เมตร 75 เซนติเมตร เท่ากับ 1.75 เมตร

ผ้าชิ้นที่สามยาว 2 เมตร 60 เซนติเมตร เท่ากับ 2.60 เมตร

ผ้าชิ้นที่สี่ยาว 1 เมตร 35 เซนติเมตร เท่ากับ 1.35 เมตร

ผ้าชิ้นที่ห้ายาว 3 เมตร 5 เซนติเมตร เท่ากับ 3.05 เมตร

ดังนั้นอารีซื้อผ้ามาทั้งหมด $2.40 + 1.75 + 2.60 + 1.35 + 3.05 = 11.15$ เมตร

ตอบ 11.15 เมตร

แบบฝึกหัด 1.2 ก

1. จงหาผลบวก

   1) $(-3.101) + 2.987$
   2) $(-0.205) + 1.795$
   3) $(-22.95) + (-12.081)$
   4) $(-36.7) + 18.925$
   5) $100 + (-75.025)$
   6) $(-72.65) + (-11.357)$

2. จงหาผลบวก

   1) $(-12.3) + 5.17 + (-3.24)$
   2) $(-51.09) + (-8.2) + (-0.103)$
   3) $(-29.81) + 2.2 + 29.81$
   4) $(-10.45) + (-32.01) + 20.45$
   5) $43.09 + (-0.602) + 7.91 + (-50.398)$
   6) $(-12.03) + 11.54 + (-20.07) + 20.46$

3. จงหาทศนิยมที่แทน a แล้วทำให้ได้ประโยคเป็นจริง

   1) $7.3 + (-2.1) = a + 7.3$
   2) $(-5.01) + a = (-2.09) + (-5.01)$
   3) $(-3.059) + a = 0$
   4) $0 + a = -6.538$
   5) $(-9.4) + a = -10$
   6) $[(-9.3) + 12.3] + a = 3.7$

4. จงหาทศนิยมสองจำนวนที่บวกกันแล้วมีคำตอบเป็นจำนวนต่อไปนี้

   1) 0
   2) 4.01
   3) -8.7
   4) -6.25

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

ปัญหาของลุงทอง

ลุงทองและป้าบัวเงิน เป็นชาวสวนมีลูกสาวอยู่ 2 คน มีบ้านพักอยู่ริมคลองและฝั่งตรงข้ามบ้านของลุงทองมีวัดใหญ่ประจำตำบล วันนี้เป็นวันวิสาขบูชา ลุงทองอยากจะพาครอบครัวไปทำบุญและเวียนเทียนที่วัด โดยต้องพายเรือข้ามฟากไป เรือพายของลุงทองมีขนาดเล็กไม่สามารถพาครอบครัวไปพร้อมกันในเที่ยวเดียวได้ เพราะมีปัญหาเกี่ยวกับน้ำหนักของคนทั้งสี่

นักเรียนช่วยลุงทองวางแผนหน่อยว่า จะต้องจัดคนและของถวายพระลงเรืออย่างไร จึงจะพายเรือให้มีจำนวนเที่ยวน้อยที่สุด ถ้ามีเงื่อนไขของน้ำหนักและการรับน้ำหนักของเรือ ดังนี้

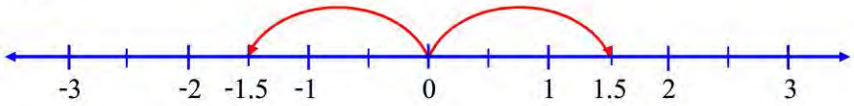
1. ลุงทองหนัก 72.5 กิโลกรัม
   ป้าบัวเงินหนัก 58.2 กิโลกรัม
   ลูกคนโตหนัก 43.7 กิโลกรัม
   ลูกคนเล็กหนัก 34.5 กิโลกรัม
2. ของถวายพระที่ต้องนำไปในเที่ยวเดียวกัน หนัก 12.8 กิโลกรัม
3. เรือรับน้ำหนักได้ไม่เกิน 120 กิโลกรัม

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

การลบทศนิยม

จำนวนตรงข้ามของทศนิยม

เมื่อพิจารณาบนเส้นจำนวนจะพบว่า ทศนิยมที่เป็นจำนวนบวกและทศนิยมที่เป็นจำนวนลบที่มีค่าสัมบูรณ์เท่ากัน จะอยู่คนละข้างของ 0 และอยู่ห่างจาก 0 เป็นระยะเท่ากัน เช่น -1.5 และ 1.5

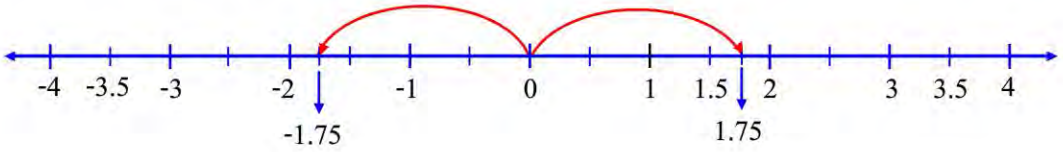


$1.5 + (-1.5) = (-1.5) + 1.5 = 0$

เรากล่าวว่า

-1.5 เป็นจำนวนตรงข้ามของ 1.5

และ 1.5 เป็นจำนวนตรงข้ามของ -1.5



$1.75 + (-1.75) = (-1.75) + 1.75 = 0$

-1.75 เป็นจำนวนตรงข้ามของ 1.75

และ 1.75 เป็นจำนวนตรงข้ามของ -1.75

> ถ้า a เป็นทศนิยมใด ๆ **จำนวนตรงข้าม**ของ a มีเพียงจำนวนเดียว เขียนแทนด้วย -a และ $a + (-a) = (-a) + a = 0$

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึ่งกระทำ บ้างไม่พึ่งกระทำ

จำนวนตรงข้ามของ -1.75 เขียนแทนด้วย -(-1.75)

จำนวนตรงข้ามของ -1.75 คือ 1.75

เนื่องจากจำนวนตรงข้ามของ -1.75 มีเพียงจำนวนเดียว

ดังนั้น -(-1.75) = 1.75

ถ้า a เป็นทศนิยมใด ๆ **จำนวนตรงข้าม**ของ -a คือ a และเขียนแทนด้วย -(-a) = a

ให้นักเรียนหาจำนวนตรงข้ามของทศนิยมต่อไปนี้

2.9, 0.58, -4.09, -0.002, -1.32, 10.03, -11.15, -21.75 และ -2.125

ในการหาผลลบของทศนิยมใด ๆ เราใช้ข้อตกลงเดียวกันกับที่ใช้ในการหาผลลบของจำนวนเต็มคือ

ตัวตั้ง – ตัวลบ = ตัวตั้ง + จำนวนตรงข้ามของตัวลบ

เมื่อ a และ b แทนทศนิยมใด ๆ

$a - b = a +$ จำนวนตรงข้ามของ b

หรือ $a - b = a + (-b)$

เช่น $5.01 - 2.32 = 5.01 + (-2.32)$

$(-4.17) - 1.32 = (-4.17) + (-1.32)$

$(-10.053) - (-2.3) = (-10.053) + 2.3$

เมื่อเขียนการลบให้อยู่ในรูปการบวกแล้วจึงหาผลบวกของทศนิยม ดังตัวอย่างต่อไปนี้

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

ตัวอย่างที่ 9 จงหาผลลบ 63.02 – (-86.38)

วิธีทำ 63.02 – (-86.38) = 63.02 + (86.38)

ตัวลบ คือ -86.38
จำนวนตรงข้ามของ -86.38 คือ 86.38

$$\begin{array}{r} 63.02 \\ +\ 86.38 \\ \hline 149.40 \end{array}$$

ดังนั้น 63.02 – (-86.38) = 149.40

ตอบ 149.40

ตัวอย่างที่ 10 จงหาผลลบ (-125.17) – (-72.9)

วิธีทำ (-125.17) – (-72.9) = (-125.17) + 72.90

$$\begin{array}{r} -125.17 \\ +\ 72.90 \\ \hline -52.27 \end{array}$$

ดังนั้น (-125.17) – (-72.9) = -52.27

ตอบ -52.27

ตัวอย่างที่ 11 จงหาผลลบ (-18.307) – 60.47

วิธีทำ (-18.307) – 60.47 = (-18.307) + (-60.47)

$$\begin{array}{r} -18.307 \\ +\ -60.470 \\ \hline -78.777 \end{array}$$

ดังนั้น (-18.307) – 60.47 = -78.777

ตอบ -78.777

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

ตัวอย่างที่ 12 จงหาผลลัพธ์ (21.9 + 154.27) – 119.35

วิธีทำ (21.9 + 154.27) – 119.35 = (21.9 + 154.27) + (-119.35)

$$\begin{array}{r} 21.90 \\ 154.27 \\ \hline 176.17 \\ -119.35 \\ \hline 56.82 \end{array} \quad \begin{array}{l} \\ + \\ \\ + \\ \end{array}$$

ดังนั้น (21.9 + 154.27) – 119.35 = 56.82

ตอบ 56.82

ตัวอย่างที่ 13 จงหาผลลบ 2.23 – 18.04

วิธีทำ 2.23 – 18.04 = 2.23 + (-18.04)

= -15.81

ตัวลบ คือ 18.04
จำนวนตรงข้ามของ 18.04 คือ -18.04

ดังนั้น 2.23 – 18.04 = -15.81

ตอบ -15.81

ตัวอย่างที่ 14 จงหาผลลบ (-52.05) – 45.5

วิธีทำ (-52.05) – 45.5 = (-52.05) + (-45.50)

= -97.55

ดังนั้น (-52.05) – 45.5 = -97.55

ตอบ -97.55

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

ตัวอย่างที่ 15 เด็กแรกเกิดคนหนึ่งมีน้ำหนัก 2,750 กรัม เมื่อไปตรวจสุขภาพอีกสามเดือนถัดมามีน้ำหนัก 4.8 กิโลกรัม จงหาว่าเด็กคนนี้มีน้ำหนักเพิ่มขึ้นกี่กิโลกรัม

วิธีทำ เมื่อแรกเกิดเด็กมีน้ำหนัก 2,750 กรัม เท่ากับ 2.75 กิโลกรัม

อีกสามเดือนไปตรวจสุขภาพมีน้ำหนัก 4.8 กิโลกรัม

ดังนั้น เด็กคนนี้มีน้ำหนักเพิ่มขึ้น $4.8 - 2.75 = 2.05$ กิโลกรัม

ตอบ 2.05 กิโลกรัม

แบบฝึกหัด 1.2 ข

1. จงหาผลลบ

   1) $25.15 - 10.5$
   2) $8.1 - (-3.92)$
   3) $(-8.1) - (-3.09)$
   4) $(-0.011) - 0.39$
   5) $(-99.9) - 9.1$
   6) $8.17 - 21.25$
   7) $(-18.75) - (-21.5)$
   8) $(-10.009) - (-10.009)$
   9) $0 - (-14.498)$
   10) $(-6.007) - 0$

2. จงหาผลลัพธ์

   1) $[(-5.2) + 8] - 2.8$
   2) $[(-10.1) + 15.9] - (-3.2)$
   3) $(9.05 - 3.7) + 12.1$
   4) $(8.5 - 11.9) + (-1.04)$
   5) $[(-12.6) - 4.4] + 9.9$
   6) $[(-7.3) - 6.2] - 3.32$
   7) $(-24.5) + (12.9 - 11.5)$
   8) $20.30 - (2 - 15.5)$
   9) $(-1.8) + [(-10.15) - 2.4]$
   10) $(-5.5) + [12.4 - 3.24]$

3. จงพิจารณาประโยค $a - b = b - a$ แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

   1) จงหาทศนิยมมาแทน a และ b เพื่อทำให้ประโยคข้างต้นเป็นจริง
   2) จงหาทศนิยมมาแทน a และ b เพื่อทำให้ประโยคข้างต้นเป็นเท็จ
   3) ทศนิยมมีสมบัติการสลับที่สำหรับการลบหรือไม่

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

4. จงพิจารณาประโยค $(a-b)-c = a-(b-c)$ แล้วตอบคำถามต่อไปนี้
   1) จงหาทศนิยมมาแทน a, b และ c เพื่อทำให้ประโยคข้างต้นเป็นจริง
   2) จงหาทศนิยมมาแทน a, b และ c เพื่อทำให้ประโยคข้างต้นเป็นเท็จ
   3) ทศนิยมมีสมบัติการเปลี่ยนหมู่สำหรับการลบหรือไม่
5. แก้วเปล่าใบหนึ่งหนัก 34.75 กรัม เอาน้ำใส่แก้วใบนี้แล้วชั่งใหม่ได้หนัก 85.2 กรัม อยากทราบว่าน้ำในแก้วมีน้ำหนักเท่าไร
6. ถ้วยยูเรกา (Eureka) ใบหนึ่งหนัก 20.4 กรัม ถ้าเอาน้ำใส่เต็มถ้วยแล้วชั่งได้หนัก 243.2 กรัม แต่ถ้าเอาน้ำเกลือใส่เต็มถ้วยแล้วชั่งได้หนัก 248.5 กรัม จงหาว่าน้ำหนักของน้ำเต็มถ้วยเบากว่าน้ำหนักของน้ำเกลือเต็มถ้วยกี่กรัม
7. สังกะสีชิ้นหนึ่งชั่งในอากาศหนัก 78.5 กรัม ถ้าชั่งในน้ำหนัก 73.5 กรัม อยากทราบว่าน้ำหนักของสังกะสีในน้ำเบากว่าในอากาศเท่าไร
8. ท่อระบายน้ำทรงกระบอกทำด้วยปูนซีเมนต์ วัดเส้นผ่านศูนย์กลางวงนอกของหน้าตัดได้ 0.425 เมตร ปูนซีเมนต์ที่หล่อหนา 0.038 เมตร จงหาความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางวงในที่เป็นส่วนกลวง
9. ธาตุไนโตรเจน ออกซิเจน และไฮโดรเจน มีจุดหลอมเหลว $-209.8^{\circ}C$, $-218.4^{\circ}C$ และ $-259.1^{\circ}C$ ตามลำดับ อยากทราบว่าจุดหลอมเหลวสูงสุดและต่ำสุดต่างกันกี่องศา
10. ธาตุออกซิเจน มีจุดหลอมเหลว $-218.4^{\circ}C$ และมีจุดเดือด $-183^{\circ}C$ ถ้าต้องการให้ออกซิเจนเปลี่ยนสภาวะจากของเหลวเป็นก๊าซจะต้องเพิ่มอุณหภูมิอย่างน้อยที่สุดเท่าใด

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

1.3 การคูณและการหารทศนิยม

การคูณทศนิยม

นักเรียนเคยทราบมาแล้วว่า การคูณทศนิยมที่เป็นจำนวนบวกมีวิธีการเช่นเดียวกับการคูณจำนวนเต็มบวกแล้วใส่จุดทศนิยมให้ถูกที่ กล่าวคือ ถ้าตัวตั้งเป็นทศนิยมที่มี a ตำแหน่ง ตัวคูณเป็นทศนิยมที่มี b ตำแหน่ง ผลคูณจะเป็นทศนิยมที่มี $a+b$ ตำแหน่ง เช่น

$16 \times 3 = 48$

$0.16 \times 0.3 = 0.048$

$105 \times 5 = 525$

$0.105 \times 0.5 = 0.0525$

$1000 \times 25 = 25000$

$1000 \times 0.25 = 250.00 = 250$

ในการคูณทศนิยมใด ๆ มีวิธีการเช่นเดียวกับการคูณจำนวนเต็ม และใส่จุดทศนิยมให้ถูกที่ ดังต่อไปนี้

1. การคูณทศนิยมที่เป็นจำนวนบวกด้วยทศนิยมที่เป็นจำนวนบวก ใช้วิธีการเดียวกับการคูณจำนวนเต็มบวกด้วยจำนวนเต็มบวก ซึ่งจะได้คำตอบเป็นทศนิยมที่เป็นจำนวนบวก

ตัวอย่างที่ 1 จงหาผลคูณ 1.7×2.5

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} 17 \\ \times\ 25 \\ \hline 85 \\ 34 \\ \hline 425 \end{array}$$

ดังนั้น $1.7 \times 2.5 = 4.25$

ตอบ 4.25

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึ่งกระทำ บ้างไม่พึ่งกระทำ

2. การคูณทศนิยมที่เป็นจำนวนลบด้วยทศนิยมที่เป็นจำนวนลบ จะได้คำตอบเป็นทศนิยมที่เป็นจำนวนบวก และมีค่าสัมบูรณ์ของผลคูณเท่ากับผลคูณของค่าสัมบูรณ์ของสองจำนวนนั้น

ตัวอย่างที่ 2 จงหาผลคูณ $(-1.08) \times (-2.7)$

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} 108 \\ \times \\ \underline{27} \\ 756 \\ \underline{216} \\ \underline{2916} \end{array}$$

ดังนั้น $(-1.08) \times (-2.7) = 2.916$

ตอบ 2.916

3. การคูณระหว่างทศนิยมที่เป็นจำนวนบวกกับทศนิยมที่เป็นจำนวนลบ จะได้คำตอบเป็นทศนิยมที่เป็นจำนวนลบ และมีค่าสัมบูรณ์ของผลคูณเท่ากับผลคูณของค่าสัมบูรณ์ของสองจำนวนนั้น

ตัวอย่างที่ 3 จงหาผลคูณ $30.2 \times (-6.81)$

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} 302 \\ \times \\ \underline{681} \\ 302 \\ 2416 \\ \underline{1812} \\ \underline{205662} \end{array}$$

ดังนั้น $30.2 \times (-6.81) = -205.662$

ตอบ -205.662

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

ตัวอย่างที่ 4 จงหาผลคูณ $(-0.71) \times 0.05$

วิธีทำ $(-0.71) \times 0.05 = -0.0355$

ตอบ -0.0355

การคูณทศนิยมตามหลักเกณฑ์ข้างต้น ยังมีสมบัติการคูณเช่นเดียวกับสมบัติการคูณจำนวนเต็มอีกด้วย ได้แก่ **สมบัติการสลับที่ สมบัติการเปลี่ยนหมู่ สมบัติการคูณด้วยศูนย์**และ **สมบัติการคูณด้วยหนึ่ง** ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 5 จงหาผลลัพธ์ $(-12.5) \times 27.85 \times 8$

วิธีทำ
$$(-12.5) \times 27.85 \times 8 = [(-12.5) \times 8] \times 27.85$$
$$= (-100) \times 27.85$$
$$= -2785$$

ตอบ -2785

นอกจากสมบัติต่าง ๆ ที่กล่าวมาแล้วยังมี **สมบัติการแจกแจง**ที่แสดงความเกี่ยวข้องระหว่างการบวกและการคูณทศนิยม

ตัวอย่างที่ 6 จงหาผลลัพธ์ $[(-6.3) \times 17.45] + [(-6.3) \times (-16.45)]$

วิธีทำ
$$[(-6.3) \times 17.45] + [(-6.3) \times (-16.45)] = (-6.3) \times [17.45 + (-16.45)]$$
$$= (-6.3) \times 1$$
$$= -6.3$$

ตอบ -6.3

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

ตัวอย่างที่ 7 จงหาผลคูณ 999.9×0.48

วิธีทำ

$$\begin{aligned} 999.9 \times 0.48 &= (1000 - 0.1) \times 0.48 \\ &= [1000 + (-0.1)] \times 0.48 \\ &= (1000 \times 0.48) + [(-0.1) \times 0.48] \\ &= 480 + (-0.048) \\ &= 479.952 \end{aligned}$$

เพื่อความสะดวกและรวดเร็วในการคำนวณจึงเขียน $1000 - 0.1$ แทน 999.9

ตอบ 479.952

ตัวอย่างที่ 8 คุณยายยุพินซื้อมังคุด 6.7 กิโลกรัม กิโลกรัมละ 15 บาท อยากทราบว่าแม่ค้าอาจคิดค่ามังคุดได้อย่างไรและเป็นเงินเท่าไร

วิธีทำ แม่ค้าอาจคิดค่ามังคุดในใจโดยใช้สมบัติการแจกแจงมาช่วย ดังตัวอย่างวิธีคิดต่อไปนี้

วิธีที่ 1

มังคุดกิโลกรัมละ 15 บาท คิดเป็นขีดละ			1.50	บาท
มังคุด 6 กิโลกรัมราคา	6×15	=	90	บาท
มังคุด 7 ขีดราคา	7×1.50	=	10.50	บาท
ดังนั้น แม่ค้าคิดค่ามังคุดเป็นเงิน	$90 + 10.50$	=	100.50	บาท

ตอบ 100.50 บาท

วิธีที่ 2

มังคุดกิโลกรัมละ 15 บาท คิดเป็นขีดละ			1.50	บาท
มังคุด 7 กิโลกรัมราคา	7×15	=	105	บาท
มังคุด 3 ขีดราคา	3×1.50	=	4.50	บาท
ดังนั้น แม่ค้าคิดค่ามังคุดเป็นเงิน	$105 - 4.50$	=	100.50	บาท

ตอบ 100.50 บาท

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

แบบฝึกหัด 1.3 ก

1. จงหาผลคูณ

   1) 0.1×0.01
   2) $0.8 \times (-0.1)$
   3) $(-1.5) \times (-0.2)$
   4) $(-5.4) \times 100$
   5) $0 \times (-10.9)$
   6) $(-1.2) \times 0$
   7) $1 \times (-10.9)$
   8) $(-1) \times (-17.5)$
   9) $(-11.1) \times (-0.001)$
   10) $1 \times 0.01 \times (-0.01)$

2. จงหาผลลัพธ์

   1) $(-0.35) \times (-1.3)$
   2) $(-0.002) \times 79.5$
   3) $101.2 \times (-1.5)$
   4) $(-0.05) \times 9.5$
   5) $(-0.02) \times 0 \times (-0.02)$
   6) $(-1.02) \times 100 \times (-1)$
   7) $(-18.05) \times (-0.1) \times 1000$
   8) $(5.7 \times 8.2) + (5.7 \times 1.8)$
   9) $[(-4.5) \times 0.7] + (4.5 \times 0.7)$
   10) $[5.1 \times (-2.0)] + [3.2 \times (-2.0)]$

3. จงหาผลคูณ

   1) $5.37 \times 0.01 \times 100$
   2) $0.01 \times 0.2 \times 250 \times 400$
   3) 29.992×25
   4) $999.9 \times (-0.7)$

4. ถ้ามะละกอสุก 1 กรัม มีน้ำอยู่ 0.867 กรัม มะละกอสุกหนัก 1.5 กิโลกรัม จะมีน้ำกี่กรัม
5. แก้วได้รับเงินค่าขนมเดือนละ 450 บาท คุณแม่เห็นว่าแก้วเป็นเด็กดีขยันเรียน จึงตั้งใจจะเพิ่มค่าขนมในเดือนถัดไปให้เป็นเท่าครึ่งของที่เคยให้ แก้วจะได้รับเงินค่าขนมในเดือนถัดไปเท่าไร
6. เส้นผ่านศูนย์กลางของดาวอังคารเป็น 0.53 เท่าของเส้นผ่านศูนย์กลางของโลก ถ้าโลกมีเส้นผ่านศูนย์กลางยาวประมาณ 12,638.8 กิโลเมตร เส้นผ่านศูนย์กลางของดาวอังคารยาวประมาณเท่าไร
7. น้ำหนักกระดูกของร่างกายมนุษย์หนักประมาณ 0.18 เท่าของน้ำหนักตัว ถ้าชายคนหนึ่งหนัก 61.5 กิโลกรัม จงหาว่าน้ำหนักส่วนที่ไม่ใช่น้ำหนักของกระดูกคิดเป็นประมาณกี่กิโลกรัม

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

8. เหล็กเส้นกลมขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 25 มิลลิเมตร ยาว 2 เมตร 40 เซนติเมตร จะหนักเท่าไร ถ้าเหล็กเส้นขนาดนี้หนักเมตรละ 3.276 กิโลกรัม

9. ในการซื้อขายอัญมณี เช่น เพชร มรกต และทับทิมสยาม คิดราคาตามน้ำหนักและคุณภาพ น้ำหนักวัดเป็นกะรัตและสตางค์ ตามมาตรา *1 กะรัต เท่ากับ 100 สตางค์ และ 100 สตางค์เทียบเท่ากับ 0.2 กรัม*

ร้านเพชรในฝันสนใจที่จะทำสร้อยคอเข้าประกวดในงานแสดงอัญมณีระดับนานาชาติที่ประเทศฝรั่งเศส ร้านได้ออกแบบตัวเรือนซึ่งต้องใช้เพชรขนาดต่าง ๆ กัน ดังนี้

ขนาด 2.5 กะรัต จำนวน 1 เม็ด
ขนาด 50 สตางค์ จำนวน 2 เม็ด
ขนาด 30 สตางค์ จำนวน 8 เม็ด
ขนาด 20 สตางค์ จำนวน 24 เม็ด
ขนาด 15 สตางค์ จำนวน 28 เม็ด

จงหาว่า สร้อยเส้นนี้ต้องใช้เพชรทั้งหมดกี่กะรัต และคิดเป็นน้ำหนักทั้งหมดกี่กรัม

10.

การบอกอุณหภูมิของอากาศในประเทศไทยใช้หน่วยเป็นองศาเซลเซียส แต่ในบางประเทศ เช่น สหรัฐอเมริกาใช้หน่วยเป็นองศาฟาเรนไฮต์ และหน่วยทั้งสองเปรียบเทียบกันได้ดังนี้

$$F = \frac{9}{5}C + 32$$

เมื่อ F แทนอุณหภูมิของอากาศที่มีหน่วยเป็นองศาฟาเรนไฮต์

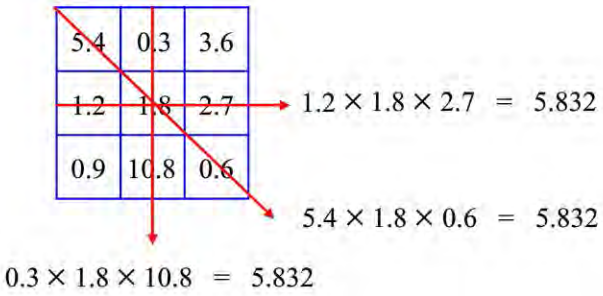
C แทนอุณหภูมิของอากาศที่มีหน่วยเป็นองศาเซลเซียส

ถ้าในวันหนึ่งอุณหภูมิที่จังหวัดเลยเป็น -1.25 องศาเซลเซียส จะเท่ากับกี่องศาฟาเรนไฮต์

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึ่งกระทำ บ้างไม่พึ่งกระทำ

จัตุรัสกลสำหรับการคูณทศนิยม

ใน “จัตุรัสกล” สำหรับการคูณทศนิยมต่อไปนี้ ผลคูณของจำนวนในแต่ละแถว ผลคูณของจำนวนในแต่ละหลัก และผลคูณของจำนวนในแต่ละแนวเส้นทแยงมุมเท่ากันหมด คือ เท่ากับ 5.832 เราจะเรียกค่านี้ว่า “ค่ากล”



1. จงตรวจสอบดูว่าแต่ละจัตุรัสที่กำหนดให้ เป็นจัตุรัสกลสำหรับการคูณทศนิยมหรือไม่ ถ้าเป็นจงหาค่ากลมาด้วย

ก.

2.4	0.2	3.6
1.8	1.2	0.8
0.4	7.2	0.6

ข.

6.4	0.4	12.8
6.5	3.2	1.6
0.8	25.6	1.5

2. กำหนดจัตุรัสให้ดังรูปขวามือ จงเติมจำนวนลงในช่องว่างให้ครบทุกช่อง เพื่อให้จัตุรัสนี้เป็นจัตุรัสกลสำหรับการคูณทศนิยม

	0.6	21.6
5.4	7.2	
2.4		1.8

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

การหารทศนิยม

เราคงเคยหารทศนิยมที่เป็นจำนวนบวกด้วยจำนวนนับและหารทศนิยมที่เป็นจำนวนบวกด้วยทศนิยมที่เป็นจำนวนบวกมาแล้ว

การหารทศนิยมที่เป็นจำนวนบวกด้วยจำนวนนับโดยการตั้งหาร นิยมเขียนจุดทศนิยมเฉพาะของตัวตั้งและผลหาร ตำแหน่งของจุดทศนิยมของผลหารจะอยู่ตรงกับตำแหน่งของจุดทศนิยมของตัวตั้งเสมอ ส่วนจุดทศนิยมอื่น ๆ อาจไม่เขียนก็ได้ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 9 จงหาผลหาร $885.36 \div 28$

วิธีทำ

$$
\begin{array}{r}
31.62 \\
28\overline{)\,885.36} \\
\underline{84} \\
45 \\
\underline{28} \\
17\,3 \\
\underline{16\,8} \\
56 \\
\underline{56}
\end{array}
$$

ตรวจสอบผลหาร

$31.62 \times 28 = 885.36$

ดังนั้น $885.36 \div 28 = 31.62$

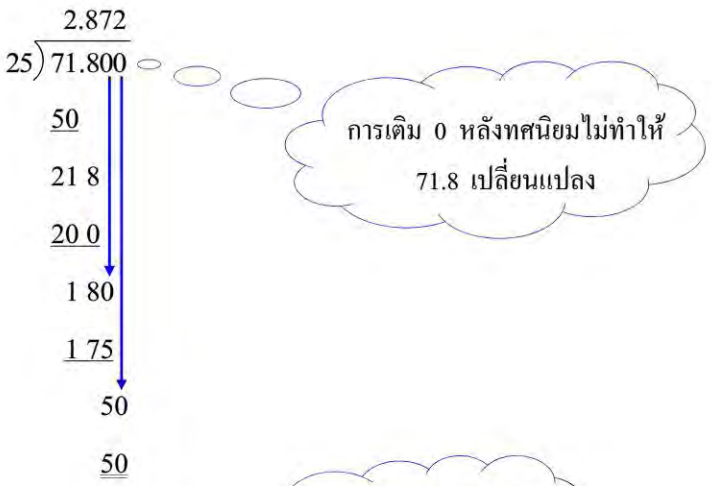
ตอบ 31.62

ในบางกรณีที่การหารมีเศษที่ยังไม่เป็นศูนย์และต้องการหารจนได้เศษเป็นศูนย์ ให้เติมศูนย์ที่ตัวตั้งแล้วหารต่อไป ดังตัวอย่างต่อไปนี้

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

ตัวอย่างที่ 10 จงหาผลหาร $71.8 \div 25$

วิธีทำ



ดังนั้น $71.8 \div 25 = 2.872$

ตอบ 2.872

การหารทศนิยมที่เป็นจำนวนบวกด้วยทศนิยมที่เป็นจำนวนบวก ให้ทำตัวหารเป็นจำนวนนับโดยนำ 10 หรือ 100 หรือ 1000 หรือ ... คูณทั้งตัวตั้งและตัวหารตามความจำเป็น

ตัวอย่างที่ 11 จงหาผลหาร $0.7787 \div 1.3$

วิธีทำ $0.7787 \div 1.3 = \dfrac{0.7787}{1.3}$

$= \dfrac{0.7787 \times 10}{1.3 \times 10}$

$= \dfrac{7.787}{13}$

ตัวหาร 1.3 เป็นทศนิยม 1 ตำแหน่ง
จึงนำ 10 คูณทั้งตัวตั้งและตัวหาร
เพื่อทำให้ตัวหารเป็นจำนวนนับ

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

$$
\begin{array}{r}
0.599 \\
13\overline{)\,7.787} \\
\underline{6\ 5} \\
1\ 28 \\
\underline{1\ 17} \\
117 \\
\underline{117}
\end{array}
$$

ดังนั้น $0.7787 \div 1.3 = 0.599$

ตอบ 0.599

ตรวจสอบผลหาร

$0.599 \times 1.3 = 0.7787$

ตัวอย่างที่ 12 จงหาผลหาร $0.04356 \div 1.21$

วิธีทำ

$$0.04356 \div 1.21 = \frac{0.04356}{1.21}$$

$$= \frac{0.04356 \times 100}{1.21 \times 100}$$

$$= \frac{4.356}{121}$$

ตัวหาร 1.21 เป็นทศนิยม 2 ตำแหน่ง จึงนำ 100 คูณทั้งตัวตั้งและตัวหาร เพื่อทำให้ตัวหารเป็นจำนวนนับ

$$
\begin{array}{r}
0.036 \\
121\overline{)\,4.356} \\
\underline{3\ 63} \\
726 \\
\underline{726}
\end{array}
$$

ดังนั้น $0.04356 \div 1.21 = 0.036$

ตอบ 0.036

ตรวจสอบผลหาร

$0.036 \times 1.21 = 0.04356$

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

ตัวอย่างที่ 13 จงหาผลหาร $2 \div 0.625$

วิธีทำ $2 \div 0.625 = \dfrac{2}{0.625}$

$= \dfrac{2 \times 1{,}000}{0.625 \times 1{,}000}$

$= \dfrac{2{,}000}{625}$

การหารไม่ลงตัว มีเศษเป็น 125 จึงต้องเติม 0 หลังจุดทศนิยมของตัวตั้งเป็น 2000.0

$$\begin{array}{r} 3.2 \\ 625\overline{)\,2000.0} \\ \underline{1875} \\ 125\,0 \\ \underline{125\,0} \end{array}$$

ตรวจสอบผลหาร $0.625 \times 3.2 = 2$

ดังนั้น $2 \div 0.625 = 3.2$

ตอบ 3.2

การหารทศนิยมด้วยทศนิยมอาจเป็นการหารลงตัวหรือไม่ลงตัวก็ได้ แต่ในตอนแรกนี้จะกล่าวถึงเฉพาะการหารทศนิยมด้วยทศนิยมที่เป็นการหารลงตัว มีผลหารเป็นทศนิยมและเศษเป็น 0

การหารทศนิยมด้วยทศนิยมที่เป็นการหารลงตัว อาศัยการคูณตามข้อตกลง ดังนี้

$$\text{ตัวหาร} \times \text{ผลหาร} = \text{ตัวตั้ง}$$

เนื่องจากการหารมีความสัมพันธ์กับการคูณ และการหาผลคูณสามารถทำได้โดยใช้ค่าสัมบูรณ์ ดังนั้น การหาผลหารของทศนิยมจึงสามารถหาได้โดยใช้ค่าสัมบูรณ์ดังนี้

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

หลักเกณฑ์การหารทศนิยม

1. ถ้าตัวตั้งและตัวหารเป็นทศนิยมที่เป็นจำนวนบวกทั้งคู่ ให้ทำตัวหารเป็นจำนวนนับแล้วหาคำตอบ ซึ่งจะได้คำตอบเป็นทศนิยมที่เป็นจำนวนบวก
2. ถ้าตัวตั้งและตัวหารเป็นทศนิยมที่เป็นจำนวนลบทั้งคู่ ให้นำค่าสัมบูรณ์ของตัวตั้งและค่าสัมบูรณ์ของตัวหารมาหารกัน แล้วตอบเป็นทศนิยมที่เป็นจำนวนบวก
3. ถ้าตัวตั้งหรือตัวหารตัวใดตัวหนึ่งเป็นทศนิยมที่เป็นจำนวนลบ โดยที่อีกตัวหนึ่งเป็นทศนิยมที่เป็นจำนวนบวก ให้นำค่าสัมบูรณ์ของตัวตั้งและค่าสัมบูรณ์ของตัวหารมาหารกัน แล้วตอบเป็นทศนิยมที่เป็นจำนวนลบ

ตัวอย่างที่ 14 จงหาผลหาร $0.2568 \div (-0.004)$

วิธีทำ $0.2568 \div (-0.004) = 256.8 \div (-4)$

ทำตัวหารให้เป็นจำนวนนับโดยนำ 1,000 คูณทั้งตัวตั้งและตัวหาร ซึ่งทำให้ดูเสมือนว่าเป็นการเลื่อนจุดทศนิยมของตัวตั้งและตัวหารไปทางขวาสามตำแหน่ง

$$
\begin{array}{r}
64.2 \\
4\overline{)256.8} \\
\underline{24} \\
16 \\
\underline{16} \\
8 \\
\underline{8}
\end{array}
$$

ดังนั้น $0.2568 \div (-0.004) = -64.2$

ตรวจสอบผลหาร $(-0.004) \times (-64.2) = 0.2568$

ตอบ -64.2

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

ตัวอย่างที่ 15 จงหาผลหาร $(-7.812) \div 0.63$

วิธีทำ $(-7.812) \div 0.63 = (-781.2) \div 63$

$$
\begin{array}{r}
12.4 \\
63\overline{)\,781.2} \\
\underline{63} \\
151 \\
\underline{126} \\
25\,2 \\
\underline{25\,2}
\end{array}
$$

ดังนั้น $(-7.812) \div 0.63 = -12.4$

ตอบ -12.4

ตรวจสอบผลหาร

$(-12.4) \times 0.63 = -7.812$

ตัวอย่างที่ 16 จงหาผลหาร $(-1.353) \div (-2.2)$

วิธีทำ $(-1.353) \div (-2.2) = (-13.53) \div (-22)$

$$
\begin{array}{r}
0.615 \\
22\overline{)\,13.530} \\
\underline{13\,2} \\
33 \\
\underline{22} \\
110 \\
\underline{110}
\end{array}
$$

ดังนั้น $(-1.353) \div (-2.2) = 0.615$

ตอบ 0.615

ตรวจสอบผลหาร

$0.615 \times (-2.2) = -1.353$

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

จากตัวอย่างการหารทศนิยมที่กล่าวมาแล้วข้างต้นเป็นการหารลงตัว ในกรณีที่การหารไม่ลงตัวตามตำแหน่งทศนิยมที่ต้องการ ต้องคำนวณให้ได้ทศนิยมมากกว่าที่ต้องการอีกหนึ่งตำแหน่ง แล้วพิจารณาว่าเลขโดดในตำแหน่งที่เกินมานั้นควรตัดทิ้งหรือปัดขึ้นตามหลักการปัดเศษ

ตัวอย่างที่ 17 จงหาผลหาร $3.5 \div 0.023$ (ตอบเป็นทศนิยม 2 ตำแหน่ง)

วิธีทำ $3.5 \div 0.023 = 3{,}500 \div 23$

ต้องการคำตอบเป็นทศนิยม 2 ตำแหน่ง จึงต้องหาผลหารถึงทศนิยมตำแหน่งที่ 3

$$
\begin{array}{r}
152.173 \\
23\overline{)3500.000} \\
\underline{23} \\
120 \\
\underline{115} \\
50 \\
\underline{46} \\
40 \\
\underline{23} \\
170 \\
\underline{161} \\
90 \\
\underline{69} \\
21
\end{array}
$$

ทศนิยมตำแหน่งที่ 3 ของผลหารน้อยกว่า 5 จึงตัดทิ้ง

ดังนั้น $3.5 \div 0.023 \approx 152.17$

ตอบ 152.17

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

ตัวอย่างที่ 18 ในการทำดอกไม้ประดิษฐ์ชนิดหนึ่ง ใช้ริบบิ้น 1.2 เมตร สำหรับดอกไม้หนึ่งดอก ถ้าริบบิ้นม้วนหนึ่งยาว 50 หลา จงหาว่าจะใช้ริบบิ้นม้วนนี้ทำดอกไม้ได้มากที่สุดกี่ดอก และเหลือริบบิ้นกี่เมตร (กำหนดให้ 1 หลาเท่ากับ 0.91 เมตร)

วิธีทำ

1 หลา เท่ากับ 0.91 เมตร

ริบบิ้นม้วนหนึ่งยาว 50 หลา

จะได้ว่า ริบบิ้นม้วนนี้ยาว $0.91 \times 50 = 45.5$ เมตร

ใช้ริบบิ้น 1.2 เมตร ทำดอกไม้ประดิษฐ์ได้ 1 ดอก

ริบบิ้นยาว 45.5 เมตร ทำดอกไม้ประดิษฐ์ได้ $\frac{45.5}{1.2} \approx 37.9$ ดอก

นั่นคือ ทำดอกไม้ได้มากที่สุด 37 ดอก

และเหลือริบบิ้นอยู่อีก $45.5 - (37 \times 1.2) = 45.5 - 44.4 = 1.1$ เมตร

ตอบ ทำดอกไม้ได้มากที่สุด 37 ดอก

เหลือริบบิ้น 1.1 เมตร

แบบฝึกหัด 1.3 ข

1. จงหาผลหาร

1) $2.8 \div 4$
2) $0.45 \div (-100)$
3) $(-13.76) \div (-3.2)$
4) $(-250) \div (-0.8)$
5) $(-0.07) \div 0.07$
6) $(-0.7) \div (-0.8)$
7) $5.4 \div (-0.6)$
8) $(-0.031) \div (-0.31)$
9) $(-0.441) \div 0.63$
10) $[(-0.015) \div 0.2] \div (-0.2)$

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึ่งกระทำ บ้างไม่พึ่งกระทำ

2. จงหาผลหาร (ตอบเป็นทศนิยม 3 ตำแหน่ง)
   1) $91.538 \div 0.74$
   2) $(-68.75) \div 0.03$
   3) $671.2 \div (-5.1)$
   4) $(-0.089) \div (-4.3)$
3. จงหาผลลัพธ์
   1) $[(-8.56) + (-1.44)] \times 0$
   2) $(-0.2) \times [(-0.092) \div 0.23]$
   3) $[(-8.5) + 6.2] \div (-2.3)$
   4) $[(-1.2) \times (-0.52)] \div (-0.6)$
   5) $[1.35 \div (-0.45)] \times 9$
   6) $(-1.01) \times [(-12.03) + 12.03]$
4. จงหาผลลัพธ์ในข้อต่อไปนี้โดยการแทนค่า a, b และ c เมื่อกำหนด
   $a = 0.2$, $b = -1.5$ และ $c = -2.7$
   1) $(b - c) \div a$
   2) $ab - c$
5. จงพิจารณาประโยค $a \div b = b \div a$ แล้วตอบคำถามต่อไปนี้
   1) จงหาทศนิยมมาแทน a และ b เพื่อทำให้ประโยคข้างต้นเป็นจริง
   2) จงหาทศนิยมมาแทน a และ b เพื่อทำให้ประโยคข้างต้นเป็นเท็จ
   3) ทศนิยมมีสมบัติการสลับที่สำหรับการหารหรือไม่
6. จงพิจารณาประโยค $(a \div b) \div c = a \div (b \div c)$ แล้วตอบคำถามต่อไปนี้
   1) จงหาทศนิยมมาแทน a, b และ c เพื่อทำให้ประโยคข้างต้นเป็นจริง
   2) จงหาทศนิยมมาแทน a, b และ c เพื่อทำให้ประโยคข้างต้นเป็นเท็จ
   3) ทศนิยมมีสมบัติการเปลี่ยนหมู่สำหรับการหารหรือไม่
7. นกกระจิบตัวเล็กที่สุดหนักประมาณ 0.005 กิโลกรัม นกกระจอกเทศตัวใหญ่ที่สุดหนักประมาณ 150 กิโลกรัม อยากทราบว่านกกระจิบที่เล็กที่สุดกี่ตัวหนักเท่านกกระจอกเทศที่ใหญ่ที่สุดหนึ่งตัว
8. นักกรีฑาคนหนึ่งทำสถิติวิ่งในระยะทาง 100 เมตร ด้วยเวลา 12.5 วินาที ถ้าเขาวิ่งด้วยอัตราเร็วคงที่ใน 1 นาที เขาจะวิ่งได้ทางเท่าไร
9. น้ำตาลทรายขาวบรรจุถุง ถุงละ 1 กิโลกรัม ราคา 13.25 บาท มีเงินอยู่ 60.75 บาท ซื้อน้ำตาลทรายได้กี่ถุงและเหลือเงินกี่บาท

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

10. ปรอท 1 ลูกบาศก์เซนติเมตรหนัก 13.6 กรัม ปรอทหนัก 752.4 กรัม จะมีปริมาตรกี่ลูกบาศก์เซนติเมตร (ตอบเป็นทศนิยม 2 ตำแหน่ง)
11. ไนโตรเจนหนักเป็น 0.0012 เท่าของน้ำ และไฮโดรเจนหนักเป็น 0.00009 เท่าของน้ำ ไฮโดรเจนหนักเป็นกี่เท่าของไนโตรเจน
12. สิ่งของที่ชั่งน้ำหนักบนดวงจันทร์จะหนักเป็น 0.16 เท่าของน้ำหนักที่ชั่งบนโลก ถ้าชายคนหนึ่งมีน้ำหนักบนดวงจันทร์ 11.6 กิโลกรัม อยากทราบว่าน้ำหนักที่ชั่งบนโลกของเขาจะเป็นเท่าไร
13. จากสถิติเวลาซ้อมวิ่ง 200 เมตรของนักกรีฑาสีต่าง ๆ ของโรงเรียนก้าวหน้าวิทยา พบว่า สีแดง สีฟ้า สีม่วง และสีเหลือง ใช้เวลาเฉลี่ย 34.10, 37.25, 33.43 และ 35.55 วินาที ตามลำดับ นักเรียนคิดว่า ในเวลาแข่งขันจริงนักกรีฑาของสีใดน่าจะวิ่งเข้าเส้นชัยเป็นคนแรก

น่าคิด

ไดโนเสาร์พันธุ์หนึ่งหนักประมาณตัวละ 5 ตัน และมันสมองของไดโนเสาร์หนักประมาณ 0.000012 เท่าของน้ำหนักของไดโนเสาร์ทั้งตัว มันสมองของนักเรียนคนหนึ่งหนักประมาณ 0.02 เท่าของน้ำหนักของนักเรียน อยากทราบว่ามันสมองของไดโนเสาร์ประมาณกี่ตัวจึงจะหนักเท่ามันสมองของนักเรียนคนหนึ่งซึ่งมีน้ำหนัก 35 กิโลกรัม (1 ตัน เท่ากับ 1,000 กิโลกรัม)

จากผลที่คำนวณได้ นักเรียนคิดว่ามีผลต่อการดำรงชีวิตอยู่ของมนุษย์และไดโนเสาร์อย่างไร

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

เป็นจริงหรือไม่

จงพิจารณาว่าประโยคต่อไปนี้เป็นจริงหรือไม่ จงอธิบายแนวคิด

1. $0.64 - 1.99 - 0.64 + 2 > 0$
2. $1 + 1.1 + 1.01 + 1.001 + 1.0001 = 5.11111$
3. $99.9 - 98.2 + 100.09 + 98.2 = 200$
4. $(-1) \times 0.003 = (-0.003) \times 1$
5. $0.002 \times 0.002 > 0.002$
6. $0.1 \times 0.1 \times 0.1 = (-0.1) \times (-0.1)$
7. $(-0.53) \times (-0.21) < 1$
8. $0 \div 12.7 = 0 \div 120.1$
9. $2.6 \div 1.3 = 0.26 \div 0.13$
10. $(2 \div 0.1) \times 3 > (2 \div 0.01) \times 3$

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

1.4 เศษส่วนและการเปรียบเทียบเศษส่วน

นักเรียนเคยเรียนและเคยใช้เศษส่วนเพื่อบอกปริมาณที่ไม่เป็นจำนวนเต็มหน่วยมาแล้ว เช่น

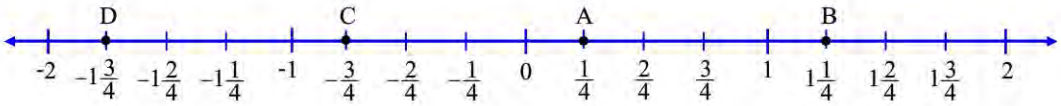
บ้านอยู่ห่างจากโรงเรียนเป็นระยะทาง $1\frac{1}{2}$ กิโลเมตร

เครื่องสูบน้ำสูบน้ำเข้าถังได้นาทีละ $2\frac{1}{5}$ ลูกบาศก์เมตร

แม่ใช้แป้งข้าวเจ้าทำขนม $\frac{3}{4}$ ถ้วย

เราสามารถแสดงเศษส่วนบนเส้นจำนวนได้เช่นเดียวกับจำนวนเต็มและทศนิยม ดังตัวอย่าง

แบ่งระยะ 1 หน่วยบนเส้นจำนวนออกเป็น 4 ส่วนเท่า ๆ กัน



จุด A อยู่ห่างจาก 0 ไปทางขวาเป็นระยะ $\frac{1}{4}$ หน่วย จุด A จึงแทน $\frac{1}{4}$

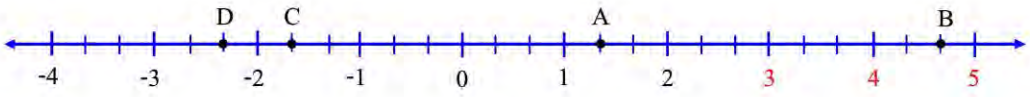
จุด B อยู่ห่างจาก 0 ไปทางขวาเป็นระยะ $1\frac{1}{4}$ หน่วย จุด B จึงแทน $1\frac{1}{4}$ หรือ $\frac{5}{4}$

จุด C อยู่ห่างจาก 0 ไปทางซ้ายเป็นระยะ $\frac{3}{4}$ หน่วย จุด C จึงแทน $-\frac{3}{4}$

จุด D อยู่ห่างจาก 0 ไปทางซ้ายเป็นระยะ $1\frac{3}{4}$ หน่วย จุด D จึงแทน $-1\frac{3}{4}$ หรือ $-\frac{7}{4}$

บนเส้นจำนวน เศษส่วนที่อยู่ทางขวาของ 0 เป็นเศษส่วนที่เป็นจำนวนบวกและเศษส่วนที่อยู่ทางซ้ายของ 0 เป็นเศษส่วนที่เป็นจำนวนลบและจำนวนที่อยู่ทางขวาจะมากกว่าจำนวนที่อยู่ทางซ้ายเสมอ

จากเส้นจำนวนที่กำหนดให้ ให้นักเรียนหาว่าจุด A, B, C และ D แต่ละจุดแทนเศษส่วนใด



Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

เศษส่วนที่กล่าวถึงในระดับชั้นนี้ เป็นจำนวนที่เขียนได้ในรูป $\frac{a}{b}$ เมื่อ a เป็นจำนวนเต็ม และ b เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เท่ากับศูนย์ เศษส่วนเช่น $-\frac{3}{5}$ สามารถเขียนในรูป $\frac{-3}{5}$ หรือ $\frac{3}{-5}$ ก็ได้ แต่ในการคำนวณนิยมเขียนให้ตัวส่วนเป็นจำนวนบวกคือ $\frac{-3}{5}$ และอาจใช้เศษส่วน เช่น $\frac{2}{7}$ แทน $2 \div 7$

นักเรียนคิดว่า จำนวนเต็มใด ๆ เขียนได้ในรูป $\frac{a}{b}$ เมื่อ a เป็นจำนวนเต็ม และ b เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เท่ากับศูนย์ได้หรือไม่ ถ้าได้จงยกตัวอย่าง

การเปรียบเทียบเศษส่วน

นักเรียนเคยเปรียบเทียบเศษส่วนที่เป็นจำนวนบวกสองจำนวนว่า เท่ากัน ไม่เท่ากัน มากกว่า หรือน้อยกว่ากันมาแล้วโดยพิจารณาดังนี้

1. เมื่อตัวส่วนของเศษส่วนทั้งสองเท่ากัน ให้พิจารณาตัวเศษ คือ ถ้าตัวเศษเท่ากัน เศษส่วนทั้งสองนั้นเท่ากัน แต่ถ้าตัวเศษไม่เท่ากัน เศษส่วนที่มีตัวเศษมากกว่าจะมากกว่าเศษส่วนที่มีตัวเศษน้อยกว่า เช่น

$\frac{5}{7} \neq \frac{2}{7}$ เพราะว่า $5 \neq 2$ และ $\frac{5}{7} > \frac{2}{7}$ เพราะว่า $5 > 2$

2. เมื่อตัวส่วนของเศษส่วนทั้งสองไม่เท่ากัน ให้ทำเศษส่วนทั้งสองเป็นเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน โดยนำจำนวนเดียวกันที่ไม่เท่ากับ 0 มาคูณหรือหารทั้งตัวเศษและตัวส่วน เมื่อได้เศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันแล้ว จึงเปรียบเทียบตัวเศษโดยใช้หลักเกณฑ์ในข้อ 1 เช่น

1) ต้องการเปรียบเทียบ $\frac{5}{11}$ และ $\frac{7}{13}$

$$\frac{5}{11} = \frac{5\times13}{11\times13} = \frac{65}{143}$$

$$\frac{7}{13} = \frac{7\times11}{13\times11} = \frac{77}{143}$$

และ $\frac{65}{143} < \frac{77}{143}$

ดังนั้น $\frac{5}{11} < \frac{7}{13}$

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

2) ต้องการเปรียบเทียบ $\frac{56}{72}$ และ $\frac{42}{63}$

$$\frac{56}{72} = \frac{56 \div 8}{72 \div 8} = \frac{7}{9}$$

$$\frac{42}{63} = \frac{42 \div 7}{63 \div 7} = \frac{6}{9}$$

และ $\frac{7}{9} > \frac{6}{9}$

ดังนั้น $\frac{56}{72} > \frac{42}{63}$

ในการเปรียบเทียบเศษส่วนที่เป็นจำนวนลบ ให้เขียนเศษส่วนเป็นเศษส่วนที่มีตัวส่วนเป็นจำนวนเต็มบวกก่อน แล้วเปรียบเทียบตามหลักเกณฑ์ในข้อ 1 หรือข้อ 2 ข้างต้น เช่น

1) ต้องการเปรียบเทียบ $-\frac{3}{8}$ และ $-\frac{1}{8}$

$-\frac{3}{8} = \frac{-3}{8}$ และ $-\frac{1}{8} = \frac{-1}{8}$

เนื่องจาก $-3 < -1$ ดังนั้น $\frac{-3}{8} < \frac{-1}{8}$

นั่นคือ $-\frac{3}{8} < -\frac{1}{8}$

2) ต้องการเปรียบเทียบ $-\frac{9}{14}$ และ $-\frac{7}{12}$

$$-\frac{9}{14} = \frac{-9}{14} = \frac{(-9)\times 6}{14\times 6} = \frac{-54}{84}$$

$$-\frac{7}{12} = \frac{-7}{12} = \frac{(-7)\times 7}{12\times 7} = \frac{-49}{84}$$

เนื่องจาก $-54 < -49$ ดังนั้น $\frac{-54}{84} < \frac{-49}{84}$

นั่นคือ $-\frac{9}{14} < -\frac{7}{12}$

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

3) ต้องการเปรียบเทียบ $-\frac{63}{99}$ และ $-\frac{45}{55}$

$$-\frac{63}{99} = \frac{-63}{99} = \frac{(-63)\div 9}{99\div 9} = \frac{-7}{11}$$

$$-\frac{45}{55} = \frac{-45}{55} = \frac{(-45)\div 5}{55\div 5} = \frac{-9}{11}$$

เนื่องจาก $-7 > -9$ ดังนั้น $\frac{-7}{11} > \frac{-9}{11}$

นั่นคือ $-\frac{63}{99} > -\frac{45}{55}$

แบบฝึกหัด 1.4

1. จงเติมเครื่องหมาย =, > หรือ < ที่ทำให้ประโยคในแต่ละข้อต่อไปนี้เป็นจริง

1) $-\frac{4}{5}$ ..... $-\frac{12}{15}$

2) $\frac{1}{7}$ ..... $-\frac{11}{9}$

3) $-\frac{3}{4}$ ..... $\frac{15}{7}$

4) $-\frac{7}{6}$ ..... $-\frac{21}{18}$

5) $\frac{25}{12}$ ..... $2\frac{3}{12}$

6) $-\frac{5}{3}$ ..... $-\frac{1}{2}$

7) $-\frac{11}{15}$ ..... $-\frac{99}{135}$

8) $-4\frac{3}{5}$ ..... $-\frac{25}{15}$

9) $-\frac{5}{24}$ ..... $-\frac{6}{24}$

10) $-2\frac{11}{13}$ ..... $-\frac{37}{13}$

11) $1\frac{3}{4}$ ..... $1\frac{1}{2}$

12) $-1\frac{3}{4}$ ..... $-1\frac{1}{2}$

13) $-2\frac{1}{3}$ ..... $-3\frac{2}{5}$

14) $-\frac{2}{3}$ ..... $-1\frac{3}{5}$

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

2. ในชั่วโมงเรียนวิชาผูกเงื่อนของลูกเสือ ลูกเสือหมู่ที่หนึ่งมี 6 คน หมู่ที่สองมี 9 คน นายหมู่ หมู่ที่หนึ่งแบ่งเชือกยาว 4 เมตร ให้ลูกหมู่คนละเท่า ๆ กัน นายหมู่หมู่ที่สองแบ่งเชือกยาว 6 เมตร ให้ลูกหมู่คนละเท่า ๆ กัน จงหาว่าลูกเสือแต่ละคนในหมู่ที่หนึ่งและหมู่ที่สองจะได้รับเชือกยาวเท่ากันหรือไม่
3. มีข้าวหลามขนาดเดียวกัน 7 กระบอก แบ่งข้าวหลาม 3 กระบอกให้เด็ก 5 คน คนละเท่า ๆ กันและแบ่งข้าวหลาม 4 กระบอกให้เด็ก 7 คน คนละเท่า ๆ กัน เด็กแต่ละคนในกลุ่มใดได้รับข้าวหลามมากกว่า
4. ส้มชนิดที่หนึ่ง 7 ผล ราคา 45 บาท ส้มชนิดที่สอง 8 ผล ราคา 51 บาท ส้มชนิดใดราคาต่ำกว่า

1.5 การบวกและการลบเศษส่วน

การบวกเศษส่วน

นักเรียนเคยบวกเศษส่วนที่เป็นจำนวนบวกมาแล้ว เช่น

1) $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{2+3}{7}$

$= \frac{5}{7}$

$\frac{2}{7}$ และ $\frac{3}{7}$ มีตัวส่วนเท่ากัน จึงนำตัวเศษคือ 2 และ 3 มาบวกกัน

2) $\frac{7}{12} + \frac{5}{9} = \frac{7\times3}{12\times3} + \frac{5\times4}{9\times4}$

$= \frac{21}{36} + \frac{20}{36}$

$= \frac{21+20}{36}$

$= \frac{41}{36}$ หรือ $1\frac{5}{36}$

$\frac{7}{12}$ และ $\frac{5}{9}$ มีตัวส่วนไม่เท่ากันจึงทำตัวส่วนให้เท่ากับ 36 ซึ่งเป็น ค.ร.น. ของ 12 และ 9 ก่อน

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

เราจะใช้หลักเกณฑ์การบวกเศษส่วนที่เป็นจำนวนบวกและการบวกจำนวนเต็ม หาผลบวกของเศษส่วนใด ๆ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงหาผลบวก $\left(-\frac{7}{5}\right)+\left(-\frac{2}{5}\right)$

วิธีทำ

$$\left(-\frac{7}{5}\right)+\left(-\frac{2}{5}\right) = \frac{(-7)}{5}+\frac{(-2)}{5}$$

$$= \frac{(-7)+(-2)}{5}$$

$$= \frac{-9}{5}$$

$$= -\frac{9}{5}$$

$-\frac{7}{5} = \frac{-7}{5}$

$-\frac{2}{5} = \frac{-2}{5}$

ตอบ $-\frac{9}{5}$ หรือ $-1\frac{4}{5}$

ในกรณีที่ตัวตั้งหรือตัวบวกเป็นจำนวนคละ จะเขียนจำนวนคละในรูปเศษเกินก่อน ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 2 จงหาผลบวก $\left(-2\frac{1}{4}\right)+\left(-\frac{1}{6}\right)$

วิธีทำ

$$\left(-2\frac{1}{4}\right)+\left(-\frac{1}{6}\right) = \left(-\frac{9}{4}\right)+\left(-\frac{1}{6}\right)$$

$$= \frac{(-9)}{4}+\frac{(-1)}{6}$$

$$= \frac{(-9)(3)+(-1)(2)}{12}$$

$-2\frac{1}{4} = -\frac{9}{4}$

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

$$= \frac{(-27)+(-2)}{12}$$

$$= -\frac{29}{12}$$

ตอบ $-\frac{29}{12}$ หรือ $-2\frac{5}{12}$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาผลบวก $1\frac{3}{5}+\left(-4\frac{1}{3}\right)$

วิธีทำ $1\frac{3}{5}+\left(-4\frac{1}{3}\right) = \frac{8}{5}+\left(-\frac{13}{3}\right)$

$$= \frac{(8)(3)+(-13)(5)}{15}$$

$$= \frac{24+(-65)}{15}$$

$$= -\frac{41}{15}$$

ตอบ $-\frac{41}{15}$ หรือ $-2\frac{11}{15}$

ตัวอย่างที่ 4 จงหาผลบวก $5+\frac{3}{4}$

วิธีทำ $5+\frac{3}{4} = \frac{(5\times 4)+(3\times 1)}{4}$

$$= \frac{20+3}{4}$$

$$= \frac{23}{4}$$

อาจใช้หลักการของการเขียน
จำนวนคละ หาคำตอบได้ทันทีว่า
$5+\frac{3}{4} = 5\frac{3}{4}$

ตอบ $\frac{23}{4}$ หรือ $5\frac{3}{4}$

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

ตัวอย่างที่ 5 จงหาผลบวก $-5+\frac{3}{4}$

วิธีทำ

$$-5+\frac{3}{4} = \frac{(-5)(4)+(3)(1)}{4}$$

$$= \frac{(-20)+3}{4}$$

$$= -\frac{17}{4}$$

ตอบ $-\frac{17}{4}$ หรือ $-4\frac{1}{4}$

ต้องระวังว่า

$-5+\frac{3}{4} \neq -5\frac{3}{4}$

ตัวอย่างที่ 6 จงหาผลบวก $(-5)+\left(-\frac{3}{4}\right)$

วิธีทำ

$$(-5)+\left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{(-5)(4)+(-3)(1)}{4}$$

$$= \frac{(-20)+(-3)}{4}$$

$$= -\frac{23}{4}$$

ตอบ $-\frac{23}{4}$ หรือ $-5\frac{3}{4}$

ให้นักเรียนหาผลบวกต่อไปนี้ (ตอบเป็นจำนวนคละ)

1. $(-3)+\left(-\frac{1}{2}\right)$
2. $(-7)+\left(-\frac{5}{6}\right)$
3. $(-2)+\left(-\frac{1}{5}\right)$

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

จากตัวอย่างที่ 6 และแบบฝึกข้างต้น ให้นักเรียนสังเกตว่าเราสามารถเขียนคำตอบของผลบวกของจำนวนเต็มลบกับเศษส่วนที่เป็นจำนวนลบให้เป็นจำนวนคละที่เป็นจำนวนลบได้ทันที ดังนี้

$$(-5)+\left(-\frac{3}{4}\right) = \left(-5\frac{3}{4}\right)$$

$$(-3)+\left(-\frac{1}{2}\right) = \left(-3\frac{1}{2}\right)$$

$$(-7)+\left(-\frac{5}{6}\right) = \left(-7\frac{5}{6}\right)$$

และ $$(-2)+\left(-\frac{1}{5}\right) = \left(-2\frac{1}{5}\right)$$

จะสังเกตเห็นว่าเมื่อมีจำนวนคละที่เป็นจำนวนลบ เช่น $-5\frac{3}{4}$ ก็สามารถเขียนให้อยู่ในรูปผลบวกของจำนวนเต็มลบและเศษส่วนที่เป็นจำนวนลบได้เป็น $(-5)+\left(-\frac{3}{4}\right)$

$-3\frac{1}{2}$ เขียนได้เป็น $(-3)+\left(-\frac{1}{2}\right)$

$-7\frac{5}{6}$ เขียนได้เป็น $(-7)+\left(-\frac{5}{6}\right)$

$-2\frac{1}{5}$ เขียนได้เป็น $(-2)+\left(-\frac{1}{5}\right)$

การบวกเศษส่วนยังมีสมบัติการบวกเช่นเดียวกับสมบัติการบวกจำนวนเต็มอีกด้วย ได้แก่ **สมบัติการบวกด้วยศูนย์ สมบัติการสลับที่**และ**สมบัติการเปลี่ยนหมู่**

การบวกเศษส่วนใด ๆ ด้วยศูนย์ หรือ การบวกศูนย์ด้วยเศษส่วนใด ๆ จะได้ผลบวกเท่ากับเศษส่วนนั้น ๆ เสมอ เช่น $\left(-\frac{3}{5}\right)+0=-\frac{3}{5}$ หรือ $0+\left(-4\frac{1}{7}\right)=-4\frac{1}{7}$

เมื่อมีเศษส่วนสองจำนวนบวกกัน เราสามารถสลับที่ระหว่างตัวตั้งและตัวบวกได้ โดยที่ผลลัพธ์ยังคงเท่ากัน

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

เมื่อมีเศษส่วนสามจำนวนบวกกัน เราสามารถบวกเศษส่วนคู่แรก หรือคู่หลังก่อนก็ได้โดยที่ผลลัพธ์สุดท้ายยังคงเท่ากัน

เราจะใช้สมบัติดังกล่าวมาช่วยในการหาผลบวกของเศษส่วน ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 7 จงหาผลบวก $\left(-\frac{5}{8}\right) + 2\frac{1}{6} + (-1)$

วิธีทำ

$$\left(-\frac{5}{8}\right) + 2\frac{1}{6} + (-1) = \left(-\frac{5}{8}\right) + \frac{13}{6} + (-1)$$

$$= \frac{(-5)(3)+(13)(4)+(-1)(24)}{24}$$

$$= \frac{(-15)+(52)+(-24)}{24}$$

$$= \frac{13}{24}$$

ตอบ $\frac{13}{24}$

ตัวอย่างที่ 8 จงหาผลบวก $2\frac{1}{8} + \left(-\frac{1}{4}\right) + 1\frac{7}{8} + \frac{3}{4}$

วิธีทำ

$$2\frac{1}{8} + \left(-\frac{1}{4}\right) + 1\frac{7}{8} + \frac{3}{4} = \frac{17}{8} + \left(-\frac{1}{4}\right) + \frac{15}{8} + \frac{3}{4}$$

$$= \left(\frac{17}{8}+\frac{15}{8}\right)+\left[\left(-\frac{1}{4}\right)+\frac{3}{4}\right]$$

$$= \left(\frac{17+15}{8}\right) + \left[\frac{(-1)+3}{4}\right]$$

$$= \frac{32}{8} + \frac{2}{4}$$

$$= 4 + \frac{1}{2}$$

$$= 4\frac{1}{2}$$

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

ตอบ $4\frac{1}{2}$

แบบฝึกหัด 1.5 ก

1. จงหาผลบวก

1) $\frac{7}{11}+\left(-\frac{5}{11}\right)$

2) $\frac{5}{6}+\left(-\frac{7}{12}\right)$

3) $\left(-2\frac{1}{9}\right)+\left(-\frac{8}{9}\right)$

4) $\left(-1\frac{4}{15}\right)+\frac{3}{5}$

5) $\left(-\frac{5}{6}\right)+\left(-2\frac{1}{3}\right)$

6) $(-5)+\left(-\frac{3}{7}\right)$

7) $1\frac{5}{6}+\left(-\frac{8}{9}\right)$

8) $\left(-2\frac{7}{11}\right)+1\frac{5}{22}$

9) $2\frac{7}{12}+\left(-3\frac{3}{8}\right)$

10) $\left(-5\frac{1}{14}\right)+\left(-2\frac{4}{21}\right)$

2. จงหาผลบวก

1) $\frac{3}{4}+1\frac{1}{4}+(-2)$

2) $\frac{5}{18}+\left(-\frac{7}{9}\right)+\frac{13}{18}$

3) $\frac{5}{6}+\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{5}{6}\right)+1\frac{1}{3}$

4) $\frac{3}{5}+\left(-\frac{7}{10}\right)+1\frac{2}{5}+\left(-\frac{3}{10}\right)$

คิด

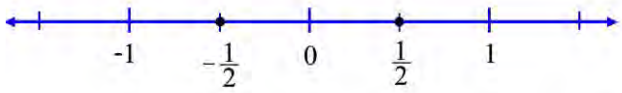
$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{3}$	
		$\frac{1}{6}$

จงเติมจำนวนลงในตารางซ้ายมือ เพื่อให้ผลบวกของจำนวนในแนวตั้ง แนวนอน และแนวทแยงต่างก็เท่ากับ 0

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

การลบเศษส่วน

เมื่อพิจารณาบนเส้นจำนวนจะพบว่าเศษส่วนที่เป็นจำนวนบวกและเศษส่วนที่เป็นจำนวนลบที่อยู่ห่างจากศูนย์เป็นระยะเท่ากัน จะอยู่คนละข้างของศูนย์ เช่น $-\frac{1}{2}$ และ $\frac{1}{2}$



เรากล่าวว่า $-\frac{1}{2}$ เป็นจำนวนตรงข้ามของ $\frac{1}{2}$

และ $\frac{1}{2}$ เป็นจำนวนตรงข้ามของ $-\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}+\left(-\frac{1}{2}\right)=\left(-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{2}=0$

ถ้า a เป็นเศษส่วนใด ๆ **จำนวนตรงข้าม**ของ a มีเพียงจำนวนเดียว เขียนแทนด้วย -a และ $a+(-a)=(-a)+a=0$

จำนวนตรงข้ามของ $-\frac{1}{2}$ เขียนแทนด้วย $-\left(-\frac{1}{2}\right)$

จำนวนตรงข้ามของ $-\frac{1}{2}$ คือ $\frac{1}{2}$

เนื่องจากจำนวนตรงข้ามของ $-\frac{1}{2}$ มีเพียงจำนวนเดียว

ดังนั้น $-\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}$

ถ้า a เป็นเศษส่วนใด ๆ **จำนวนตรงข้าม**ของ -a คือ a เขียนแทนด้วย $-(-a)=a$

ให้นักเรียนหาจำนวนตรงข้ามของเศษส่วนต่อไปนี้

$\frac{9}{10}$, $-1\frac{5}{7}$, $\frac{11}{35}$, $-12\frac{1}{8}$ และ $-\frac{32}{19}$

ในการหาผลลบของเศษส่วนใด ๆ เราใช้ข้อตกลงเดียวกันกับที่ใช้ในการหาผลลบของจำนวนเต็มคือ

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

ตัวตั้ง – ตัวลบ = ตัวตั้ง + จำนวนตรงข้ามของตัวลบ

เมื่อเขียนการลบให้อยู่ในรูปการบวกแล้ว ให้ดำเนินการตามหลักเกณฑ์การบวกเศษส่วน ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 9 จงหาผลลบ $\left(-\frac{4}{7}\right) - \frac{3}{7}$

วิธีทำ

$$\left(-\frac{4}{7}\right) - \frac{3}{7} = \left(-\frac{4}{7}\right) + \left(-\frac{3}{7}\right)$$

$$= \frac{(-4)+(-3)}{7}$$

$$= -\frac{7}{7}$$

$$= -1$$

ตัวลบคือ $\frac{3}{7}$ จำนวนตรงข้ามของ $\frac{3}{7}$ คือ $-\frac{3}{7}$

ตอบ -1

ตัวอย่างที่ 10 จงหาผลลบ $\frac{7}{8} - \left(-\frac{1}{2}\right)$

วิธีทำ

$$\frac{7}{8} - \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{7}{8} + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{(7)(1)+(1)(4)}{8}$$

$$= \frac{7+4}{8}$$

$$= \frac{11}{8}$$

ตัวลบคือ $-\frac{1}{2}$ จำนวนตรงข้ามของ $-\frac{1}{2}$ คือ $\frac{1}{2}$

ตอบ $\frac{11}{8}$ หรือ $1\frac{3}{8}$

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

ตัวอย่างที่ 11 จงหาผลลบ $\left(-\frac{3}{4}\right)-\left(-1\frac{4}{5}\right)$

วิธีทำ

$$\left(-\frac{3}{4}\right)-\left(-1\frac{4}{5}\right) = \left(-\frac{3}{4}\right)-\left(-\frac{9}{5}\right)$$

ตัวลบคือ $-\frac{9}{5}$ จำนวนตรงข้ามของ $-\frac{9}{5}$ คือ $\frac{9}{5}$

$$= \left(-\frac{3}{4}\right)+\frac{9}{5}$$

$$= \frac{(-3)(5)+(9)(4)}{20}$$

$$= \frac{(-15)+36}{20}$$

$$= \frac{21}{20}$$

ตอบ $\frac{21}{20}$ หรือ $1\frac{1}{20}$

ตัวอย่างที่ 12 จงหาผลลบ $(-2)-\left(-1\frac{1}{3}\right)$

วิธีทำ

$$(-2)-\left(-1\frac{1}{3}\right) = (-2)-\left(-\frac{4}{3}\right)$$

$$= (-2)+\frac{4}{3}$$

$$= \frac{(-2)(3)+(4)(1)}{3}$$

$$= \frac{(-6)+4}{3}$$

$$= -\frac{2}{3}$$

ตอบ $-\frac{2}{3}$

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

ในกรณีที่ตัวลบเป็นจำนวนบวก อาจไม่ต้องเขียนการลบให้อยู่ในรูปการบวกด้วยจำนวนตรงข้ามของตัวลบก่อนก็ได้ ดังตัวอย่างที่ 13

ตัวอย่างที่ 13 จงหาผลลบ $\left(-\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{3}$

วิธีทำ
$$\left(-\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{3} = \frac{(-1)(3)-(1)(2)}{6}$$
$$= \frac{(-3)-2}{6}$$
$$= -\frac{5}{6}$$

ตอบ $-\frac{5}{6}$

ตัวอย่างที่ 14 จงหาผลลบ $(-2)-\frac{3}{4}$

วิธีทำ
$$(-2)-\frac{3}{4} = (-2)+\left(-\frac{3}{4}\right)$$
$$= -2\frac{3}{4}$$

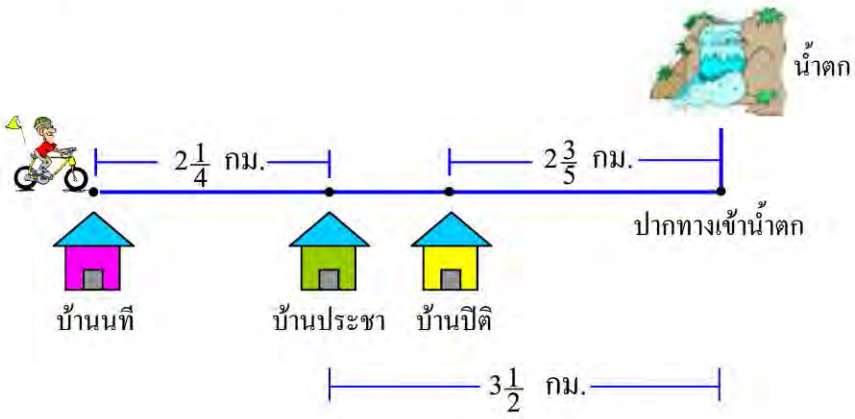
ตอบ $-2\frac{3}{4}$

สังเกต
$-2\frac{3}{4} = (-2)+\left(-\frac{3}{4}\right)$

ตัวอย่างที่ 15 นที ประชา และปิติ มีบ้านอยู่บนถนนสายเดียวกัน วันหนึ่งทั้งสามคนชวนกันขี่จักรยานไปเที่ยวน้ำตก นทีจะไปรับประชาที่บ้านและเดินทางพร้อมกันไปพบปิติที่ปากทางเข้าน้ำตก ถ้าบ้านของนทีอยู่ห่างจากบ้านของประชา $2\frac{1}{4}$ กิโลเมตร บ้านของประชาและปิติอยู่ห่างจากปากทางเข้าน้ำตก $3\frac{1}{2}$ และ $2\frac{3}{5}$ กิโลเมตร ตามลำดับ จงหาว่าบ้านของนทีอยู่ห่างจากปากทางเข้าน้ำตกมากกว่าบ้านของปิติกี่กิโลเมตร

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึ่งกระทำ บ้างไม่พึ่งกระทำ

วิธีทำ อาจเขียนแผนภาพประกอบการคิด ดังนี้



บ้านของนทีอยู่ห่างจากบ้านประชา $2\frac{1}{4}$ กิโลเมตร

และบ้านของประชาห่างจากปากทางเข้าน้ำตก $3\frac{1}{2}$ กิโลเมตร

ฉะนั้น บ้านของนทีอยู่ห่างจากปากทางเข้าน้ำตก $2\frac{1}{4} + 3\frac{1}{2}$ กิโลเมตร

$= \frac{9}{4} + \frac{7}{2}$ กิโลเมตร

$= \frac{9+14}{4}$ กิโลเมตร

$= \frac{23}{4}$ กิโลเมตร

บ้านของปิติอยู่ห่างจากปากทางเข้าน้ำตก $2\frac{3}{5}$ หรือ $\frac{13}{5}$ กิโลเมตร

ดังนั้นบ้านของนทีอยู่ห่างจากปากทางเข้าน้ำตกมากกว่าบ้านของปิติ

$\frac{23}{4} - \frac{13}{5}$ กิโลเมตร

$= \frac{115-52}{20}$ กิโลเมตร

$= \frac{63}{20}$ กิโลเมตร

$= 3\frac{3}{20}$ กิโลเมตร

ตอบ $3\frac{3}{20}$ กิโลเมตร

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

แบบฝึกหัด 1.5 ข

1. จงหาผลลบ

1) $\frac{5}{8}-\frac{1}{3}$

2) $\left(-\frac{3}{5}\right)-\frac{1}{7}$

3) $3-4\frac{2}{3}$

4) $\left(-\frac{3}{8}\right)-\left(-\frac{4}{5}\right)$

5) $\left(-\frac{3}{7}\right)-3\frac{1}{2}$

6) $\left(-2\frac{1}{3}\right)-\left(-\frac{3}{4}\right)$

7) $3\frac{1}{8}-\left(-\frac{5}{6}\right)$

8) $\left(-3\frac{1}{7}\right)-2\frac{1}{4}$

9) $1\frac{5}{6}-\left(-2\frac{3}{4}\right)$

10) $\left(-2\frac{2}{3}\right)-\left(-3\frac{1}{5}\right)$

2. จงเขียนจำนวนคละต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปการลบของจำนวนเต็มลบกับเศษส่วน

1) $-5\frac{1}{7}$

2) $-11\frac{2}{9}$

3) $-3\frac{11}{13}$

4) $-20\frac{1}{6}$

3. จงหาผลลบของจำนวนต่อไปนี้ (ตอบเป็นจำนวนคละ)

1) $(-7)-\frac{4}{5}$

2) $(-15)-\frac{2}{9}$

3) $(-2)-\frac{11}{27}$

4) $\left(-\frac{19}{33}\right)-2$

4. จงหาผลลัพธ์

1) $\left(\frac{5}{7}+\frac{11}{14}\right)-\left(-\frac{13}{21}\right)$

2) $\left[\left(-6\frac{1}{3}\right)+9\right]-1\frac{2}{3}$

3) $1\frac{2}{9}-\left(\frac{1}{7}+2\frac{1}{3}\right)$

4) $\left(-\frac{4}{5}\right)-\left[\left(-1\frac{1}{2}\right)-\frac{3}{4}\right]$

5) $\left[3-\left(-\frac{5}{9}\right)\right]-\left(\frac{4}{9}-1\frac{1}{3}\right)$

6) $\left(3\frac{1}{4}-3\frac{1}{2}\right)-\left[1\frac{1}{6}-(-2)\right]$

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

5. จงหาผลลัพธ์

1) $\frac{a}{4} + \frac{b}{4}$
2) $\frac{2}{3} + \frac{a}{3}$
3) $\frac{1}{a} + \frac{3}{a}$, $a \neq 0$
4) $\frac{4}{x} + \frac{a}{x}$, $x \neq 0$
5) $\frac{a}{y} + \frac{b}{y}$, $y \neq 0$
6) $\frac{a}{5} - \frac{b}{5}$
7) $\frac{x}{3} - \frac{2}{3}$
8) $\frac{2}{a} - \frac{3}{a}$, $a \neq 0$
9) $\frac{5}{x} - \frac{b}{x}$, $x \neq 0$
10) $\frac{a}{c} - \frac{b}{c}$, $c \neq 0$

6. จงพิจารณาประโยค $a - b = b - a$ แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

1) จงหาเศษส่วนมาแทน a และ b เพื่อทำให้ประโยคข้างต้นเป็นจริง
2) จงหาเศษส่วนมาแทน a และ b เพื่อทำให้ประโยคข้างต้นเป็นเท็จ
3) เศษส่วนมีสมบัติการสลับที่สำหรับการลบหรือไม่

7. จงพิจารณาประโยค $(a - b) - c = a - (b - c)$ แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

1) จงหาเศษส่วนมาแทน a, b และ c เพื่อทำให้ประโยคข้างต้นเป็นจริง
2) จงหาเศษส่วนมาแทน a, b และ c เพื่อทำให้ประโยคข้างต้นเป็นเท็จ
3) เศษส่วนมีสมบัติการเปลี่ยนหมู่สำหรับการลบหรือไม่

8. ผลบวกของ $1\frac{2}{3}$ และ $3\frac{1}{4}$ มากกว่า 4 อยู่เท่าไร

9. ต้นปีการศึกษาปรีชาสูง $163\frac{3}{4}$ เซนติเมตร เมื่อสิ้นปีการศึกษาปรีชาวัดความสูงได้ $166\frac{3}{5}$ เซนติเมตร ปรีชาสูงขึ้นเท่าใด

10. ดวงใจใช้เวลาทำการบ้านคณิตศาสตร์ $\frac{3}{4}$ ชั่วโมง ภาษาอังกฤษ $\frac{1}{2}$ ชั่วโมง วิทยาศาสตร์ $\frac{3}{5}$ ชั่วโมง ดวงใจใช้เวลาทำการบ้านทั้งหมดกี่ชั่วโมงและกี่นาที

11. ในสวนสาธารณะแห่งหนึ่ง $\frac{1}{3}$ ของพื้นที่ทั้งหมดปลูกไม้ยืนต้น $\frac{2}{5}$ ของพื้นที่ทั้งหมดเป็นถนนและปลูกไม้ประดับ ส่วนที่เหลือเป็นสนามหญ้า สวนสาธารณะแห่งนี้มีสนามหญ้าคิดเป็นเศษส่วนเท่าไรของพื้นที่ทั้งหมด

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึ่งกระทำ บ้างไม่พึ่งกระทำ

12. ช่างไม้ต้องใช้ไม้ 2 ชิ้น ซึ่งยาว $3\frac{3}{4}$ เมตร และ $1\frac{3}{5}$ เมตร ถ้าไม้ที่มีอยู่ยาว $5\frac{1}{4}$ เมตร เขาจะนำมาตัดให้ได้ขนาดตามต้องการทั้งสองชิ้นได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

1.6 การคูณและการหารเศษส่วน

การคูณเศษส่วน

เมื่อ $\frac{a}{b}$ และ $\frac{c}{d}$ เป็นเศษส่วน ผลคูณของ $\frac{a}{b}$ และ $\frac{c}{d}$ เป็นไปตามข้อตกลงต่อไปนี้

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาผลคูณ $\frac{4}{5} \times \frac{10}{7}$

วิธีทำ

$$\frac{4}{5} \times \frac{10}{7} = \frac{4 \times 10}{5 \times 7}$$

$$= \frac{40}{35}$$

$$= \frac{8}{7}$$

ตอบ $\frac{8}{7}$ หรือ $1\frac{1}{7}$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาผลคูณ $\left(-\frac{2}{3}\right) \times \frac{8}{9}$

วิธีทำ

$$\left(-\frac{2}{3}\right) \times \frac{8}{9} = \frac{(-2)}{3} \times \frac{8}{9}$$

$$= \frac{(-2) \times 8}{3 \times 9}$$

$$= -\frac{16}{27}$$

ตอบ $-\frac{16}{27}$

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึ่งกระทำ บ้างไม่พึ่งกระทำ

ในกรณีที่เศษส่วนที่นำมาคูณกันมีบางจำนวนเป็นจำนวนคละ จะทำจำนวนคละเป็นเศษเกินก่อน แล้วจึงคูณกัน

ตัวอย่างที่ 3 จงหาผลคูณ $\left(-2\frac{1}{3}\right)\times\left(-\frac{5}{6}\right)$

วิธีทำ

$$\left(-2\frac{1}{3}\right)\times\left(-\frac{5}{6}\right) = \left(-\frac{7}{3}\right)\times\left(-\frac{5}{6}\right)$$

$-2\frac{1}{3} = -\frac{7}{3}$

$$= \frac{(-7)}{3}\times\frac{(-5)}{6}$$

$$= \frac{(-7)\times(-5)}{3\times 6}$$

$$= \frac{35}{18}$$

ตอบ $\frac{35}{18}$ หรือ $1\frac{17}{18}$

ตัวอย่างที่ 4 จงหาผลคูณ $\left(-3\frac{2}{3}\right)\times\left(-4\frac{1}{5}\right)$

วิธีทำ

$$\left(-3\frac{2}{3}\right)\times\left(-4\frac{1}{5}\right) = \left(-\frac{11}{3}\right)\times\left(-\frac{21}{5}\right)$$

$$= \frac{(-11)\times(-\cancel{21}^{-7})}{\cancel{3}_{1}\times 5}$$

$$= \frac{(-11)\times(-7)}{1\times 5}$$

$$= \frac{77}{5}$$

ตอบ $\frac{77}{5}$ หรือ $15\frac{2}{5}$

วิธีทำในตัวอย่างที่ 4 อาจเขียนสั้น ๆ ดังนี้

$$\left(-3\frac{2}{3}\right)\times\left(-4\frac{1}{5}\right) = \left(-\frac{11}{\cancel{3}_{1}}\right)\times\left(-\frac{\cancel{21}^{7}}{5}\right)$$

$$= \frac{77}{5}$$

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

การคูณเศษส่วนตามหลักเกณฑ์ข้างต้น ยังมีสมบัติการคูณเช่นเดียวกับการคูณจำนวนเต็มอีกด้วย ได้แก่ **สมบัติการสลับที่ สมบัติการเปลี่ยนหมู่ สมบัติการคูณด้วยศูนย์** และ **สมบัติการคูณด้วยหนึ่ง** เราจะใช้สมบัติดังกล่าวมาช่วยในการหาผลคูณของเศษส่วน ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 5 จงหาผลคูณ $\left(-\frac{2}{25}\right)\times\frac{5}{8}\times\frac{15}{6}$

วิธีทำ
$$\left(-\frac{2}{25}\right)\times\frac{5}{8}\times\frac{15}{6} = \left(-\frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{25}_{\cancel{5}_{1}}}\right)\times\frac{\cancel{5}^{1}}{8}\times\frac{\cancel{15}^{\cancel{3}^{1}}}{\cancel{6}_{\cancel{3}_{1}}}$$
$$= \left(-\frac{1}{1}\right)\times\frac{1}{8}\times\frac{1}{1}$$
$$= -\frac{1}{8}$$

ตอบ $-\frac{1}{8}$

นอกจากสมบัติต่าง ๆ ที่กล่าวมาแล้ว ยังมี**สมบัติการแจกแจง**ที่แสดงความเกี่ยวข้องระหว่างการบวกและการคูณเศษส่วน เราอาจนำสมบัติดังกล่าวมาช่วยในการคำนวณ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 6 จงหาผลคูณ $\left[\left(-\frac{1}{3}\right)\times\left(-\frac{5}{12}\right)\right]+\left[\left(-\frac{1}{3}\right)\times\left(-\frac{7}{12}\right)\right]$

วิธีทำ
$$\left[\left(-\frac{1}{3}\right)\times\left(-\frac{5}{12}\right)\right]+\left[\left(-\frac{1}{3}\right)\times\left(-\frac{7}{12}\right)\right] = \left(-\frac{1}{3}\right)\times\left[\left(-\frac{5}{12}\right)+\left(-\frac{7}{12}\right)\right]$$
$$= \left(-\frac{1}{3}\right)\times\left(-\frac{12}{12}\right)$$
$$= \left(-\frac{1}{3}\right)\times(-1)$$
$$= \frac{1}{3}$$

ตอบ $\frac{1}{3}$

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

ตัวอย่างที่ 7 ลูกเสือคนหนึ่งเดินทางไกลด้วยอัตราเร็วเฉลี่ยชั่วโมงละ $3\frac{1}{2}$ กิโลเมตร ถ้าเขาใช้เวลาในการเดินทาง $2\frac{1}{4}$ ชั่วโมง เขาจะเดินได้ระยะทางเท่าไร

วิธีทำ ลูกเสือเดินทางไกลด้วยอัตราเร็วเฉลี่ยชั่วโมงละ $3\frac{1}{2}$ กิโลเมตร

เขาใช้เวลาเดิน $2\frac{1}{4}$ ชั่วโมง

ดังนั้นเขาเดินได้ระยะทาง $3\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{4} = \frac{7}{2} \times \frac{9}{4}$ กิโลเมตร

$= \frac{63}{8}$ หรือ $7\frac{7}{8}$ กิโลเมตร

ตอบ $7\frac{7}{8}$ กิโลเมตร

แบบฝึกหัด 1.6 ก

1. จงหาผลคูณ

1) $\frac{1}{7} \times \frac{7}{9}$

2) $\left(-\frac{2}{3}\right) \times \frac{1}{5}$

3) $\frac{2}{5} \times 0$

4) $\frac{25}{4} \times \left(-\frac{8}{11}\right)$

5) $\left(-3\frac{3}{5}\right) \times \frac{5}{18}$

6) $\left(-4\frac{8}{11}\right) \times \left(-\frac{3}{13}\right)$

7) $2\frac{1}{7} \times \left(-3\frac{2}{5}\right)$

8) $\left(-1\frac{1}{5}\right) \times \frac{35}{12}$

9) $\left(-2\frac{2}{7}\right) \times \frac{3}{4}$

10) $\left(-\frac{7}{8}\right) \times \left(-2\frac{2}{3}\right)$

11) $3\frac{3}{7} \times 0 \times \left(-20\frac{5}{9}\right)$

12) $3\frac{1}{4} \times (-2) \times 1$

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

2. จงหาผลคูณ

1) $\left(-\frac{2}{3}\right)\times\frac{4}{3}\times\frac{6}{8}$

2) $\left(-\frac{1}{7}\right)\times\left(-\frac{7}{4}\right)\times\frac{16}{3}$

3) $\frac{3}{5}\times\left(-\frac{5}{3}\right)\times\frac{12}{15}$

4) $\left(-\frac{3}{7}\right)\times\left(-\frac{4}{5}\right)\times\left(-\frac{7}{12}\right)$

5) $\left(-5\frac{1}{4}\right)\times\left(-2\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{4}{7}\right)\times\frac{2}{15}$

6) $\frac{23}{4}\times\left(-\frac{16}{7}\right)\times\frac{8}{5}\times\left(-\frac{11}{12}\right)\times 0$

7) $\frac{3}{4}\times\left(-\frac{7}{10}\right)\times\frac{4}{3}$

8) $\left(-\frac{1}{6}\right)\times\frac{2}{5}\times(-6)$

3. จงหาผลลัพธ์

1) $\left[\left(-\frac{3}{10}\right)\times\frac{7}{15}\right]+\left[\left(-\frac{3}{10}\right)\times\frac{8}{15}\right]$

2) $\left[\frac{11}{9}\times(-3)\right]+\left[\frac{7}{9}\times(-3)\right]$

3) $\left(\frac{2}{3}\times\frac{5}{2}\right)-\left(\frac{2}{3}\times\frac{25}{4}\right)$

4) $\left[\frac{3}{4}\times\left(-\frac{4}{5}\right)\right]-\left[\frac{2}{5}\times\left(-\frac{4}{5}\right)\right]$

4. จงหาเศษส่วนที่แทน a แล้วทำให้ประโยคต่อไปนี้เป็นจริง

1) $2\times a = 6$

2) $\frac{1}{2}\times a = 3$

3) $\frac{1}{2}\times a = -\frac{1}{4}$

4) $\frac{1}{2}\times a = -\frac{1}{2}$

5) $\frac{2}{3}\times a = 1$

6) $\left(-\frac{1}{3}\right)\times a = 1$

7) $\left(-\frac{5}{4}\right)\times a = 0$

8) $\frac{3}{7}\times a = -1$

9) $\left(-1\frac{1}{3}\right)\times a = -1$

10) $\left(-3\frac{1}{2}\right)\times a = 0$

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

5. พรชัยขับรถด้วยอัตราเร็วเฉลี่ยชั่วโมงละ $80\frac{1}{2}$ กิโลเมตร ถ้าเขาขับรถนาน $2\frac{3}{4}$ ชั่วโมง จะได้ระยะทางเท่าไร
6. หนังสือเล่มหนึ่งมี 405 หน้า สุคนธ์อ่านไปแล้ว $\frac{11}{15}$ ของจำนวนหน้าทั้งหมด ยังเหลือหนังสืออีกกี่หน้าที่สุคนธ์ยังไม่ได้อ่าน
7. จิตราขับรถไปยังเมืองหนึ่ง วันแรกขับไปได้ทาง $\frac{1}{3}$ ของระยะทางทั้งหมด วันที่สองขับได้ทาง $\frac{3}{4}$ ของวันแรก ยังเหลือทางคิดเป็นเศษส่วนเท่าไรของระยะทางทั้งหมด
8. ปัจจุบันบิดามีอายุ 39 ปี เมื่อสามปีที่แล้วบุตรมีอายุเป็น $\frac{1}{6}$ ของอายุบิดา ปัจจุบันบุตรอายุเท่าไร
9. ปริศนาได้รับเงินเดือน 12,000 บาท ให้คุณแม่ $\frac{1}{6}$ ของเงินเดือนทั้งหมด ฝากธนาคารออมสิน $\frac{1}{4}$ ของที่เหลือ นอกนั้นเก็บไว้เป็นค่าใช้จ่ายส่วนตัว อยากทราบว่าปริศนาเหลือเงินค่าใช้จ่ายส่วนตัวเท่าไร
10. ชายคนหนึ่งขับรถยนต์ส่วนตัวไปเที่ยวต่างจังหวัด ก่อนออกรถเขาเติมน้ำมันไว้เต็มถัง เมื่อขับรถไปได้ 150 กิโลเมตร ปรากฏว่าเหลือน้ำมันอยู่ $\frac{3}{4}$ ของถัง รถคันนี้แล่นได้ทาง 10 กิโลเมตรต่อน้ำมัน 1 ลิตร อยากทราบว่าเหลือน้ำมันอยู่ในถังกี่ลิตร
11. แถบจังหวัดสมุทรสงครามมีการทำนาเกลือเป็นอาชีพหลักอย่างหนึ่ง กองเกลือทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีขนาดกว้าง 1 วา ยาว 1 วา สูง 1 ศอก คิดเป็นปริมาตร 1 เกวียน ป้ามณฑามียุ้งเกลือหลังหนึ่งภายในเป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากกว้าง $4\frac{1}{2}$ เมตร ยาว $2\frac{2}{5}$ เท่าของความกว้างและสูง $\frac{2}{3}$ เท่าของความกว้าง ถ้าบรรจุเกลือภายในยุ้งหลังนี้จนเต็ม จงหาว่ายุ้งเกลือนี้จุเกลือได้กี่เกวียนและกี่ถัง (กำหนดให้ 2 ลูกบาศก์เมตร เท่ากับ 1 เกวียน และ 1 เกวียน เท่ากับ 100 ถัง)

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

การหารเศษส่วน

เมื่อ $\frac{a}{b}$ และ $\frac{c}{d}$ เป็นเศษส่วนใด ๆ $\frac{a}{b}$ หารด้วย $\frac{c}{d}$ หาได้ตามข้อตกลงต่อไปนี้

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

ตัวอย่างที่ 8 จงหาผลหาร $\frac{3}{4} \div \frac{5}{8}$

วิธีทำ
$$\frac{3}{4} \div \frac{5}{8} = \frac{3}{4} \times \frac{8}{5}$$
$$= \frac{6}{5}$$

ตอบ $\frac{6}{5}$ หรือ $1\frac{1}{5}$

ตัวอย่างที่ 9 จงหาผลหาร $\left(-\frac{3}{4}\right) \div \frac{5}{8}$

วิธีทำ
$$\left(-\frac{3}{4}\right) \div \frac{5}{8} = \left(-\frac{3}{4}\right) \times \frac{8}{5}$$
$$= -\frac{6}{5}$$

ตอบ $-\frac{6}{5}$ หรือ $-1\frac{1}{5}$

ในกรณีที่การหารมีจำนวนคละอยู่ด้วย ให้ทำจำนวนคละเป็นเศษเกินก่อน ดังตัวอย่าง

ตัวอย่างที่ 10 จงหาผลหาร $\left(-\frac{4}{9}\right) \div \left(-2\frac{2}{3}\right)$

วิธีทำ
$$\left(-\frac{4}{9}\right) \div \left(-2\frac{2}{3}\right) = \left(-\frac{4}{9}\right) \div \left(-\frac{8}{3}\right)$$
$$= \left(-\frac{4}{9}\right) \times \left(-\frac{3}{8}\right)$$
$$= \frac{1}{6}$$

ตอบ $\frac{1}{6}$

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

ตัวอย่างที่ 11 จงหาผลหาร $3 \div \left(-\frac{1}{9}\right)$

วิธีทำ $3 \div \left(-\frac{1}{9}\right) = 3 \times (-9)$

$= -27$

ตอบ -27

ตัวอย่างที่ 12 จงหาผลหาร $5\frac{1}{7} \div (-6)$

วิธีทำ $5\frac{1}{7} \div (-6) = \frac{36}{7} \times \left(-\frac{1}{6}\right)$

$= -\frac{6}{7}$

ตอบ $-\frac{6}{7}$

ตัวอย่างที่ 13 พ่อค้าต้องการแบ่งลวดที่ยาว $87\frac{1}{2}$ เมตร ออกเป็นขดเล็ก ๆ เพื่อสะดวกในการขายโดยให้ลวดแต่ละขดยาว 7 เมตร จะแบ่งได้ทั้งหมดกี่ขดและเหลือเศษอีกกี่เมตร

วิธีทำ ลวดยาว $87\frac{1}{2}$ เมตร

ต้องการแบ่งเป็นขดเล็ก ๆ โดยให้ลวดแต่ละขดยาว 7 เมตร

จะแบ่งได้ทั้งหมด $87\frac{1}{2} \div 7 = \frac{175}{2} \div 7$ ขด

$= \frac{175}{2} \times \frac{1}{7}$ ขด

$= \frac{25}{2}$ ขด

$= 12\frac{1}{2}$ ขด

ดังนั้นจะแบ่งลวดได้ 12 ขด เหลือเศษ $\frac{1}{2}$ ขด คิดเป็น $\frac{1}{2} \times 7 = 3\frac{1}{2}$ เมตร

ตอบ แบ่งลวดได้ 12 ขด
เหลือเศษ $3\frac{1}{2}$ เมตร

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึ่งกระทำ บ้างไม่พึ่งกระทำ

ตัวอย่างที่ 14 5 เท่าของเศษส่วนจำนวนหนึ่งเท่ากับ $\frac{25}{33}$ จงหาเศษส่วนจำนวนนั้น

วิธีทำ 5 เท่าของเศษส่วนจำนวนหนึ่งเท่ากับ $\frac{25}{33}$

เศษส่วนจำนวนนั้นคือ $\frac{25}{33} \div 5 = \frac{25}{33} \times \frac{1}{5}$

$= \frac{5}{33}$

ดังนั้นเศษส่วนจำนวนที่ต้องการคือ $\frac{1}{33}$

ตอบ $\frac{1}{33}$

จงหาจำนวนต่อจากจำนวนต่อไปนี้อีกหนึ่งจำนวน

$5\frac{1}{5}$, $4\frac{1}{4}$, $3\frac{1}{3}$, $2\frac{1}{2}$, ...

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

แบบฝึกหัด 1.6 ข

1. จงหาผลลัพธ์

   1) $\frac{2}{5} \div (-3)$

   2) $(-6) \div \frac{1}{3}$

   3) $\left(-\frac{5}{7}\right) \div \left(-\frac{4}{9}\right)$

   4) $\left(-4\frac{2}{3}\right) \div 6$

   5) $3\frac{1}{11} \div \left(-2\frac{19}{33}\right)$

   6) $\frac{1}{4} \times \left[\left(-\frac{4}{5}\right) \div \left(-1\frac{1}{2}\right)\right]$

   7) $\left[2\frac{3}{4} \times \frac{5}{6}\right] \div \frac{11}{12}$

   8) $\left[\left(-\frac{2}{5}\right) \div \frac{8}{21}\right] \times \left(-\frac{3}{7}\right)$

   9) $\left(-\frac{9}{10}\right) \div \left[\frac{1}{6} + \frac{2}{3}\right]$

   10) $\left(-3\frac{1}{2}\right) \div \left[2\frac{1}{8} - \frac{3}{4}\right]$

2. จงพิจารณาประโยค $a \div b = b \div a$ แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

   1) จงหาเศษส่วนมาแทน a และ b เพื่อทำให้ประโยคข้างต้นเป็นจริง

   2) จงหาเศษส่วนมาแทน a และ b เพื่อทำให้ประโยคข้างต้นเป็นเท็จ

   3) เศษส่วนมีสมบัติการสลับที่สำหรับการหารหรือไม่

3. จงพิจารณาประโยค $(a \div b) \div c = a \div (b \div c)$ แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

   1) จงหาเศษส่วนมาแทน a, b และ c เพื่อทำให้ประโยคข้างต้นเป็นจริง

   2) จงหาเศษส่วนมาแทน a, b และ c เพื่อทำให้ประโยคข้างต้นเป็นเท็จ

   3) เศษส่วนมีสมบัติการเปลี่ยนหมู่สำหรับการหารหรือไม่

4. ล้อรถจักรยานมีเส้นรอบวงยาวประมาณ $2\frac{2}{5}$ เมตร ถ้าขี่จักรยานในระยะทาง 60 เมตร ล้อจะหมุนกี่รอบโดยประมาณ

5. ร้านขายน้ำตาลมีน้ำตาลเหลืออยู่ $28\frac{1}{2}$ กิโลกรัม ถ้าเขาแบ่งขายเป็นถุงเล็ก ถุงละ $\frac{1}{2}$ กิโลกรัม จะบรรจุได้กี่ถุง และถ้าขายไปได้ 48 ถุง เขาจะเหลือน้ำตาลกี่กิโลกรัม

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

6. รถบรรทุกคันหนึ่งบรรทุกหินเต็มคันได้ $2\frac{2}{7}$ ตัน ต้องการบรรทุกหิน 36 ตัน ต้องบรรทุกกี่เที่ยวจึงจะหมด และถ้าเที่ยวก่อนนั้นบรรทุกเต็มคันมาทุกเที่ยว เที่ยวสุดท้ายจะบรรทุกหินหนักเท่าไร

7. โรงงานแห่งหนึ่งมีพนักงานชาย $\frac{21}{29}$ ของจำนวนพนักงานทั้งหมด ถ้าผลต่างระหว่างจำนวนพนักงานชายและพนักงานหญิงเป็น 65 คน จงหาว่าโรงงานแห่งนี้มีพนักงานทั้งหมดกี่คน

8. สวนผลไม้แห่งหนึ่งมีไม้ผล 360 ต้น เป็นต้นเงาะ $\frac{4}{9}$ ของไม้ผลทั้งหมด และเป็นต้นทุเรียน $\frac{7}{8}$ ของไม้ผลที่เหลือ นอกจากนั้นเป็นไม้ผลชนิดอื่น อยากทราบว่าไม้ผลชนิดอื่นมีกี่ต้น

9. ชายคนหนึ่งแบ่งเงินให้แก่บุตรชาย $\frac{7}{15}$ ของเงินที่เขามีอยู่ ที่เหลือให้แก่บุตรสาว ถ้าบุตรสาวได้รับส่วนแบ่งเป็นเงิน 94,800 บาท จงหาว่าบุตรชายได้รับส่วนแบ่งเป็นเงินเท่าไร

10. ดวงแก้วทำน้ำผลไม้รวมสำหรับเลี้ยงเพื่อน 4 คน โดยใช้ส่วนผสม ดังนี้

น้ำองุ่น	$\frac{1}{2}$	ถ้วย
น้ำส้ม	$\frac{5}{8}$	ถ้วย
น้ำมะนาว	$\frac{1}{4}$	ถ้วย
น้ำเชื่อม	$\frac{1}{4}$	ถ้วย
น้ำแข็งบด	1	ถ้วย

จงหาว่า

1) จากส่วนผสมดังกล่าว ดวงแก้วจะได้น้ำผลไม้รวมกี่ถ้วย

2) อาทิตย์ต่อมา ดวงแก้วต้องทำน้ำผลไม้รวมเลี้ยงเพื่อน 20 คน เธอควรจะใช้ส่วนผสมแต่ละชนิดอย่างละกี่ถ้วย และจะได้น้ำผลไม้รวมทั้งหมดกี่ถ้วย

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

บอกหน่อยได้ไหม

จงพิจารณาว่าประโยคต่อไปนี้เป็นจริงหรือไม่ จงอธิบายแนวคิด

1. $-2-\frac{1}{2} > -2$

2. $\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\right)\times 100 = 0$

3. $\frac{1}{5}+\left(-\frac{1}{3}\right) > \frac{1}{5}-\left(-\frac{1}{3}\right)$

4. $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5} < \frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$

5. $\frac{1}{5}\times\frac{1}{5} > \frac{1}{5}$

6. $\frac{1}{3}\times\frac{1}{7} < \frac{1}{3}\times\frac{1}{2}$

7. $\left(-\frac{1}{3}\right)\times\left(-\frac{1}{3}\right) < \frac{1}{3}$

8. $1\div\left(-\frac{1}{2}\right) > -\frac{1}{2}$

9. $10\div\frac{1}{8} > 10\div\frac{1}{16}$

10. $\left[(-3)-\frac{1}{2}\right]\div\left[3+\frac{1}{2}\right] < 0$

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

1.7 ความสัมพันธ์ระหว่างทศนิยมและเศษส่วน

เราเคยทราบแล้วว่าทศนิยมเช่น 0.7 และ 0.05 สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้ดังนี้

0.7 เขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วน เป็น $\frac{7}{10}$

0.05 เขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วน เป็น $\frac{5}{100}$

ในทางกลับกัน เราอาจเขียนเศษส่วน เช่น $\frac{62}{100}$ และ $\frac{47}{1,000}$ ให้อยู่ในรูปทศนิยมได้ดังนี้

$\frac{62}{100}$ เขียนให้อยู่ในรูปทศนิยม เป็น 0.62

$\frac{47}{1,000}$ เขียนให้อยู่ในรูปทศนิยมเป็น 0.047

ในทำนองเดียวกัน ทศนิยมที่เป็นจำนวนลบ เช่น - 0.3 และ - 0.37 เมื่อเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วน จะได้เศษส่วนที่เป็นลบ ดังนี้

$$-0.3 = -\frac{3}{10}$$

$$-0.37 = -\frac{37}{100}$$

ในทางกลับกัน เศษส่วนที่เป็นจำนวนลบเช่น $-\frac{4}{10}$ และ $-\frac{112}{1,000}$ เมื่อเขียนให้อยู่ในรูปทศนิยม จะได้ทศนิยมที่เป็นจำนวนลบ ดังนี้

$$-\frac{4}{10} = -0.4$$

$$-\frac{112}{1,000} = -0.112$$

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

ให้พิจารณาการเขียนเศษส่วนต่อไปนี้เป็นทศนิยม

1. $\frac{1}{5} = \frac{10}{50} = \frac{2}{10} = 0.2$ ซึ่งเท่ากับผลลัพธ์ที่ได้จาก $1 \div 5$

2. $\frac{3}{5} = \frac{30}{50} = \frac{6}{10} = 0.6$ ซึ่งเท่ากับผลลัพธ์ที่ได้จาก $3 \div 5$

3. $\frac{3}{4} = \frac{300}{400} = \frac{75}{100} = 0.75$ ซึ่งเท่ากับผลลัพธ์ที่ได้จาก $3 \div 4$

4. $\frac{1}{8} = \frac{1,000}{8,000} = \frac{125}{1,000} = 0.125$ ซึ่งเท่ากับผลลัพธ์ที่ได้จาก $1 \div 8$

5. $\frac{7}{4} = \frac{700}{400} = \frac{175}{100} = 1.75$ ซึ่งเท่ากับผลลัพธ์ที่ได้จาก $7 \div 4$

โดยทั่วไปเราสามารถเขียนเศษส่วนให้อยู่ในรูปทศนิยมได้โดยการนำตัวส่วนไปหารตัวเศษ สำหรับเศษส่วนที่เป็นจำนวนลบก็ทำในทำนองเดียวกัน เช่น

1. $-\frac{4}{5} \rightarrow$

$$
\begin{array}{r}
0.8 \\
5\overline{)\,4.0} \\
\underline{4\ 0} \\
\end{array}
$$

ดังนั้น $-\frac{4}{5} = -0.8$

2. $-\frac{5}{4} \rightarrow$

$$
\begin{array}{r}
1.25 \\
4\overline{)\,5.00} \\
\underline{4} \\
1\ 0 \\
\underline{\ 8} \\
20 \\
\underline{20} \\
\end{array}
$$

ดังนั้น $-\frac{5}{4} = -1.25$

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

3. $-\frac{3}{8}$ $\rightarrow$

$$
\begin{array}{r}
0.375 \\
8\overline{)\,3.000} \\
\underline{2\ 4} \\
60 \\
\underline{56} \\
40 \\
\underline{40}
\end{array}
$$

ดังนั้น $-\frac{3}{8} = -0.375$

ให้พิจารณาการเขียนเศษส่วนให้อยู่ในรูปทศนิยมโดยการนำตัวส่วนไปหารตัวเศษ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

$-\frac{7}{22}$ $\rightarrow$

$$
\begin{array}{r}
0.31818\ldots \\
22\overline{)\,7.00000} \\
\underline{6\ 6} \\
40 \\
\underline{22} \\
180 \\
\underline{176} \\
40 \\
\underline{22} \\
180 \\
\underline{176} \\
4 \\
\vdots
\end{array}
$$

การหารข้างต้น ถ้าหารต่อจะได้ 1 และ 8 สลับกันไปเรื่อย ๆ โดยไม่มีที่สิ้นสุด

ดังนั้น $-\frac{7}{22} = -0.31818\ldots$

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

โดยวิธีข้างต้น เราสามารถเขียนเศษส่วนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปทศนิยมได้ดังนี้

1. $\frac{1}{3} = 0.333\ldots$
2. $-\frac{2}{9} = -0.222\ldots$
3. $-\frac{7}{9} = -0.777\ldots$
4. $-\frac{4}{3} = -1.333\ldots$
5. $\frac{16}{45} = 0.3555\ldots$
6. $\frac{5}{12} = 0.41666\ldots$
7. $\frac{8}{11} = 0.727272\ldots$
8. $-\frac{13}{11} = -1.181818\ldots$
9. $-\frac{4}{33} = -0.121212\ldots$
10. $\frac{9}{37} = 0.243243243\ldots$

ทศนิยมที่มีลักษณะดังเช่นในข้อ 1 ถึงข้อ 10 ข้างต้น เรียกว่า **ทศนิยมซ้ำ**

สำหรับทศนิยม เช่น 0.5 ถือว่าเป็นทศนิยมซ้ำเช่นเดียวกัน เรียกว่า **ทศนิยมซ้ำศูนย์** เพราะ $0.5 = 0.5000\ldots$

จากที่กล่าวมาแล้วข้างต้น จะเห็นว่าเศษส่วนทุกจำนวนที่มีตัวเศษเป็นจำนวนเต็มและตัวส่วนเป็นจำนวนเต็มที่ไม่เท่ากับศูนย์ สามารถเขียนเป็นทศนิยมซ้ำได้ เช่น

$0.25000\ldots$	เป็นทศนิยมซ้ำศูนย์	เขียนสั้น ๆ เป็น	0.25	อ่านว่า	ศูนย์จุดสองห้า
$-0.222\ldots$	เป็นทศนิยมซ้ำสอง	เขียนสั้น ๆ เป็น	$-0.\dot{2}$	อ่านว่า	ลบศูนย์จุดสอง สองซ้ำ
$-0.777\ldots$	เป็นทศนิยมซ้ำเจ็ด	เขียนสั้น ๆ เป็น	$-0.\dot{7}$	อ่านว่า	ลบศูนย์จุดเจ็ด เจ็ดซ้ำ
$0.3555\ldots$	เป็นทศนิยมซ้ำห้า	เขียนสั้น ๆ เป็น	$0.3\dot{5}$	อ่านว่า	ศูนย์จุดสามห้า ห้าซ้ำ
$-1.333\ldots$	เป็นทศนิยมซ้ำสาม	เขียนสั้น ๆ เป็น	$-1.\dot{3}$	อ่านว่า	ลบหนึ่งจุดสาม สามซ้ำ

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึ่งกระทำ บ้างไม่พึ่งกระทำ

0.727272... เป็นทศนิยมซ้ำเจ็ดสอง เขียนสั้น ๆ เป็น $0.7\dot{2}$ อ่านว่า ศูนย์จุดเจ็ดสอง เจ็ดสองซ้ำ

-0.3181818 เป็นทศนิยมซ้ำหนึ่งแปด เขียนสั้น ๆ เป็น $-0.3\dot{1}8$ อ่านว่า ลบศูนย์จุดสามหนึ่งแปด หนึ่งแปดซ้ำ

0.243243243... เป็นทศนิยมซ้ำสองสี่สาม เขียนสั้น ๆ เป็น $0.\dot{2}4\dot{3}$ อ่านว่า ศูนย์จุดสองสี่สาม สองสี่สามซ้ำ

-1.181818... เป็นทศนิยมซ้ำหนึ่งแปด เขียนสั้น ๆ เป็น $-1.\dot{1}8$ อ่านว่า ลบหนึ่งจุดหนึ่งแปด หนึ่งแปดซ้ำ

0.41666... เป็นทศนิยมซ้ำหก เขียนสั้น ๆ เป็น $0.41\dot{6}$ อ่านว่า ศูนย์จุดสี่หนึ่งหก หกซ้ำ

ในทางกลับกันเราสามารถเขียนทศนิยมซ้ำให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้ แต่ในที่นี้จะพิจารณาเฉพาะการเขียนทศนิยมซ้ำศูนย์ให้อยู่ในรูปเศษส่วน เช่น

$$0.78 = \frac{78}{100} = \frac{39}{50}$$

$$-1.32 = -1\frac{32}{100} = -1\frac{8}{25}$$

แบบฝึกหัด 1.7

1. จงเขียนเศษส่วนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปทศนิยม

1) $\frac{17}{100}$
2) $-\frac{216}{10}$
3) $\frac{125}{1,000}$
4) $-\frac{87}{100}$
5) $-\frac{378}{1,000}$
6) $-\frac{537}{1,000}$
7) $\frac{2,546}{100}$
8) $-\frac{4,681}{1,000}$
9) $\frac{472}{1,000}$
10) $-\frac{39}{1,000}$

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

2. จงเขียนทศนิยมต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปเศษส่วน

1) 0.4
2) -0.5
3) - 0.75
4) 0.036
5) 1.45
6) -0.342
7) 21.80
8) 0.685
9) 0.37
10) -2.12

3. จงเรียงลำดับจำนวนต่อไปนี้จากน้อยไปมาก

1) $3.1, 3.\dot{1}, 3.0\dot{1}$
2) $-1.2, -1.\dot{1}2, -1.1\dot{2}$
3) $-0.2\dot{3}, -0.\dot{3}, -0.2\dot{3}$
4) $0.2, 0.\dot{2}1\dot{2}, 0.2\dot{1}2\dot{1}$

4. จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปทศนิยม

1) $\frac{5}{2}$
2) $-\frac{7}{4}$
3) $-4\frac{1}{4}$
4) $-\frac{7}{20}$
5) $\frac{3}{55}$
6) $-\frac{11}{6}$
7) $-3\frac{1}{11}$
8) $\frac{1}{9}$
9) $-5\frac{2}{9}$
10) $-\frac{100}{99}$

5. น้ำเมื่อทำเป็นน้ำแข็งจะขยายตัวออกประมาณ $\frac{1}{10}$ ของปริมาตรเดิม ถ้าน้ำที่นำมาทำน้ำแข็งมีปริมาตร 56.65 ลูกบาศก์เซนติเมตร จะได้น้ำแข็งมีปริมาตรเท่าใด

6. ต้อยมีน้ำหนักตัวเป็น $1\frac{1}{5}$ เท่าของน้ำหนักตัวของต๋อง ถ้าต้อยหนัก 61.8 กิโลกรัม จงหาว่าต๋องหนักเท่าไร

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

7. อั๋นมีช็อกโกแลตกล่องหนึ่ง มีน้ำหนักสุทธิ 600 กรัม อั๋นแบ่งให้น้อง $\frac{1}{4}$ ของกล่อง แบ่งให้พี่ $\frac{1}{3}$ ของกล่อง ยังเหลือช็อกโกแลตในกล่องอีก 10 ชิ้น จงหาว่า
   1) เดิมมีช็อกโกแลตอยู่ในกล่องกี่ชิ้น
   2) ช็อกโกแลตที่เหลือหนักเท่าไร
8. ขวดเปล่าใบหนึ่งหนัก $112\frac{1}{2}$ กรัม เภสัชกรบรรจุยา 30 เม็ด ลงในขวดใบนี้ได้เต็มขวดพอดี เมื่อนำขวดยาไปชั่งได้หนัก 131 กรัม จงหาว่ายา 1 เม็ด หนักกี่มิลลิกรัม (ตอบเป็นทศนิยมสองตำแหน่ง)
9. บริษัทแห่งหนึ่งมีผลกำไรเมื่อสิ้นปี 4.2 ล้านบาท จัดเก็บไว้เป็นเงินสำรอง $\frac{2}{5}$ เท่าของผลกำไร บริจาคเพื่อสาธารณกุศล $\frac{1}{20}$ เท่าของผลกำไรที่เหลือ เหลือจากนั้นจึงแบ่งให้หุ้นส่วน 8 คน คนละเท่า ๆ กัน จงหาว่าหุ้นส่วนแต่ละคนได้รับส่วนแบ่งคนละเท่าไร
10. ทองคำมีความหนาแน่น $19\frac{1}{3}$ กรัมต่อลูกบาศก์เซนติเมตร ถ้าทองคำแท่งหนึ่งมีปริมาตร 16.5 ลูกบาศก์เซนติเมตร จะมีมวลกี่กรัม
    (มวลของทองคำ = ความหนาแน่นของทองคำ × ปริมาตรของทองคำ)

คิด

พิจารณาผลบวกในข้อ ก ข และ ค ต่อไปนี้ แล้วหาผลบวกของข้อ ง และข้อ จ

ก. $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

ข. $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$

ค. $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}=\frac{15}{16}$

ง. $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}=?$

จ. $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\ldots+\frac{1}{2^{10}}=?$

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึ่งกระทำ บ้างไม่พึ่งกระทำ

1.8 โอกาสของเหตุการณ์

ในชีวิตประจำวันนักเรียนจะต้องใช้ข้อมูลเพื่อประกอบการตัดสินใจตลอดเวลา ถ้านักเรียนทราบว่าโอกาสที่เหตุการณ์หนึ่ง ๆ จะเกิดขึ้นอย่างแน่นอน อาจจะเกิดขึ้นหรือไม่ก็ได้ หรือไม่เกิดขึ้นอย่างแน่นอนจะช่วยให้นักเรียนตัดสินใจได้ง่ายขึ้น

ให้พิจารณาสถานการณ์ต่อไปนี้ แล้วหาคำตอบ

1. รุ่งฟ้ามีเบี้ยพลาสติกขนาดเท่า ๆ กัน เป็นสีแดง $\frac{1}{2}$ ของจำนวนทั้งหมด สีขาว $\frac{1}{4}$ ของจำนวนทั้งหมด สีน้ำเงิน $\frac{1}{8}$ ของจำนวนทั้งหมด และที่เหลือเป็นสีเขียวคละปนกันอยู่ในกระป๋องจำนวนหนึ่ง ถ้ารุ่งฟ้าหลับตาหยิบเบี้ยสี 1 อัน รุ่งฟ้ามีโอกาสจะหยิบได้สีอะไรมากที่สุด เพราะเหตุใด
2. เอื้อยและอ้ายช่วยกันตักน้ำจากคลองใส่โอ่งน้ำคนละใบที่มีความจุเท่ากัน กระป๋องของเอื้อยตักน้ำเต็มหนึ่งกระป๋องได้น้ำ $\frac{1}{8}$ ของความจุของโอ่ง กระป๋องของอ้ายตักน้ำเต็มหนึ่งกระป๋องได้น้ำ $\frac{2}{17}$ ของความจุของโอ่ง ถ้าทั้งสองคนตักน้ำใส่โอ่งพร้อมกัน ใครน่าจะตักน้ำได้เต็มโอ่งก่อนกัน เพราะเหตุใด
3. ปรีชาตัดแผ่นโฟมเป็นรูปวงกลมเพื่อใช้เป็นเป้าในการเล่นปาเป้ากับเพื่อน ๆ เขาคำนวณแบ่งพื้นที่บนวงกลมเป็นสี่ส่วนโดยแบ่งมุมที่จุดศูนย์กลางให้มีขนาดของมุมดังนี้

สีขาว 120 องศา
สีแดง 100 องศา
สีเขียว 80 องศา
และสีน้ำเงิน 60 องศา

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึ่งกระทำ บ้างไม่พึ่งกระทำ

จงหาว่า

1) พื้นที่ของแต่ละสีคิดเป็นกี่เท่าของพื้นที่ทั้งหมดของวงกลม
2) ถ้าปรีชาเล่นปาเป้ากับเพื่อน ๆ และปรีชาปาลูกดอกถูกเป้า บริเวณพื้นที่สีใดที่ปรีชามีโอกาสจะปาเป้ามากที่สุด เพราะเหตุใด
3) ถ้าปรีชาและมานะปาเป้าคนละ 1 ครั้ง ปรีชาปาเข้าบริเวณสีเขียว มานะปาเข้าบริเวณสีน้ำเงิน ควรให้ใครได้คะแนนมากกว่า เพราะเหตุใด

4. มีขวดโหลทึบอยู่ 2 ใบ บรรจุลูกแก้วเป็นจำนวนเท่ากัน แต่ละขวดมีลูกแก้วสีขาวและสีแดงคละปนกันอยู่ ดังนี้

ขวดใบที่ 1 มีลูกแก้วสีขาว $\frac{11}{24}$ ของทั้งหมด

ขวดใบที่ 2 มีลูกแก้วสีขาว $\frac{5}{12}$ ของทั้งหมด

อุมาต้องการหยิบลูกแก้ว 1 ลูก ให้ได้สีแดง อุมาควรเลือกหยิบลูกแก้วจากขวดโหลใด เพราะเหตุใด

5. นักเรียนห้องหนึ่งมี 30 คน มีตาสีน้ำตาล 11 คน มีผมสีดำ 15 คน และมีตาสีน้ำตาลและมีผมสีดำ 3 คน ถ้าจับสลากชื่อนักเรียนมา 1 คน โอกาสที่จะได้นักเรียนกลุ่มใดมากที่สุด

กลุ่มที่ 1 นักเรียนที่มีตาสีน้ำตาล แต่ผมไม่เป็นสีดำ

กลุ่มที่ 2 นักเรียนที่มีผมสีดำ แต่ตาไม่เป็นสีน้ำตาล

กลุ่มที่ 3 นักเรียนที่มีตาไม่เป็นสีน้ำตาล และผมไม่เป็นสีดำ

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

หมัดกับเจ้าด่า

หมัดตัวหนึ่งต้องการกระโดดไปเกาะจมูกเจ้าด่าที่นอนหลับอยู่ แต่ไม่สามารถกระโดดให้ถึงได้ในครั้งเดียว เมื่อกระโดดครั้งแรกมันไปได้ครึ่งทาง แต่แล้วหมัดตัวนี้เกิดความกลัวขึ้นมา ครั้งที่สองจึงกระโดดได้เพียงครึ่งหนึ่งของระยะทางที่เหลือ และครั้งต่อ ๆ ไปก็กระโดดได้ทีละครึ่งหนึ่งของระยะทางที่เหลือ

เนื่องจากระยะทางที่หมัดกระโดดแต่ละครั้งเป็นครึ่งหนึ่งของระยะทางที่เหลือ จึงทำให้ระยะทางที่มันกระโดดได้ในแต่ละครั้งเท่ากับระยะทางที่เหลือ

ดังนั้น กระโดดครั้งที่ 1 ได้ทาง $\frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$ เหลือทาง $\frac{1}{2}$

กระโดดครั้งที่ 2 ได้ทาง $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ เหลือทาง $\frac{1}{4}$

กระโดดครั้งที่ 3 ได้ทาง $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$ เหลือทาง $\frac{1}{8}$

จงหาเศษส่วนแสดงระยะทางที่เหลือ ภายหลังการกระโดดครั้งที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1) กระโดดครั้งที่ 4
2) กระโดดครั้งที่ 6
3) กระโดดครั้งที่ 10

นักเรียนจะสังเกตเห็นว่าเศษส่วนที่ได้มีค่าน้อยลงตามลำดับ ถ้าเป็นดังนี้ต่อไปเรื่อย ๆ นักเรียนคิดว่าหมัดจะกระโดดถึงจมูกเจ้าด่าหรือไม่

โดยอาศัยแนวคิดเรื่องหมัดและเจ้าด่าข้างต้น ถ้าเพื่อนของนักเรียนบอกเศษส่วนที่มากกว่าศูนย์มาจำนวนหนึ่ง นักเรียนจะหาเศษส่วนที่น้อยกว่าจำนวนนั้นแต่ยังมากกว่าศูนย์ได้เสมอหรือไม่ ถ้าได้ ทำอย่างไร

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึ่งกระทำ บ้างไม่พึ่งกระทำ

บทที่ 2
การประมาณค่า

2.1 ค่าประมาณ

ในชีวิตประจำวันของคนเรา บ่อยครั้งที่ต้องอาศัยข้อมูลจากการคำนวณมาประกอบการตัดสินใจ และการคำนวณนั้นเป็นเพียงการคำนวณคร่าว ๆ ค่าที่ได้ไม่ใช่ค่าที่แท้จริง แต่มีความใกล้เคียงพอที่จะใช้ตอบปัญหาหรือตัดสินใจได้ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

สุนิสามีเงิน 500 บาท เพื่อไปซื้อข้าวสาร 3 ถุง ราคาถุงละ 99 บาท เมื่อได้ข้าวสารแล้วขณะกำลังเดินกลับเธอพบผงซักฟอกชนิดที่ใช้อยู่ ลดราคาเหลือกล่องละ 179 บาท จึงคิดในใจว่า ข้าวสาร 3 ถุง ประมาณ 300 บาท เหลือเงินอีก 200 บาท พอที่จะซื้อผงซักฟอกได้อีกหนึ่งกล่อง เธอจึงตัดสินใจหยิบผงซักฟอกมาด้วยหนึ่งกล่องก่อนที่จะจ่ายเงินกับพนักงานเก็บเงิน

จากตัวอย่างข้างต้น จะเห็นว่าสุนิสาสามารถตัดสินใจได้โดยใช้ข้อมูลที่เกิดจากการคำนวณในใจเพียงคร่าว ๆ เท่านั้น ในชีวิตประจำวันนักเรียนจะพบว่ายังมีเหตุการณ์อื่น ๆ อีกมากมายที่ใช้เพียงการคำนวณอย่างรวดเร็วด้วยค่าประมาณ โดยเฉพาะเมื่ออยู่ในสถานการณ์ที่มีการแข่งขันหรือต้องมีการตัดสินใจโดยเร็ว นอกจากนี้การคำนวณโดยประมาณยังสามารถช่วยให้เราพิจารณาถึงความเป็นไปได้ของค่าที่ได้จากการคำนวณ แม้จะมีการใช้เครื่องมือในการคำนวณความผิดพลาดจากการใช้เครื่องมือก็อาจเกิดขึ้นได้ ดังเช่น

นารีใช้เครื่องคิดเลขหาผลคูณของ 8.5 กับ 7.3 ปรากฏผลลัพธ์เป็น 620.5

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

เมื่อใช้การคำนวณโดยประมาณตรวจสอบ จะพบว่าผลลัพธ์ไม่ควรเป็น 620.5 เนื่องจากผลคูณของ 8.5 กับ 7.3 ควรน้อยกว่าผลคูณของ 9 กับ 8 ซึ่งมีค่าเพียง 72 เท่านั้น

ในทางคณิตศาสตร์จะเรียก*การหาค่า*ซึ่งไม่ใช่ค่าที่แท้จริง แต่มีความละเอียดเพียงพอกับการนำไปใช้ว่า **การประมาณ** และจะเรียก *การคำนวณ* ที่ต้องการคำตอบอย่างรวดเร็ว ใกล้เคียง และเหมาะสมกับการนำไปใช้ว่า**การประมาณค่า** การประมาณค่าทำได้โดยประมาณจำนวนต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องแล้วนำค่าที่ได้มาคำนวณหาผลลัพธ์

ค่าที่ได้จากการประมาณและการประมาณค่าเรียกว่า **ค่าประมาณ**

ตัวอย่าง ซื้อสินค้า 6 รายการจากห้างสรรพสินค้า ได้รับใบเสร็จซึ่งแยกคำนวณภาษีมูลค่าเพิ่มดังนี้

สินค้าชิ้นที่ 1	ราคา	23.36	บาท
สินค้าชิ้นที่ 2	ราคา	40.18	บาท
สินค้าชิ้นที่ 3	ราคา	34.58	บาท
สินค้าชิ้นที่ 4	ราคา	10.75	บาท
สินค้าชิ้นที่ 5	ราคา	7.25	บาท
สินค้าชิ้นที่ 6	ราคา	11.68	บาท
	รวม	127.80	บาท
ภาษีมูลค่าเพิ่ม 7 %	จำนวน	8.95	บาท
รวมเงินทั้งสิ้น		136.75	บาท

จากใบเสร็จที่ได้ ถ้าจะตรวจสอบว่าการคิดราคารวมของสินค้ามีความเป็นไปได้หรือไม่ อาจคำนวณในใจดังนี้

23.36	ประมาณเป็น	25
40.18	ประมาณเป็น	40
34.58	ประมาณเป็น	35
10.75	ประมาณเป็น	10
7.25	ประมาณเป็น	8
11.68	ประมาณเป็น	12
	รวม	130

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

เมื่อเปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้กับราคารวมในใบเสร็จพบว่ามีค่าใกล้เคียงกัน จึงตัดสินได้ว่า ราคารวมในใบเสร็จน่าจะยอมรับได้

จากตัวอย่างที่กล่าวมาแล้วข้างต้นมีคำที่เกี่ยวข้องดังนี้

1. การเปลี่ยนจำนวนซึ่งเป็นราคาจริงของสินค้าให้เป็นจำนวนที่ใกล้เคียง เพื่อสะดวกในการคำนวณเป็น **การประมาณ** เช่น ประมาณ 23.36 เป็น 25 ประมาณ 40.18 เป็น 40

2. การเปลี่ยนจำนวนซึ่งเป็นราคาจริงของสินค้าให้เป็นจำนวนที่ใกล้เคียงแล้วตามด้วยการหาผลบวกของจำนวนที่ใกล้เคียงได้เป็น 130 เป็น **การประมาณค่า**

3. จำนวน 25, 40, 35, ..., 12 เป็น **ค่าประมาณ**ของ 23.36, 40.18, 34.58, ..., 11.68 ตามลำดับ และผลลัพธ์ที่ได้คือ 130 เป็น**ค่าประมาณ**ของผลบวก ซึ่งมีค่าที่แท้จริงเป็น 127.80

เพื่อความสะดวกและรวดเร็วในการเขียน โดยทั่วไปจะใช้*สัญลักษณ์* $\approx$ *แทนคำว่ามีค่าประมาณ* เช่น 6.1×4.7 มีค่าประมาณ 30 เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $6.1 \times 4.7 \approx 30$

แบบฝึกหัด 2.1

1. จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้ มีความเป็นไปได้หรือไม่ เพราะเหตุใด จงอธิบาย
   1) วิทย์กล่าวว่าเขาต้องเดินไปเรียนหนังสือที่โรงเรียนซึ่งอยู่ห่างจากบ้านประมาณ 20 กิโลเมตร
   2) พัชรีทราบว่ารถยนต์ของเธอมีขนาดกว้าง 1.65 เมตร เธอคะเนว่าประตูที่เห็นอยู่ข้างหน้า ความกว้างไม่น้อยกว่า 2 เมตร จึงคิดว่าเธอน่าจะขับรถผ่านไปได้
   3) ถ้าจะโทรศัพท์ไปถึงครูใหญ่ให้หมุนหมายเลข 0 – 2972 – 4312 แต่ถ้าจำไม่ได้ก็ให้หมุนหมายเลขประมาณ 0 – 2972 – 4300
   4) อรทัยคะเนด้วยสายตาว่าห้องเรียนสูงประมาณ 3 เมตร จึงกล่าวว่าอาคารเรียนสี่ชั้นหลังนี้สูงประมาณ 12 เมตร

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึ่งกระทำ บ้างไม่พึ่งกระทำ

5) นพรัตน์ต้องการซื้อรองเท้าฝากพ่อ แต่จำไม่ได้ว่าพ่อใส่รองเท้าเบอร์อะไร รู้แต่ว่ารองเท้าของพ่อมีขนาดเล็กกว่าของเขาเล็กน้อย นพรัตน์ใส่รองเท้าเบอร์ 7 เขาจึงตัดสินใจซื้อรองเท้าเบอร์ $6\frac{1}{2}$ ไปฝากพ่อ

2. จากข้อมูลที่พบในชีวิตประจำวันต่อไปนี้ จงพิจารณาว่าข้อใดแสดงค่าประมาณ ข้อใดแสดงค่าที่แท้จริง

1) บริษัทคาดว่าในปีนี้จะสามารถทำกำไรได้ถึงสองร้อยล้านบาท

2) ประเทศไทยต้องเสียเงินในการซื้อน้ำมันเข้ามาใช้ในประเทศปีละไม่ต่ำกว่าสามแสนล้านบาท

3) คุณแม่คำนวณเงินที่ต้องจ่ายเป็นค่าภาษีเงินได้บุคคลธรรมดาเป็นจำนวน 1,215.50 บาท

4) วารสารข่าวสารประหยัดพลังงานกล่าวถึงแหล่งที่มาของความร้อนภายในอาคารว่ามี 5 แหล่งดังนี้

ฝาผนัง	57 %	ระบบแสงสว่าง	23 %
คนในอาคาร	9 %	อุปกรณ์ที่ใช้ความร้อน	7 %
ลมรั่ว	5 %		

5) รัฐบาลคาดว่า ปีพ.ศ. 2545 ประเทศไทยจะมีการขยายตัวทางเศรษฐกิจเพิ่มขึ้นจากปีพ.ศ. 2544 ถึงร้อยละ 4.5

3. จงพิจารณาว่าสถานการณ์ในแต่ละข้อต่อไปนี้ ข้อใดอาจใช้ค่าประมาณได้ เพราะเหตุใด จงอธิบาย

1) การคำนวณระยะเวลาที่จะใช้ในการเดินทางโดยรถไฟ

2) การคำนวณยอดสินค้าที่คาดว่าจะขายได้ในหนึ่งสัปดาห์

3) การคำนวณเงินที่ต้องผ่อนส่งเป็นค่าสินค้าในแต่ละเดือน

4) การคำนวณส่วนผสมของดินและปุ๋ยเพื่อปลูกต้นไม้

5) การคำนวณส่วนผสมในการทำขนมกล้วย

6) การคำนวณส่วนผสมของสารเคมี

7) การคำนวณเวลาในการส่งจรวด

4. จงเขียนสถานการณ์ที่นักเรียนคิดว่าควรใช้การประมาณค่าในการหาคำตอบมาหนึ่งสถานการณ์

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

2.2 การปัดเศษ

การปัดเศษเมื่อปริมาณเป็นจำนวนเต็ม

วีณาซื้อสินค้าในราคา 148 บาท และจ่ายเงินเป็นธนบัตรฉบับละ 100 บาท 2 ฉบับ ถ้าอยากทราบว่าจะได้รับเงินทอนประมาณกี่บาท วีณาอาจคำนวณอย่างรวดเร็วโดยปัดเศษ 148 ให้เป็น 150 ก็จะทราบว่าได้รับเงินทอนประมาณ 50 บาท

รุจาต้องการซื้อสินค้าในราคาชิ้นละ 99 บาท จำนวน 3 ชิ้น ถ้าอยากทราบว่าจะต้องจ่ายเงินประมาณเท่าใด เพื่อความสะดวกในการคำนวณรุจาอาจปัดเศษ 99 ให้เป็น 100 ก็จะทราบว่าต้องจ่ายเงินประมาณ 300 บาท

การปัดเศษจำนวนเต็มใด ๆ ให้เป็นจำนวนเต็มสิบ จำนวนเต็มร้อย จำนวนเต็มพัน หรือจำนวนเต็มหมื่น ฯลฯ ที่ใกล้เคียงที่สุด ทำโดยอาศัยหลักว่า จำนวนที่ต้องการปัดเศษอยู่ระหว่างสองจำนวนที่เป็นจำนวนเต็มสิบ จำนวนเต็มร้อย จำนวนเต็มพัน หรือจำนวนเต็มหมื่น ฯลฯ มีค่าใกล้จำนวนใดมากกว่า ก็ให้ปัดเป็นจำนวนนั้น

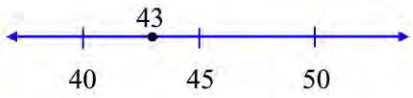
จงพิจารณาการปัดเศษต่อไปนี้

ก. ปัดเศษ 43 เป็นจำนวนเต็มสิบ

ข. ปัดเศษ 281 เป็นจำนวนเต็มร้อย

ค. ปัดเศษ 6,500 เป็นจำนวนเต็มพัน

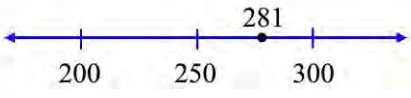
แนวคิด ก. พิจารณาค่าของ 43 โดยใช้เส้นจำนวน



บนเส้นจำนวน 43 อยู่ใกล้ 40 มากกว่า 50

ดังนั้น ปัดเศษ 43 เป็นจำนวนเต็มสิบได้ 40

ข. พิจารณาค่าของ 281 โดยใช้เส้นจำนวน

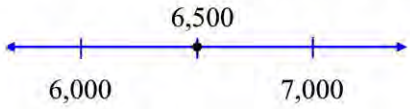


บนเส้นจำนวน 281 อยู่ใกล้ 300 มากกว่า 200

ดังนั้น ปัดเศษ 281 เป็นจำนวนเต็มร้อยได้ 300

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

ค. พิจารณาค่าของ 6,500 โดยใช้เส้นจำนวน



บนเส้นจำนวน 6,500 อยู่กึ่งกลาง ระหว่าง 6,000 กับ 7,000

ในกรณีเช่นนี้มีข้อตกลงว่าให้ปัดเศษเป็นจำนวนที่มากกว่า

ดังนั้น ปัดเศษ 6,500 เป็นจำนวนเต็มพันได้ 7,000

อาศัยหลักการที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปวิธีปัดเศษจำนวนเต็มใด ๆ ได้ดังนี้

ในการปัดเศษจำนวนเต็มใด ๆ ให้เป็นจำนวนเต็มสิบ จำนวนเต็มร้อย จำนวนเต็มพัน หรือจำนวนเต็มหมื่น ฯลฯ ที่ใกล้เคียงที่สุด ให้พิจารณาปัดเศษจำนวนในหลักถัดไปทางขวามือ ถ้าต่ำกว่า 5 ตัดทิ้ง ตั้งแต่ 5 ขึ้นไปปัดขึ้น

ให้นักเรียนพิจารณาตารางต่อไปนี้

ตารางแสดงเนื้อที่ป่าสงวนแห่งชาติของประเทศไทยเป็นรายภาคในพ.ศ. 2539

ภาค	เนื้อที่ (ไร่)	เนื้อที่เมื่อปัดเศษให้เป็นจำนวนเต็มที่ใกล้เคียงที่สุด			
		จำนวนเต็มล้าน	จำนวนเต็มแสน	จำนวนเต็มหมื่น	จำนวนเต็มพัน
เหนือ	62,711,437	63,000,000	62,700,000	62,710,000	62,711,000
กลางและตะวันออก	29,229,112	29,000,000	29,200,000	29,230,000	29,229,000
ตะวันออกเฉียงเหนือ	34,420,115	34,000,000	34,400,000	34,420,000	34,420,000
ใต้	17,614,465	18,000,000	17,600,000	17,610,000	17,614,000

ที่มา : กรมป่าไม้ “ฝ่ายจัดการป่าสงวนแห่งชาติ” 2539

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

จากข้อมูลในตาราง จะเห็นว่าค่าประมาณที่เป็นจำนวนเต็มล้าน เช่น มีเนื้อที่ป่าสงวนของภาคเหนือ ประมาณ 63 ล้านไร่ เป็นจำนวนซึ่งให้ความรู้สึกได้ทันทีว่าเป็นปริมาณที่มากเพียงใด อีกทั้งยังสื่อสารและจำได้ง่ายกว่า 62,711,437 หรือจำนวนที่ใกล้เคียงอื่น ๆ นอกจากนี้ยังนิยมใช้ค่าประมาณสรุปข้อมูลในภาพรวมให้ดูง่ายขึ้น เช่น

ภาคเหนือมีเนื้อที่ป่าสงวนประมาณ	63 ล้านไร่
ภาคกลางและตะวันออกมีเนื้อที่ป่าสงวนประมาณ	29 ล้านไร่
ภาคตะวันออกเฉียงเหนือมีเนื้อที่ป่าสงวนประมาณ	34 ล้านไร่
ภาคใต้มีเนื้อที่ป่าสงวนประมาณ	18 ล้านไร่

เมื่อพิจารณาข้อมูลในภาพรวมอาจสรุปได้ว่า ภาคเหนือมีเนื้อที่ป่าสงวนประมาณสามเท่ากว่า ๆ ของภาคใต้ ภาคกลางและตะวันออกมีเนื้อที่ป่าสงวนเกือบครึ่งหนึ่งของภาคเหนือ ภาคตะวันออกเฉียงเหนือมีเนื้อที่ป่าสงวนประมาณครึ่งหนึ่งของภาคเหนือ เป็นต้น

การปัดเศษเมื่อปริมาณเป็นทศนิยม

การปัดเศษเมื่อปริมาณเป็นทศนิยม ใช้หลักการทำนองเดียวกับการปัดเศษจำนวนเต็ม ดังนี้

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

1) การปัดเศษให้เป็นจำนวนเต็ม

ให้พิจารณาทศนิยมตำแหน่งที่หนึ่งว่าจะปัดขึ้นหรือตัดทิ้งดังนี้

21.785 ≈ 22

7 มากกว่า 5 ปัดขึ้นไป 1

21.512 ≈ 22

5 เท่ากับ 5 พอดี ปัดขึ้นไป 1

21.459 ≈ 21

4 น้อยกว่า 5 ตัดทิ้ง

2) การปัดเศษให้เป็นทศนิยมหนึ่งตำแหน่ง

ให้พิจารณาทศนิยมตำแหน่งที่สองว่าจะปัดขึ้นหรือตัดทิ้งดังนี้

21.785 ≈ 21.8

8 มากกว่า 5 ปัดขึ้นไป 0.1

21.512 ≈ 21.5

1 น้อยกว่า 5 ตัดทิ้ง

21.459 ≈ 21.5

5 เท่ากับ 5 พอดี ปัดขึ้นไป 0.1

3) การปัดเศษให้เป็นทศนิยมสองตำแหน่ง

ให้พิจารณาทศนิยมตำแหน่งที่สามว่าจะปัดขึ้นหรือตัดทิ้งดังนี้

21.785 ≈ 21.79

5 เท่ากับ 5 พอดี ปัดขึ้นไป 0.01

21.512 ≈ 21.51

2 น้อยกว่า 5 ตัดทิ้ง

21.459 ≈ 21.46

9 มากกว่า 5 ปัดขึ้นไป 0.01

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

หมายเหตุ 1. เราไม่ใช้การปัดเศษกับตัวเลขที่ไม่ได้แสดงปริมาณ เช่น หมายเลขโทรศัพท์ บ้านเลขที่ หรือเลขประจำตัวนักเรียน

2. เราไม่ใช้การปัดเศษมากกว่าหนึ่งครั้งกับจำนวนเดียวกัน เช่น เรา**ไม่**ปัดเศษ 3.449 เป็น 3.45 ก่อน แล้วปัดเศษ 3.45 อีกครั้งหนึ่ง ให้เป็น 3.5

แบบฝึกหัด 2.2

1. จงเลือกจำนวนในวงเล็บซึ่งมีค่าใกล้เคียงที่สุดกับจำนวนที่กำหนดให้ แล้วเขียนคำตอบลงในช่องว่าง

   1) 72 ≈ .....[70 ; 80]

   2) 450 ≈ .....[400 ; 500]

   3) 52,965 ≈ .....[50,000 ; 60,000]

   4) 7.49 ≈ .....[7 ; 8]

   5) 0.86327 ≈ .....[0.863 ; 0.864]

   6) 12.593 ≈ .....[12 ; 13]

2. จงปัดเศษจำนวนต่อไปนี้ ให้เป็นทศนิยมสองตำแหน่ง

   1) 0.1945 2) 0.5455

   3) 0.0095 4) 0.0049

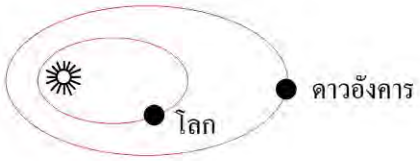
3. ระยะทางจากดวงอาทิตย์ถึงดาวอังคารประมาณ 227,942,840 กิโลเมตร จงหาจำนวนที่ใกล้เคียงที่สุดเป็น

   1) จำนวนเต็มพัน

   2) จำนวนเต็มหมื่น

   3) จำนวนเต็มแสน

   4) จำนวนเต็มล้าน



Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

4. กรุงเทพมหานครมีพื้นที่ 1,565.2 ตารางกิโลเมตร ในปีพ.ศ. 2551 มีประชากรตามสำมะโนครัว 5,710,883 คน อยากทราบว่าโดยเฉลี่ยแล้วกรุงเทพมหานครมีประชากรประมาณกี่คนต่อพื้นที่ 1 ตารางกิโลเมตร (ตอบเป็นจำนวนเต็มหน่วย)
5. ปี 2528 โครงการส่วนพระองค์ของพระบาทสมเด็จพระเจ้าอยู่หัว ได้เริ่มศึกษาการผลิตแก๊สโซฮอล์ ซึ่งเป็นส่วนผสมของน้ำมันเบนซินกับแอลกอฮอล์บริสุทธิ์คือเอทานอล เพื่อใช้เป็นพลังงานทดแทน โดยเอทานอลสามารถผลิตได้จากพืชที่ปลูกในประเทศ เช่น อ้อย มันสำปะหลัง ราคาน้ำมันแก๊สโซฮอล์ 95 เมื่อวันที่ 25 กันยายน พ.ศ. 2552 ลิตรละ 31.04 บาท ถ้าเติมน้ำมัน 500 บาท อยากทราบว่าจะได้น้ำมันแก๊สโซฮอล์ประมาณกี่ลิตร (ตอบเป็นทศนิยมสองตำแหน่ง)
6. สถานการณ์ต่อไปนี้ ใช้หลักการปัดเศษได้หรือไม่ เพราะเหตุใด จงอธิบาย
    1) อุษาต้องการทราบขนาดของกล่องเพื่อใช้บรรจุผลิตภัณฑ์ที่มีขนาดกว้างและยาวด้านละ 6.3 เซนติเมตร สูง 4.5 เซนติเมตร
    2) วัฒนาต้องการแบ่งพื้นที่ซึ่งมีหน้ากว้าง 14 เมตร ออกเป็นช่อง ๆ ให้กว้างอย่างน้อยช่องละ 2.5 เมตร เพื่อตีเส้นทำที่จอดรถ
    3) บุญมีต้องการจัดเวลาให้ตัวแทนกลุ่มจำนวน 17 คน พูดคนละ 3 นาที
    4) ปานวาดต้องการคำนวณหาจำนวนเงินที่ต้องจ่ายเป็นค่าดินสอ 18 แท่ง ราคาแท่งละ 2.75 บาท
    5) ปานวาดต้องการคำนวณหาว่า เงินที่มีอยู่เพียงพอที่จะจ่ายเป็นค่าดินสอ 18 แท่ง ราคาแท่งละ 2.75 บาท หรือไม่

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

2.3 การประมาณค่า

การประมาณค่าโดยการปัดเศษ

ดังได้กล่าวมาแล้วว่าการประมาณค่าทำได้โดยประมาณจำนวนต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องแล้วนำค่าที่ได้มาคำนวณหาผลลัพธ์ การปัดเศษเป็นวิธีหนึ่งที่ใช้ประมาณจำนวนต่าง ๆ เพื่อให้ได้จำนวนที่ใกล้เคียง และสะดวกในการคำนวณ เราจึงใช้การปัดเศษในการประมาณค่าผลบวก ผลลบ ผลคูณ หรือผลหารได้ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงประมาณค่าของ 68×43

วิธีทำ ปัดเศษ 68 เป็น 70

ปัดเศษ 43 เป็น 40

เนื่องจาก $70 \times 40 = 2,800$

ดังนั้น $68 \times 43 \approx 2,800$

ตอบ ประมาณ 2,800

ตัวอย่างที่ 2 จงประมาณค่าของ $113 \div 21$

วิธีทำ ปัดเศษ 113 เป็น 100

ปัดเศษ 21 เป็น 20

เนื่องจาก $100 \div 20 = 5$

ดังนั้น $113 \div 21 \approx 5$

ตอบ ประมาณ 5

ตัวอย่างที่ 3 จงประมาณค่าของ $57.8 + 42.3 + 39.5 + 66.7$

วิธีทำ ปัดเศษ 57.8, 42.3, 39.5 และ 66.7 เป็น 60, 40, 40, และ 70 ตามลำดับ

เนื่องจาก $60 + 40 + 40 + 70 = 210$

ดังนั้น $57.8 + 42.3 + 39.5 + 66.7 \approx 210$

ตอบ ประมาณ 210

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึ่งกระทำ บ้างไม่พึ่งกระทำ

ตัวอย่างที่ 4 ในการทำเกษตรกรรมแบบไร่นาสวนผสมตามแนวพระราชดำริ ให้แบ่งพื้นที่ประมาณ $\frac{3}{10}$ ของพื้นที่ทั้งหมดสำหรับขุดสระน้ำไว้ใช้และเลี้ยงปลา พ่อของสุชาดามีพื้นที่อยู่ 47 ไร่ ถ้าต้องการทำเกษตรกรรมแบบไร่นาสวนผสม เขาจะต้องแบ่งพื้นที่ไว้ขุดสระน้ำประมาณกี่ไร่

วิธีทำ พ่อของสุชาดามีพื้นที่ 47 ไร่ ประมาณเป็น 50 ไร่

พื้นที่ขุดสระน้ำประมาณ $\frac{3}{10}$ ของพื้นที่ทั้งหมด

ดังนั้นเขาต้องแบ่งพื้นที่ไว้ขุดสระน้ำประมาณ $\frac{3}{10} \times 50 = 15$ ไร่

ตอบ ประมาณ 15 ไร่

ตัวอย่างที่ 5 เต็นท์หลังหนึ่งมีป้ายราคาปิดไว้ 2,398 บาท ถ้าผู้ขายลดราคาให้ 20 % อยากทราบว่าจะสามารถซื้อเต็นท์หลังนี้ได้ในราคาประมาณกี่บาท

วิธีทำ ราคาเต็นท์ 2,398 บาท ประมาณเป็น 2,400 บาท

ผู้ขายลดราคาให้ 20 %

จะได้ราคาลดลงประมาณ $\frac{20}{100} \times 2{,}400 = 480$ บาท

ดังนั้นจะซื้อเต็นท์หลังนี้ได้ในราคาประมาณ $2{,}400 - 480 = 1{,}920$ บาท

ตอบ ประมาณ 1,920 บาท

ตัวอย่างที่ 6 ภาคเรียนที่แล้วนักเรียนได้ช่วยกันเก็บเศษกระดาษไว้ขาย แยกเป็นกระดาษขาวได้ 147 กิโลกรัม กระดาษปรู๊ฟและอื่น ๆ อีก 1,954 กิโลกรัม พ่อค้าให้ราคากระดาษขาวกิโลกรัมละ 4 บาท กระดาษอื่น ๆ กิโลกรัมละ 1 บาท แต่ถ้าชั่งรวมกันให้ราคากิโลกรัมละ 1.50 บาท นักเรียนควรจะขายแบบใดจึงจะได้เงินมากกว่าและได้เงินประมาณกี่บาท

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึ่งกระทำ บ้างไม่พึ่งกระทำ

วิธีทำ ประมาณน้ำหนักกระดาษ 147 และ 1,954 เป็น 150 และ 1,950 ตามลำดับ
จะได้กระดาษมีน้ำหนักประมาณ $150 + 1{,}950 = 2{,}100$ กิโลกรัม

(1) กรณีแยกขาย

ได้ค่ากระดาษขาวประมาณ $150 \times 4 = 600$ บาท

ได้ค่ากระดาษอื่น ๆ ประมาณ $1{,}950 \times 1 = 1{,}950$ บาท

จะได้เงินรวมประมาณ $600 + 1{,}950 = 2{,}550$ บาท

(2) กรณีชั่งรวมกันขาย

ได้ค่ากระดาษประมาณ $2{,}100 \times 1.50 = 3{,}150$ บาท

ดังนั้น ควรขายแบบชั่งรวมและได้เงินประมาณ 3,150 บาท

ตอบ ควรขายแบบชั่งรวม
ขายได้เงินประมาณ 3,150 บาท

สนุกกับการประมาณค่า

ถ้านักเรียนมีเงินหนึ่งพันล้านบาทและใช้ไป
วินาทีละ 1 บาท จะใช้ได้นานประมาณกี่ปี

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

แบบฝึกหัด 2.3 ก

1. จงใช้การประมาณค่าโดยการปัดเศษหาผลลัพธ์ต่อไปนี้

   1) $1{,}438 + 2{,}368 + 5{,}442$
   2) $(5{,}870 \div 672) \times (2{,}113 \div 7)$
   3) $6.72 - 5.9 + 3.14$
   4) $3.456 + 2.888 + 3.939 + 3.142$

2. โดยปกติหัวใจของมนุษย์จะเต้นนาทีละ 72 ครั้ง จงหาว่าในเวลา 1 ชั่วโมง หัวใจของมนุษย์เต้นประมาณกี่ครั้ง

3. ในช่วงก่อนสิ้นปีห้างสรรพสินค้าต่าง ๆ จะลดราคาสินค้าลง 15% – 70% สุดาต้องการซื้อหม้อหุงข้าวไฟฟ้าซึ่งลดราคาให้ 20% จากราคาปกติ 1,249 บาท อยากทราบว่าสุดาจะประหยัดเงินได้ประมาณกี่บาท

4. ร้านค้าตั้งราคาขายผ้าไว้เมตรละ 219 บาท เมื่อซื้อครบ 3 เมตร จะแถมให้อีก 1 เมตร อลิสาต้องการใช้ผ้าทั้งหมด 5 เมตร อยากทราบว่าอลิสาต้องเตรียมเงินไปจ่ายค่าผ้าประมาณกี่บาท

5. **แผนภูมิแสดงระยะทางระหว่างจังหวัดต่าง ๆ**

กรุงเทพฯ	อยุธยา	อ่างทอง	สระบุรี	ลพบุรี	สิงห์บุรี	ชัยนาท	อุทัยธานี	นครสวรรค์	กำแพงเพชร	ตาก	ลำปาง	พะเยา	เชียงราย	ลำพูน	เชียงใหม่
75															
105	31														
107	63	58													
155	98	67	47												
142	71	40	79	33											
195	121	92	128	85	53										
219	155	120	157	110	83	42									
240	172	141	175	130	101	64	50								
360	290	260	295	246	220	180	468	117							
425	355	325	360	315	285	250	235	185	68						
600	530	500	535	400	460	425	410	360	240	175					
690	620	590	625	580	550	515	500	450	360	305	130				
785	715	685	720	670	645	605	590	540	475	400	225	95			
670	600	570	605	560	530	495	488	430	315	245	70	20	295		
695	625	590	625	580	550	515	500	450	335	265	92	220	180	20	

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

จากแผนภูมิที่กำหนดให้ข้างต้น วินัยต้องการเดินทางจากกรุงเทพฯ ไปหาลูกที่เชียงใหม่และแวะเยี่ยมญาติที่จังหวัดพะเยาตอนขาไป จงหาว่า

1) ระยะทางทั้งหมดในการเดินทางไปกลับครั้งนี้ประมาณกี่กิโลเมตร
2) ถ้าวินัยขับรถออกจากกรุงเทพฯ ในเวลา 6.00 น ด้วยอัตราเร็วเฉลี่ยประมาณ 80 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และต้องการให้ถึงเชียงใหม่ประมาณ 20.00 น. วินัยจะอยู่ที่บ้านญาติที่จังหวัดพะเยาได้ประมาณกี่ชั่วโมง

คิด

จงให้เหตุผลโดยไม่ต้องคำนวณจริงว่า ทำไมผลลัพธ์ในแต่ละข้อต่อไปนี้***ไม่ถูกต้อง***

1) $9{,}600 - 1{,}800 = 6{,}800$
2) $4{,}901 + 5{,}902 = 9{,}803$
3) $18.32 + 25.34 + 46.21 = 79.87$
4) $392 \times 4 = 12{,}368$
5) $391 \div 23 = 107$
6) $2{,}914 \times 3 = 6{,}742$
7) $25.53 - (13 \times 0.89) = 12.53$
8) $9.003 \div 2\frac{9}{10} = 3.001$

การนำการประมาณค่าไปใช้

ในการประมาณค่า สิ่งสำคัญที่ต้องคำนึงอยู่เสมอ คือ ค่าที่ได้ต้องเป็นค่าที่สามารถนำไปใช้ได้อย่างถูกต้อง เหมาะสมกับสถานการณ์ ไม่ทำให้เกิดความเข้าใจคลาดเคลื่อนและตัดสินใจผิดพลาด การประมาณค่าบางสถานการณ์สามารถใช้การปัดเศษได้ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 7 ประธานมูลนิธิต้องการทราบว่าถ้านำเงินจำนวน 6,245,300 บาท ไปฝากธนาคารซึ่งจ่ายดอกเบี้ยให้ร้อยละ 3.25 ต่อปี จะมีดอกเบี้ยเพียงพอที่จะจ่ายเป็นทุนการศึกษาให้แก่นักเรียนจำนวน 100 ทุน ทุนละ 1,500 บาท หรือไม่

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึ่งกระทำ บ้างไม่พึ่งกระทำ

วิธีทำ เงินฝากจำนวน 6,245,300 บาท ปัดเศษเป็น 6,000,000 บาท

อัตราดอกเบี้ยร้อยละ 3.25 ปัดเศษเป็นร้อยละ 3

จะได้ดอกเบี้ยประมาณ $6{,}000{,}000 \times \frac{3}{100} = 180{,}000$ บาท

เงินที่ต้องจ่ายเป็นทุนการศึกษาจำนวน $100 \times 1{,}500 = 150{,}000$ บาท

ดังนั้น จะมีดอกเบี้ยเพียงพอที่จะจ่ายเป็นเงินทุนการศึกษาให้แก่นักเรียน

ตอบ มีดอกเบี้ยเพียงพอที่จะจ่ายเป็นทุนการศึกษาให้แก่นักเรียน

จากตัวอย่างนี้จะเห็นว่า การปัดเศษในการประมาณค่าดอกเบี้ยที่จะได้ เพื่อนำมาเปรียบเทียบกับจำนวนเงินที่ต้องการจ่ายเป็นทุนการศึกษาแก่นักเรียน สามารถตอบคำถามได้อย่างถูกต้องโดยไม่จำเป็นต้องใช้ค่าที่แท้จริง

ตัวอย่างที่ 8 บริษัทต้องการทราบว่ายอดเงินค่าจ้างพนักงานจำนวน 3,998,275 บาท คิดเป็นประมาณร้อยละเท่าใดของงบลงทุนทั้งหมดจำนวน 11,823,445 บาท

วิธีทำ เงินค่าจ้างพนักงานจำนวน 3,998,275 บาท ประมาณเป็น 4 ล้านบาท

งบลงทุนทั้งหมดจำนวน 11,823,445 บาท ประมาณเป็น 12 ล้านบาท

ดังนั้น เงินค่าจ้างพนักงานคิดเป็นประมาณร้อยละ $(4 \div 12) \times 100$

≈ 33 ของงบลงทุนทั้งหมด

ตอบ ประมาณร้อยละ 33 ของงบลงทุนทั้งหมด

จากตัวอย่างนี้จะเห็นว่า ค่าที่ได้จากการปัดเศษทั้งยอดเงินค่าจ้างพนักงานและงบลงทุนเป็นค่าที่สะดวกต่อการคำนวณ ช่วยให้เห็นภาพรวมของข้อมูลและเพียงพอกับการนำไปใช้

การประมาณค่าในบางสถานการณ์ อาจต้องใช้การปัดเศษที่มีความละเอียดต่างกัน ดังตัวอย่างต่อไปนี้

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

ตัวอย่างที่ 9 พ่อค้าต้องการทราบว่าซื้อทุเรียนมา 537 กิโลกรัม ราคากิโลกรัมละ 12 บาท ถ้าขายราคา กิโลกรัมละ 20 บาท จะได้กำไรประมาณกี่บาท

วิธีทำ น้ำหนักทุเรียนที่ซื้อมา 537 กิโลกรัม ประมาณเป็นน้ำหนัก 540 กิโลกรัม
ซื้อมากิโลกรัมละ 12 บาท เป็นเงินประมาณ $540 \times 12 = 6,480$ บาท
น้ำหนักทุเรียนที่จะขาย 537 กิโลกรัม ประมาณเป็นน้ำหนัก 500 กิโลกรัม
ถ้าขายกิโลกรัมละ 20 บาท จะได้เงินประมาณ $500 \times 20 = 10,000$ บาท
ดังนั้น พ่อค้าจะมีกำไรจากการขายประมาณ $10,000 - 6,480 = 3,520$ บาท

ตอบ ประมาณ 3,520 บาท

จากตัวอย่างนี้จะเห็นว่า การคำนวณราคาทุนใช้ 540 เป็นค่าประมาณของ 537 เนื่องจากการคิดราคาทุนจำเป็นต้องคิดให้ละเอียดเพื่อป้องกันการขาดทุน แต่ในการคำนวณราคาขายใช้ 500 เป็นค่าประมาณของ 537 เนื่องจากเมื่อเวลาผ่านไป ทุเรียนจะมีน้ำหนักลดลงและอาจเกิดความเสียหายบ้าง

ตัวอย่างที่ 10 ร้านค้าขายวัสดุก่อสร้างต้องการส่งอิฐ 20,000 ก้อน ให้กับลูกค้าโดยใช้รถบรรทุกซึ่งสามารถบรรทุกได้เที่ยวละ 5,150 ก้อน อยากทราบว่าจะต้องใช้รถบรรทุกอิฐครั้งนี้กี่เที่ยว

วิธีทำ จำนวนอิฐ 20,000 ก้อน
รถบรรทุกอิฐได้เที่ยวละ 5,150 ก้อน คิดเป็นอิฐประมาณ 5,000 ก้อน
ดังนั้น จะต้องใช้รถบรรทุกอิฐ $\frac{20,000}{5,000} = 4$ เที่ยว

ตอบ 4 เที่ยว

จากตัวอย่างนี้จะเห็นว่า การประมาณให้รถบรรทุกได้จากเที่ยวละ 5,150 ก้อน เป็น 5,000 ก้อน เมื่อนำไปคำนวณจะได้ 4 เที่ยว แต่ถ้าคำนวณจากเที่ยวละ 5,150 ก้อน จะได้ 3 เที่ยวกว่า ๆ ซึ่งจะได้คำตอบเป็น 4 เที่ยวเช่นกัน

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึ่งกระทำ บ้างไม่พึ่งกระทำ

ตัวอย่างที่ 11 เส้นผ่านศูนย์กลางของดวงอาทิตย์ยาวประมาณ 109 เท่าของเส้นผ่านศูนย์กลางของโลกซึ่งยาวประมาณ 12,638.8 กิโลเมตร อยากทราบว่าเส้นผ่านศูนย์กลางของดวงอาทิตย์ยาวประมาณกี่กิโลเมตร

วิธีทำ เส้นผ่านศูนย์กลางของโลกยาว 12,638.8 กิโลเมตร

ประมาณเป็น 12,600 กิโลเมตร

เส้นผ่านศูนย์กลางของดวงอาทิตย์ยาวเป็น 109 เท่า ประมาณเป็น 110 เท่า

ดังนั้นเส้นผ่านศูนย์กลางของดวงอาทิตย์ยาวประมาณ $12,600 \times 110$

$= 1,386,000$ กิโลเมตร

ตอบ ประมาณ 1,386,000 กิโลเมตร

จากตัวอย่างนี้จะเห็นว่า ไม่ควรปัด 109 เท่า เป็น 100 เท่า ถึงแม้ว่าจะหาคำตอบได้สะดวกและรวดเร็วกว่า เพราะว่าจะทำให้คำตอบคลาดเคลื่อนไปถึง 9 เท่าของ 12,600 กิโลเมตร ซึ่งคิดเป็นระยะทาง 113,400 กิโลเมตร เมื่อเทียบกับการปัด 109 เท่าเป็น 110 เท่า จะคลาดเคลื่อนเพียง 1 เท่าของ 12,600 กิโลเมตร เท่านั้น และไม่ควรปัด 12,638.8 กิโลเมตร ขึ้นเป็น 13,000 กิโลเมตร เพราะจะทำให้คำตอบที่ได้คลาดเคลื่อนจากความจริงมากยิ่งขึ้น

บางสถานการณ์ไม่สามารถใช้การปัดเศษในการประมาณค่าได้ แต่ใช้ค่าประมาณที่เห็นว่าเหมาะสม สะดวกในการคำนวณและนำไปใช้งานได้ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 12 ฉันต้องการใช้ผ้า 19.25 เมตร ราคาผ้าเมตรละ 43 บาท อยากทราบว่าฉันควรจะเตรียมเงินไปซื้อผ้าประมาณกี่บาท

วิธีทำ ต้องการใช้ผ้า 19.25 เมตร ประมาณเป็นผ้า 20 เมตร

ราคาผ้าเมตรละ 43 บาท ประมาณเป็นราคาเมตรละ 45 บาท

ดังนั้น ควรเตรียมเงินไปซื้อผ้าประมาณ $20 \times 45 = 900$ บาท

ตอบ ประมาณ 900 บาท

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

จากตัวอย่างนี้จะเห็นว่า การประมาณจำนวนผ้าและราคา ไม่ควรใช้หลักการปัดเศษ เพราะถ้าปัดเศษจำนวนผ้าทิ้งหรือปัดเศษราคาผ้าลง อาจทำให้เตรียมเงินไปไม่พอซื้อผ้า

ตัวอย่างที่ 13 ยุพาลงทุนทำขนมทองม้วนโดยซื้อแป้งมัน 36 บาท มะพร้าว 21 บาท ไข่ไก่ 14 บาท และน้ำตาลมะพร้าว 28 บาท ทำขนมได้ทั้งหมด 138 ชิ้น นำมาจัดใส่ถุง ถุงละ 10 ชิ้น ถ้าต้องการกำไรจากการขายขนมครั้งนี้ประมาณ 150 บาท ยุพาควรตั้งราคาขายทองม้วนถุงละกี่บาท

วิธีทำ ประมาณจำนวน 36, 21, 14 และ 28 เป็น 40, 20, 20 และ 30 ตามลำดับ

จะได้ราคาทุนประมาณ $40 + 20 + 20 + 30 = 110$ บาท

ต้องการกำไรประมาณ 150 บาท จึงควรขายให้ได้เงิน $110 + 150 = 260$ บาท

ขนม 138 ชิ้น ประมาณเป็น 130 ชิ้น

นำขนมใส่ถุง ถุงละ 10 ชิ้น

จะได้ จำนวนถุงขนมประมาณ $130 \div 10 = 13$ ถุง

ดังนั้น ยุพาควรขายขนมถุงละ $260 \div 13 = 20$ บาท

ตอบ 20 บาท

จากตัวอย่างนี้จะเห็นว่า การประมาณราคาไข่ไก่ 14 บาท เป็น 20 บาทนั้นไม่ใช้หลักการปัดเศษ เพราะคิดคำนวณง่ายและเผื่อต้นทุนอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องไว้ เช่น ค่าน้ำ ค่าไฟ และค่าแรง สำหรับจำนวนขนม 138 ชิ้น ได้ใช้ค่าประมาณเป็น 130 ชิ้น ไม่ใช้หลักการปัดเศษเช่นกัน เพราะจำนวนขนมที่เหลือ 8 ชิ้น ไม่พอที่จะบรรจุถุงได้อีก 1 ถุง จึงตัดทิ้ง

บางสถานการณ์ไม่ควรใช้การประมาณค่า แต่ควรใช้ค่าที่แท้จริงซึ่งเหมาะสมกว่าตัวอย่างเช่น เมื่ออยากทราบว่าสินค้าจำนวน 20,000 ชิ้น ซึ่งมีราคาต้นทุนชิ้นละ 2.30 บาท จะมีราคาต้นทุนทั้งหมดเท่าไร

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

ถ้าประมาณราคาต้นทุนจากชิ้นละ 2.30 บาท เป็น 2 บาท

จะได้สินค้าทั้งหมดมีราคาต้นทุนประมาณ $2 \times 20,000 = 40,000$ บาท

เมื่อเปรียบค่าประมาณ 40,000 บาท กับค่าที่แท้จริงคือ $2.30 \times 20,000$ ซึ่งเท่ากับ 46,000 บาท

จะเห็นว่าต่างกันอยู่ $46,000 - 40,000 = 6,000$ บาท ซึ่งเป็นจำนวนเงินที่มากเมื่อเทียบกับ 46,000 บาท และในแง่ของการลงทุน หากใช้การปัดเศษโดยไม่คิดให้ละเอียด อาจเกิดความเสี่ยงต่อการขาดทุนได้ง่าย กรณีเช่นนี้การคำนวณโดยใช้ค่าที่แท้จริง จึงเหมาะสมกว่า

ในการประมาณค่า จำนวนที่นำมาคำนวณอาจอยู่ในรูปของเศษส่วน ซึ่งสามารถเปลี่ยนให้เป็นทศนิยม แล้วใช้การปัดเศษหาค่าประมาณที่ต้องการได้ แต่การทำเช่นนี้จะทำให้ขั้นตอนในการคิดเพิ่มขึ้นและอาจทำได้ไม่สะดวก เนื่องจากการเปลี่ยนเศษส่วนให้อยู่ในรูปทศนิยมต้องอาศัยการหาร

ดังนั้นเพื่อให้เกิดความสะดวก จึง*อาจหาค่าประมาณของเศษส่วนมาใช้ในการคำนวณโดยเปรียบเทียบจำนวนที่เป็นตัวเศษกับจำนวนที่เป็นตัวส่วน* ดังนี้

ถ้าตัวเศษใกล้เคียงกับตัวส่วน ให้ประมาณเศษส่วนเป็น 1 เช่น $\frac{45}{51}$ ประมาณเป็น 1

ถ้าตัวเศษใกล้เคียงกับครึ่งหนึ่งของตัวส่วน ให้ประมาณเศษส่วนเป็น $\frac{1}{2}$ เช่น $\frac{128}{250}$ ประมาณเป็น $\frac{1}{2}$

ถ้าตัวเศษน้อยกว่าตัวส่วนมาก ๆ ให้ประมาณเศษส่วนเป็น 0 เช่น $\frac{17}{315}$ ประมาณเป็น 0

กรณีที่ต้องการให้มีความละเอียดอาจใช้เศษส่วนอื่นที่มีค่าใกล้เคียงและสะดวกต่อการคำนวณเช่น $\frac{78}{102}$ ซึ่งใกล้เคียงกับ $\frac{75}{100}$ จึงประมาณเป็น $\frac{3}{4}$

กรณีที่ต้องการประมาณจำนวนคละให้เป็นจำนวนเต็ม อาจใช้หลักการปัดเศษโดยพิจารณาเฉพาะส่วนที่เป็นเศษส่วน ถ้าเป็นเศษส่วนที่น้อยกว่า $\frac{1}{2}$ ให้ปัดทิ้ง ถ้าเป็นเศษส่วนที่มากกว่าหรือเท่ากับ $\frac{1}{2}$ ให้ปัดส่วนที่เป็นเศษส่วนขึ้นเป็น 1 เช่น

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

$4\frac{1}{6}$ ปัดเป็นจำนวนเต็มได้ 4

$17\frac{1}{2}$ ปัดเป็นจำนวนเต็มได้ 18

$9\frac{5}{6}$ ปัดเป็นจำนวนเต็มได้ 10

ตัวอย่างที่ 14 จงประมาณค่าของ $\frac{18}{35} - \frac{1}{9}$

วิธีทำ

วิธีที่ 1 $\frac{18}{35}$ ประมาณเป็น $\frac{1}{2}$

$\frac{1}{9}$ ประมาณเป็น 0

จะได้ $\frac{18}{35} - \frac{1}{9} \approx \frac{1}{2} - 0$

และ $\frac{1}{2} - 0 = \frac{1}{2}$

ดังนั้น $\frac{18}{35} - \frac{1}{9} \approx \frac{1}{2}$

ตอบ ประมาณ $\frac{1}{2}$

วิธีที่ 2 เนื่องจาก $\frac{1}{9} = \frac{4}{36}$ จึงใช้ $\frac{4}{35}$ เป็นค่าประมาณของ $\frac{1}{9}$

จะได้ $\frac{18}{35} - \frac{1}{9} \approx \frac{18}{35} - \frac{4}{35}$

และ $\frac{18}{35} - \frac{4}{35} = \frac{14}{35}$

ดังนั้น $\frac{18}{35} - \frac{1}{9} \approx \frac{14}{35}$ หรือ $\frac{2}{5}$

ตอบ ประมาณ $\frac{2}{5}$

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

ตัวอย่างที่ 15 จงประมาณค่าของ $\left(48\frac{2}{7} \div 5\frac{17}{19}\right) \times \frac{120}{253}$

วิธีทำ ประมาณ $48\frac{2}{7}$, $5\frac{17}{19}$ และ $\frac{120}{253}$ เป็น 48, 6 และ $\frac{1}{2}$ ตามลำดับ

จะได้ $\left(48\frac{2}{7} \div 5\frac{17}{19}\right) \times \frac{120}{253} \approx (48 \div 6) \times \frac{1}{2}$

และ $(48 \div 6) \times \frac{1}{2} = 4$

ดังนั้น $\left(48\frac{2}{7} \div 5\frac{17}{19}\right) \times \frac{120}{253} \approx 4$

ตอบ ประมาณ 4

ข้อควรระวัง ไม่ควรใช้ 0 เป็นค่าประมาณของจำนวนที่ใกล้เคียงกับศูนย์ในการคูณและการหาร เนื่องจากผลคูณที่ได้จะมีค่าเป็นศูนย์เสมอและผลหารก็ไม่สามารถหาได้ ทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนในการคำนวณ เช่น การประมาณน้ำหนักของวัตถุซึ่งมีน้ำหนักเป็น $\frac{1}{50}$ ของวัตถุซึ่งหนัก 351,200 กิโลกรัม โดยใช้ 0 เป็นค่าประมาณของ $\frac{1}{50}$ แล้วนำมาคำนวณจะได้ $0 \times 351{,}200 = 0$ จะเห็นว่าค่าที่ได้แตกต่างจากค่าที่แท้จริงถึง $351{,}200 \times \frac{1}{50} = 7{,}024$ กิโลกรัม และถ้าจะหาผลหาร $7{,}024 \div \frac{1}{50}$ โดยใช้ 0 เป็นค่าประมาณของ $\frac{1}{50}$ จะทำให้ไม่สามารถหาผลลัพธ์ได้ ทั้งที่สามารถหาผลหาร $7{,}024 \div \frac{1}{50}$ ได้เท่ากับ 351,200

นอกจากใช้การประมาณค่าเพื่อแก้ปัญหาการคำนวณโดยตรงแล้ว เรายังสามารถตรวจสอบถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้จากการคำนวณเมื่อเทียบกับการประมาณค่า ดังตัวอย่างต่อไปนี้

1. นำธนบัตรฉบับละ 100 บาท จ่ายเป็นค่าสินค้า 23 บาท และได้รับเงินทอน 67 บาท ถ้าใช้การประมาณค่าตรวจสอบดู จะพบว่าค่าสินค้าประมาณ 25 บาท ควรได้รับเงินทอนประมาณ 75 บาท จึงจะสมเหตุสมผล ดังนั้นเงินทอน 67 บาท จึงไม่สมเหตุสมผล

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึ่งกระทำ บ้างไม่พึ่งกระทำ

2. เดชาต้องไปพบลูกค้าที่จังหวัดขอนแก่นเวลา 15.00 น. โดยขับรถออกจากกรุงเทพฯ ไปขอนแก่นเป็นระยะทางประมาณ 450 กิโลเมตร ด้วยอัตราเร็วเฉลี่ย 82 กิโลเมตรต่อชั่วโมง เดชาคิดว่าถ้าออกจากกรุงเทพฯ เวลา 8.00 น. เขาจะพบลูกค้าได้ทันเวลานัดหมาย เมื่อใช้การประมาณค่าตรวจสอบดูโดยประมาณอัตราเร็วเฉลี่ย 82 กิโลเมตรต่อชั่วโมงเป็น 80 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จะใช้เวลาขับรถไม่เกิน 6 ชั่วโมง เพราะ $450 \div 80 \approx 6$ ชั่วโมง เวลา 6 ชั่วโมงนับจาก 8.00 น. จะเป็นเวลา 14.00 น. ดังนั้น การประมาณเวลาของเดชาจึงสมเหตุสมผล

สมเหตุสมผลหรือไม่

ให้นักเรียนอธิบายว่าคำตอบต่อไปนี้สมเหตุสมผลหรือไม่

1. สุนิสาหาผลลัพธ์ของ $\frac{4}{5} + \frac{1}{7}$ ได้เป็น $1\frac{1}{7}$
2. รุจิราบอกว่าผลลัพธ์ของ $(15.25 \times 4) + 18.75$ ไม่เกิน 90
3. ผกามาศซื้อหนังสือราคา 225 บาท โดยใช้ธนบัตรฉบับละ 500 บาท ได้รับเงินทอน 375 บาท
4. นายจ้างตกลงจะจ่ายค่าจ้างให้กับวาสนาวันละ 450 บาท เมื่อทำงานครบ 22 วัน วาสนาได้รับเงินค่าจ้าง 7,700 บาท
5. อารยาสั่งซื้อผลไม้จำนวน 700 กิโลกรัม ผลไม้หนักเข่งละประมาณ 30 กิโลกรัม พ่อค้าส่งผลไม้ให้จำนวน 24 เข่ง

นักเรียนจะพบเหตุการณ์อื่น ๆ อีกมากมายในชีวิตประจำวันที่เราสามารถตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบเมื่อเทียบกับการประมาณค่า ถ้าเราฝึกฝนอยู่เสมอก็จะเป็นประโยชน์ช่วยให้การตัดสินใจดีขึ้น

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

แบบฝึกหัด 2.3 ข

1. หนังสือเล่มหนึ่งราคา 125 บาท ติดป้ายลดราคาให้ลูกค้า 30% อยากทราบว่าลูกค้าจะได้ลดราคาประมาณกี่บาท
2. สมศรีต้องการขายที่ดินขนาด 4 ไร่ 80 ตารางวา ในราคาไร่ละ 300,000 บาท และเสียค่านายหน้าร้อยละ 2.5 ของราคาขาย อยากทราบว่าสมศรีจะต้องจ่ายเงินเป็นค่านายหน้าประมาณกี่บาท
3. สินค้าชนิดหนึ่งมีสองราคาตามขนาดคือ น้ำหนัก 4 กิโลกรัม ราคา 60 บาท และน้ำหนัก 6 กิโลกรัม ราคา 95 บาท จงใช้การประมาณค่าตรวจสอบว่า ควรซื้อสินค้าขนาดใดจึงจะได้ราคาที่ถูกกว่า
4. ทองแท้ต้องการซื้อของสามชิ้น ชิ้นแรกราคา 525 บาท ชิ้นที่สองราคา 443 บาท และชิ้นที่สามราคา 618 บาท และทองแท้มีเงินอยู่ 1,500 บาท นักเรียนคิดว่าทองแท้มีเงินพอที่จะซื้อของครบทั้งสามชิ้นหรือไม่ เพราะเหตุใด จงอธิบาย
5. ในปี พ.ศ. 2546 กฎหมายกำหนดให้รถบรรทุกแต่ละคันบรรทุกสินค้าแล้วมีน้ำหนักไม่เกิน 21 ตัน อยากทราบว่า รถบรรทุกที่มีน้ำหนัก 9.185 ตัน จะสามารถบรรทุกสินค้าที่มีน้ำหนักได้ไม่เกินกี่กิโลกรัม (1 ตันเท่ากับ 1,000 กิโลกรัม)
6. เครื่องบินลำหนึ่งสามารถบรรทุกน้ำมันสำหรับบินได้นานประมาณ 5 ชั่วโมง ด้วยอัตราเร็วเฉลี่ย 890 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ถ้าเครื่องบินลำนี้ต้องบินในระยะทาง 4,500 กิโลเมตร อยากทราบว่าเครื่องบินลำนี้สามารถบินไปถึงปลายทางโดยไม่ต้องแวะเติมน้ำมันเพิ่มได้หรือไม่ เพราะเหตุใด
7. จงประมาณค่าร้อยละต่อไปนี้

   1) 22% ของ 197
   2) 77% ของ 39
   3) 25% ของ 204
   4) 47% ของ 52
   5) 30% ของ 750
   6) 75% ของ 1,215

8. ปริมาณน้ำมันวัดเป็นบาร์เรล *หนึ่งบาร์เรลประมาณ 158.984 ลิตร* บ่อน้ำมันแห่งหนึ่งส่งน้ำมันไปตามท่อได้วันละประมาณ 20,000 บาร์เรล จงหาว่าแต่ละวันบ่อน้ำมันแห่งนี้ส่งน้ำมันได้ประมาณกี่ลิตร

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

9. จากการเก็บสถิติของกรุงเทพมหานคร ใน พ.ศ. 2544 – 2549 มีขยะโดยเฉลี่ยวันละประมาณ 10,410 ตัน ขณะที่กรุงเทพมหานครสามารถจัดเก็บได้เพียงวันละประมาณ 8,000 – 9,500 ตัน ที่เหลือจะตกค้างอยู่ในสิ่งแวดล้อม อยากทราบว่าหากไม่ช่วยกันลดปริมาณขยะลง ในแต่ละปีจะมีขยะตกค้างอยู่ในสิ่งแวดล้อมของกรุงเทพมหานครประมาณกี่กิโลกรัม
10. ขณะเดินผ่านค่ายทหารแห่งหนึ่ง มีชัยนับเสาของรั้วกั้นด้านหน้าที่ติดถนนได้จำนวน 754 ต้น เสาแต่ละต้นห่างกันประมาณ 2 เมตร อยากทราบว่าค่ายทหารแห่งนี้มีหน้ากว้างติดถนนประมาณกี่กิโลเมตร
11. ตึกหลังหนึ่งสูง 15 ชั้น แต่ละชั้นมีห้องอยู่ 45 ห้อง ตึกหลังนี้มีห้องทั้งหมดประมาณกี่ห้อง
12. จงปัดเศษจำนวนต่อไปนี้ให้เป็นเศษส่วนหรือจำนวนเต็มที่ใกล้เคียง

    1) $\frac{27}{30}$ 2) $\frac{85}{180}$

    3) $\frac{16}{215}$ 4) $7\frac{31}{35}$

    5) $15\frac{9}{20}$ 6) $19\frac{1}{2}$
13. จงยกตัวอย่างเศษส่วนที่มีค่าใกล้เคียงกับ 0, $\frac{1}{2}$ และ 1 มาอย่างละห้าจำนวน
14. จงประมาณค่าผลลัพธ์ต่อไปนี้

    1) $7\frac{7}{9} + 12\frac{2}{7} - 8\frac{3}{4}$ 2) $3\frac{3}{10} \times 2\frac{4}{5} \times 3\frac{1}{3}$

    3) $\left(7\frac{1}{3} + 6\frac{4}{5}\right) - \left(8\frac{15}{16} - 6\frac{3}{4}\right)$ 4) $\left(16\frac{3}{8} \div 1\frac{2}{3}\right) \times 4\frac{1}{2}$
15. ถ้าต้องการซื้อลวดหนามมาล้อมรอบที่ดินรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าซึ่งกว้าง $8\frac{1}{2}$ วา ยาว $13\frac{1}{4}$ วา จะต้องซื้อลวดหนามประมาณกี่เมตร (1 วาเท่ากับ 2 เมตร)
16. ครอบครัวลุงแม้นมีอาชีพรีดนมวัวส่งขาย เช้าวันหนึ่งลุงแม้นรีดนมได้ $2\frac{5}{6}$ ถัง มะลิรีดได้ $2\frac{3}{4}$ ถัง และพรเทพรีดได้ $3\frac{1}{3}$ ถัง ถ้านมถังหนึ่ง ๆ จุได้ 40 ลิตร จงหาว่าในวันนั้นครอบครัวลุงแม้นรีดนมวัวได้ประมาณกี่ลิตร

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

วินัย : เห็นเด็กคนนั้นไหม เธอว่าเด็กคนนั้นอายุประมาณเท่าไร

เสริมศรี : เห็น ฉันว่าอายุประมาณ 6 ขวบ

วินัย : ทำไมเธอถึงคิดว่าเด็กคนนั้นอายุประมาณ 6 ขวบ

เสริมศรี : ไม่รู้ซิ เดาเอา

วินัย : แต่ผมว่าไม่น่าจะถูก สังเกตไหมว่าเด็กคนนั้นกำลังอ่านหนังสืออยู่ จึงน่าจะอายุมากกว่า 6 ขวบ และดูแล้วตัวก็ไล่ ๆ กับลูกสาวผมเลย ลูกสาวผมอายุ 10 ขวบ ผมว่าเด็กคนนั้นอายุน่าจะประมาณ 10 ขวบ

เสริมศรี : ไปถามเด็กคนนั้นกันเลยดีกว่าว่าอายุเท่าไร

วินัย : หนู ๆ อายุเท่าไรแล้วลูก

เด็ก : 9 ขวบค่ะ

วินัย : เห็นไหม ผมประมาณได้ใกล้กว่าอีก

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

บทที่ 3
คู่อันดับและกราฟ

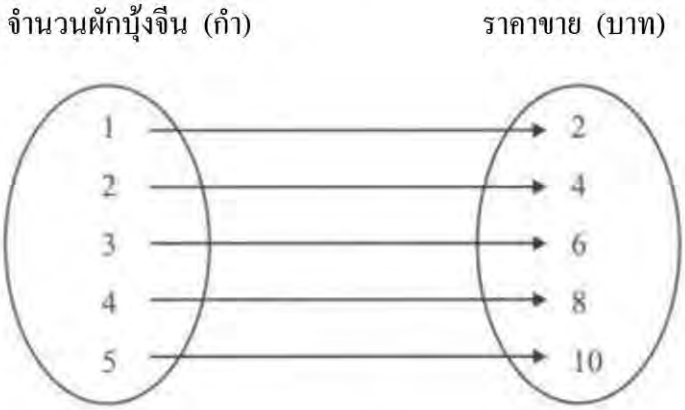
3.1 คู่อันดับและกราฟของคู่อันดับ

ผักบุ้งจีนมีวิตามินและเกลือแร่ที่มีประโยชน์ต่อร่างกายหลายอย่าง ปลูกง่ายและโตเร็ว โรงเรียนจึงให้นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ช่วยกันปลูกผักบุ้งจีนปลอดสารพิษ ขณะนี้ผักบุ้งจีนโตเต็มที่พร้อมเก็บขายได้แล้ว คุณครูและพี่ ๆ อยากซื้อไปทำอาหาร เพื่อน ๆ ตกลงกันว่าจะช่วยกันมัดเป็นกำขายกำละ 2 บาท จึงทำตารางแสดงจำนวนกำของผักบุ้งจีนและราคาขายได้ดังนี้

จำนวนผักบุ้งจีน (กำ)	ราคาขาย (บาท)
1	2
2	4
3	6
4	8
5	10

ตารางข้างต้นนี้แสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองปริมาณ คือ จำนวนผักบุ้งจีนกับราคาขายที่เป็นคู่กันคือ 1 คู่กับ 2 2 คู่กับ 4 3 คู่กับ 6 4 คู่กับ 8 และ 5 คู่กับ 10 เราอาจเขียนแผนภาพแสดงการจับคู่ระหว่างปริมาณทั้งสองได้ดังนี้

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึ่งกระทำ บ้างไม่พึ่งกระทำ



เราสามารถเขียนแสดงการจับคู่โดยใช้สัญลักษณ์ได้ดังนี้

(1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8) และ (5, 10)

สัญลักษณ์ (5, 10) อ่านว่า "**คู่อันดับ** ห้า สิบ" 5 เป็น**สมาชิกตัวที่หนึ่ง** และ 10 เป็น **สมาชิกตัวที่สอง**ของ (5, 10) คู่อันดับอื่น ๆ ก็อ่านได้ในทำนองเดียวกัน

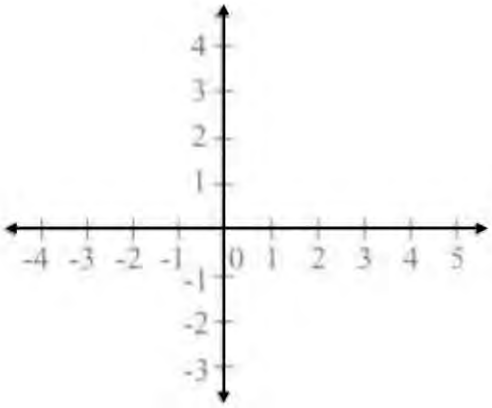
เมื่อต้องการใช้คู่อันดับแสดงการจับคู่ระหว่างสมาชิกของกลุ่มสองกลุ่มจะต้องมีข้อตกลงว่า สมาชิกตัวที่หนึ่งและสมาชิกตัวที่สองของคู่อันดับมาจากกลุ่มใด เช่น จากตัวอย่างข้างต้น สมาชิกตัวที่หนึ่งของคู่อันดับมาจากกลุ่มของจำนวนผักบุ้งจีน สมาชิกตัวที่สองมาจากกลุ่มของราคาขาย การสลับตำแหน่งระหว่างสมาชิกตัวที่หนึ่งและสมาชิกตัวที่สองของคู่อันดับทำให้ได้คู่อันดับที่แตกต่างจากเดิม และมีความหมายเปลี่ยนไป เช่น

(1, 2) มีความหมายว่า ผักบุ้งจีน 1 กำ ขายในราคา 2 บาท ถ้าสลับตำแหน่งของ 1 และ 2 เป็น (2, 1) ความหมายจะเปลี่ยนเป็น ผักบุ้งจีน 2 กำ ขายในราคา 1 บาท

ในชีวิตประจำวัน เรามักพบสถานการณ์ที่กล่าวถึงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองปริมาณอยู่เสมอ เช่น ระยะทางที่โดยสารรถประจำทางกับค่าโดยสาร ระยะทางที่ใช้ในการเดินทางกับเวลา ปริมาณของน้ำประปาที่ใช้กับค่าน้ำ เราสามารถเขียนแสดงความสัมพันธ์เหล่านี้ในรูปตาราง แผนภาพ คู่อันดับ รวมทั้งการแสดงในรูปอื่น ๆ เช่น **กราฟ**

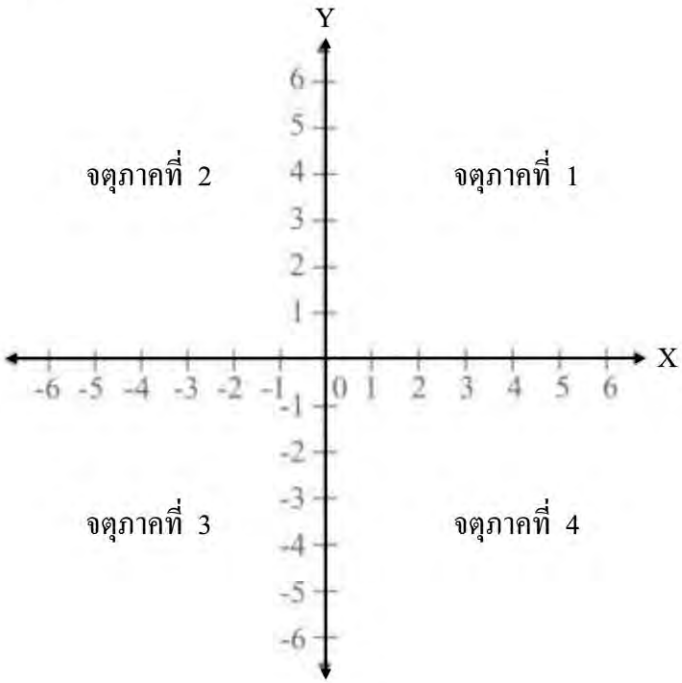
ในการใช้กราฟแสดงความสัมพันธ์ เราเขียนเส้นจำนวนในแนวนอนและแนวตั้งให้ตัดกันเป็นมุมฉากที่ตำแหน่งของจุดที่แทนศูนย์ (0) ดังนี้

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ



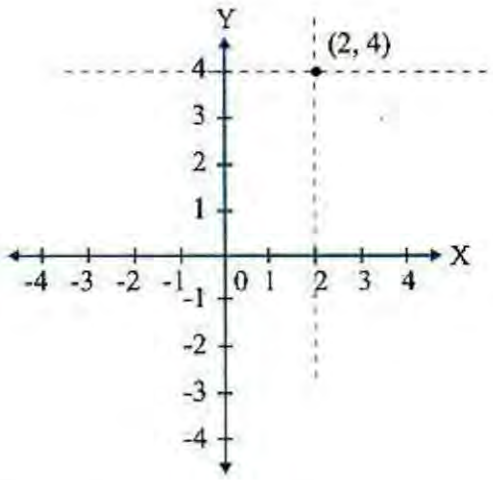
จุดที่เส้นจำนวนทั้งสองตัดกันเรียกว่า **จุดกำเนิด**

เส้นจำนวนในแนวนอนเรียกว่า **แกนนอน** หรือ **แกน X** และเส้นจำนวนในแนวตั้งเรียกว่า **แกนตั้ง** หรือ **แกน Y** แกน X และแกน Y อยู่บนระนาบเดียวกัน และแบ่งระนาบออกเป็นสี่ส่วน เรียกแต่ละส่วนว่า **จตุภาค** กำหนดให้เป็นจตุภาคที่ 1 จตุภาคที่ 2 จตุภาคที่ 3 และจตุภาคที่ 4 ดังรูป

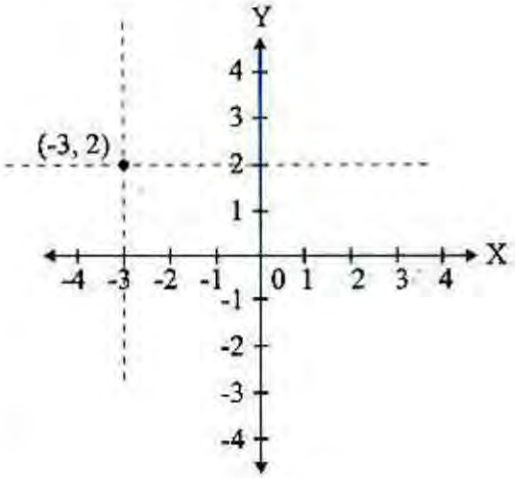


Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

คู่อันดับแต่ละคู่แทนได้ด้วยจุดบนระนาบ เรียกจุดนี้ว่า **กราฟของคู่อันดับ** เช่น กราฟของ (2, 4) เป็นจุดที่ได้จากการลากเส้นตรงให้ตั้งฉากกับแกน X ที่ตำแหน่งของ 2 ไปตัดกับเส้นตรงที่ลากตั้งฉากกับแกน Y ที่ตำแหน่งของ 4 ดังรูป



กราฟของ (-3, 2) เป็นจุดที่ได้จากการลากเส้นตรงให้ตั้งฉากกับแกน X ที่ตำแหน่งของ -3 ไปตัดกับเส้นตรงที่ลากตั้งฉากกับแกน Y ที่ตำแหน่งของ 2 ดังรูป



คู่อันดับคู่หนึ่งจะมีกราฟเป็นจุดเพียงจุดเดียวเท่านั้นบนระนาบ ในทางกลับกันจุดแต่ละจุดที่อยู่บนระนาบก็จะแทนคู่อันดับเพียงคู่เดียวเท่านั้น สมาชิกตัวที่หนึ่งของคู่อันดับแทนจำนวนที่อยู่บนแกน X และสมาชิกตัวที่สองของคู่อันดับแทนจำนวนที่อยู่บนแกน Y

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึ่งกระทำ บ้างไม่พึ่งกระทำ

โดยทั่วไปเราเขียนคู่อันดับใด ๆ ในรูป (x, y) เมื่อ x แทนจำนวนที่อยู่บนแกน X และ y แทนจำนวนที่อยู่บนแกน Y

เมื่อ P เป็นจุดจุดหนึ่งบนระนาบที่เป็นกราฟของ (x, y) จะกล่าวว่า จุด P มี**พิกัด**เป็น (x, y) โดย x เป็น**พิกัดที่หนึ่ง** และ y เป็น**พิกัดที่สอง** และอาจเขียนแทนพิกัดของ P ด้วย P(x, y)

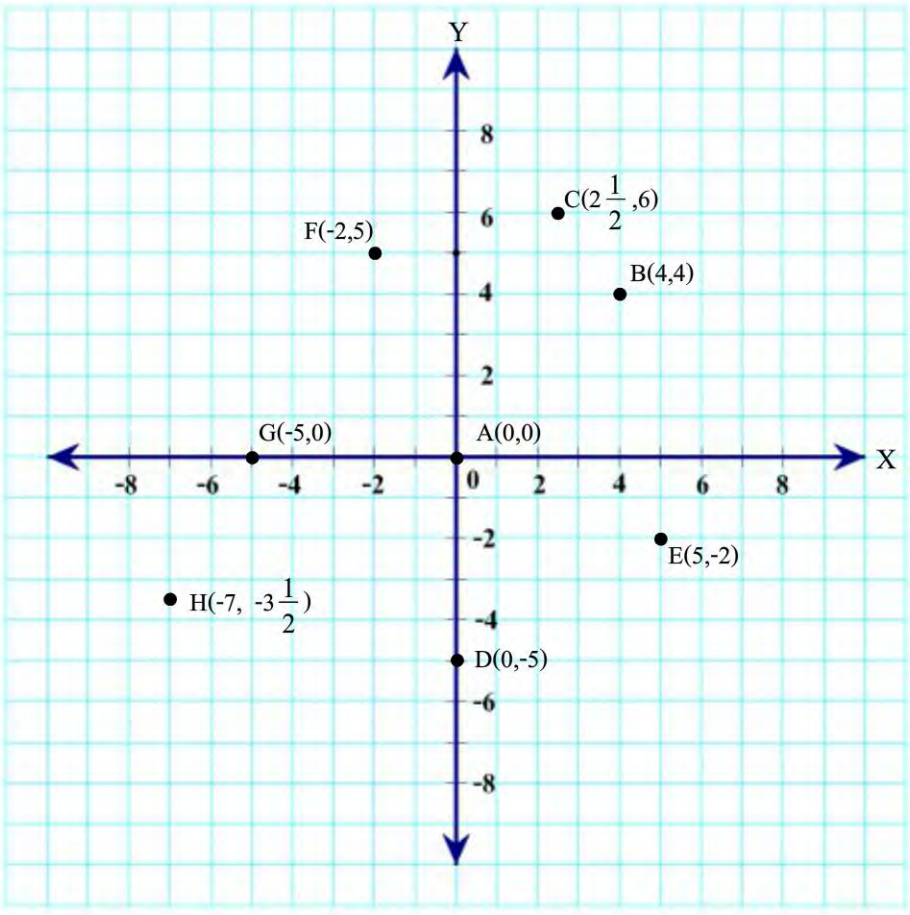
เพื่อความสะดวกเรานิยมใช้กระดาษกราฟในการเขียนกราฟซึ่งจะช่วยในการอ่านกราฟอีกด้วย

ตัวอย่างที่ 1 จงเขียนจุดต่อไปนี้บนระนาบ

A(0, 0) B(4, 4) C($2\frac{1}{2}$, 6) D(0, -5) E(5, -2) F(-2, 5) G(-5, 0)

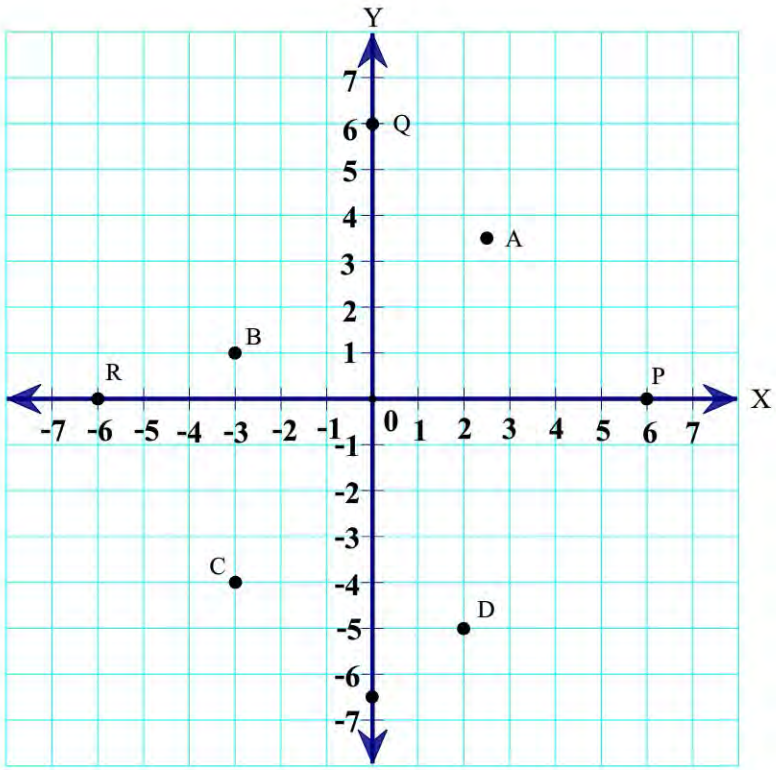
H(-7, $-3\frac{1}{2}$)

วิธีทำ เขียนจุดที่กำหนดให้บนระนาบได้ดังนี้



Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

ตัวอย่างที่ 2 จากรูปจงหาพิกัดของจุด A, B, C, D, P, Q, R และ S



วิธีทำ

พิกัดของจุดที่กำหนดให้เป็นดังนี้

จุด A มีพิกัดเป็น $(2\frac{1}{2}, 3\frac{1}{2})$ เขียนแทนด้วย $A(2\frac{1}{2}, 3\frac{1}{2})$

จุด B มีพิกัดเป็น (-3, 1) เขียนแทนด้วย B(-3, 1)

จุด C มีพิกัดเป็น (-3, -4) เขียนแทนด้วย C(-3, -4)

จุด D มีพิกัดเป็น (2, -5) เขียนแทนด้วย D(2, -5)

จุด P มีพิกัดเป็น (6, 0) เขียนแทนด้วย P(6, 0)

จุด Q มีพิกัดเป็น (0, 6) เขียนแทนด้วย Q(0, 6)

จุด R มีพิกัดเป็น (-6, 0) เขียนแทนด้วย R(-6, 0)

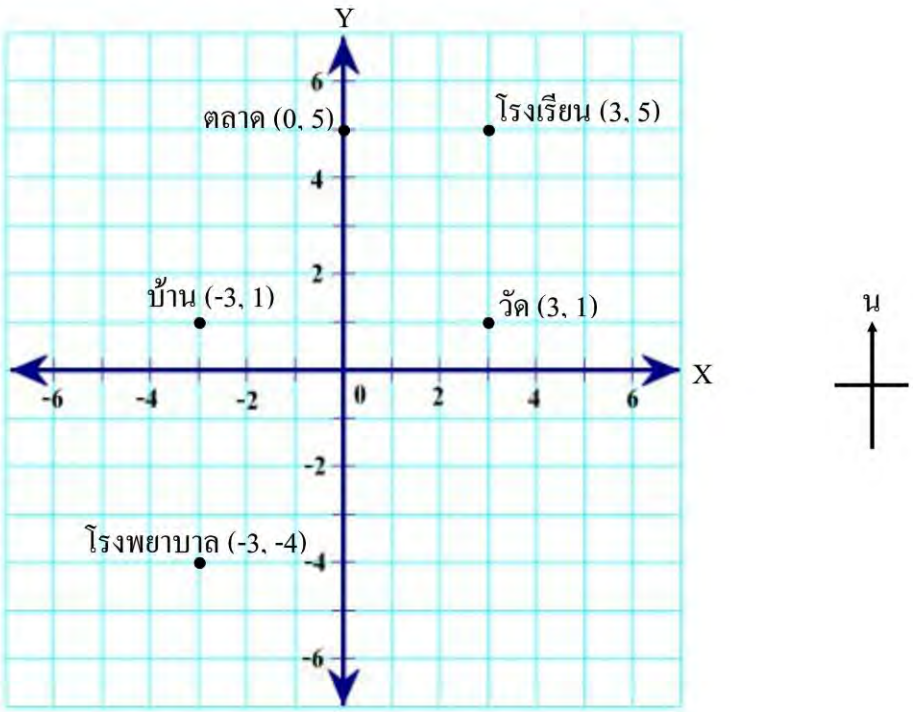
จุด S มีพิกัดเป็น $(0, -6\frac{1}{2})$ เขียนแทนด้วย $S(0, -6\frac{1}{2})$

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

ตัวอย่างที่ 3 กำหนดตำแหน่งของวัด บ้าน โรงเรียน ตลาดและโรงพยาบาลลงบนระนาบเดียวกันโดยให้แกน Y อยู่ในแนวเหนือ – ใต้ และพิกัดของวัดเป็น (3, 1) ถ้าโรงเรียนอยู่ห่างจากวัดไปทางทิศเหนือ 4 หน่วย ตลาดอยู่ห่างจากโรงเรียนไปทางทิศตะวันตก 3 หน่วย บ้านอยู่ห่างจากวัดไปทางทิศตะวันตก 6 หน่วย และโรงพยาบาลอยู่ห่างจากบ้านไปทางทิศใต้ 5 หน่วย จงเขียนกราฟแสดงตำแหน่งและหาพิกัดของโรงเรียน ตลาด บ้านและโรงพยาบาล

วิธีทำ

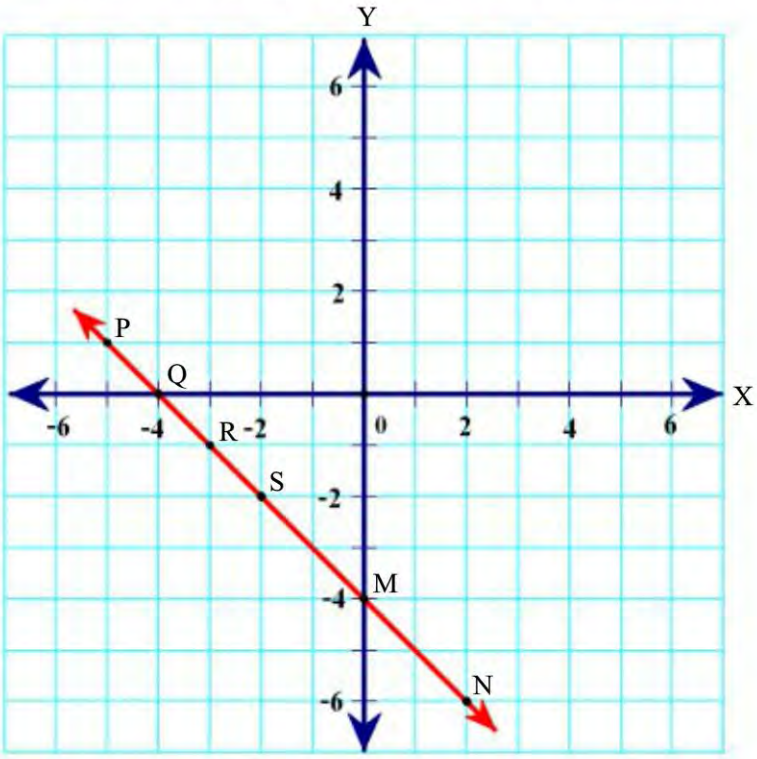
กราฟแสดงตำแหน่งและพิกัดของสถานที่ต่าง ๆ ที่กำหนดให้เป็นดังนี้



โรงเรียน ตลาด บ้านและโรงพยาบาล มีพิกัดเป็น (3, 5), (0, 5), (-3, 1) และ (-3, -4) ตามลำดับ

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

ตัวอย่างที่ 4 จงหาพิกัดของจุด P, Q, R, S, M และ N บนกราฟเส้นตรงในรูป



วิธีทำ พิกัดของจุดที่กำหนดให้เป็นดังนี้

P(-5, 1), Q(-4, 0), R(-3, -1), S(-2, -2), M(0, -4) และ N(2, -6)

รูปอะไรเอ่ย

จงลงจุดต่อไปนี้บนระนาบ

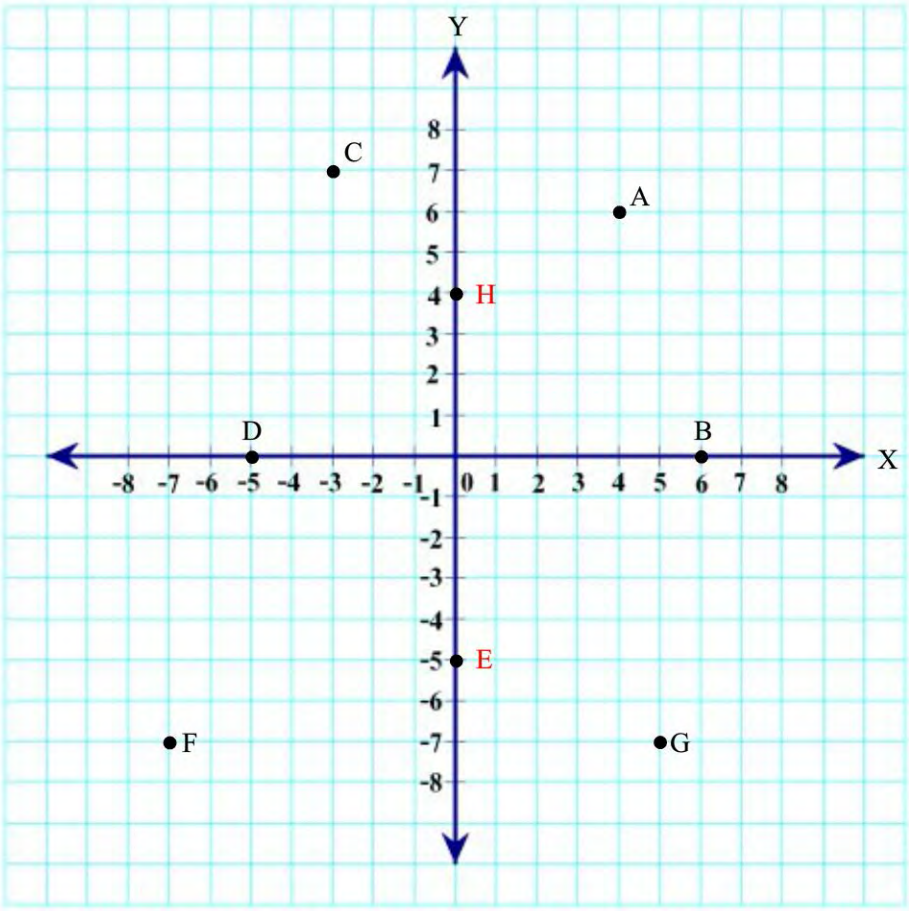
A(-1, 4), B(-3, 8), C(-6, 0), D(3, 7), E(6, 2), F(-1, 1), G(3, -1), H(8, -1), I(3, -3), J(-5, -3), K(-10, 0), L(-14, -1) และ M(-12, 2)

แล้วลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุด A ถึงจุด M ตามลำดับ และลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุด M และจุด C

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

แบบฝึกหัด 3.1

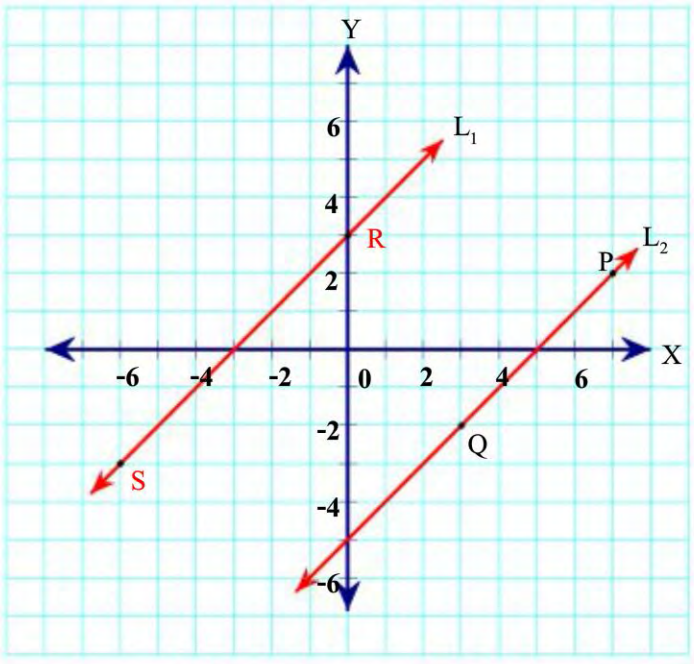
1. จงหาพิกัดของจุด A, B, C, D, E, F, G และ H จากรูปที่กำหนดให้



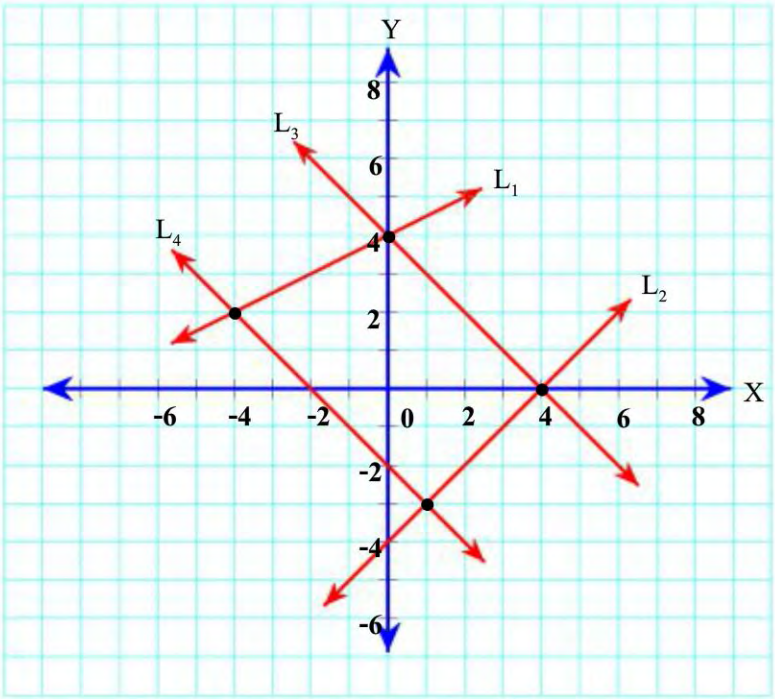
2. จงลงจุดต่อไปนี้บนระนาบ A($-3\frac{1}{2}$, 2), B(0, 6), C(-4, -5), D($2\frac{1}{2}$, -3), E(-5, 0) และ F(4, 4)

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

3. จงหาพิกัดของจุด P, Q, R และ S ที่อยู่บนเส้นตรง L_1 และ L_2

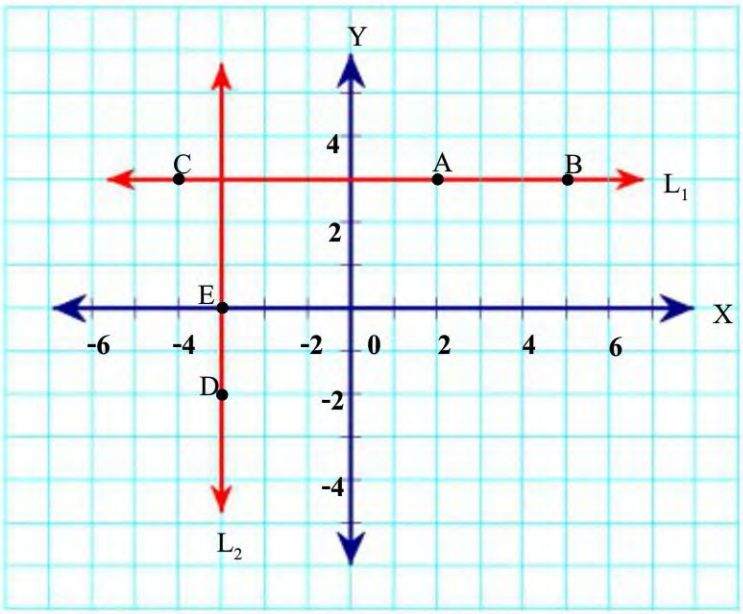


4. เส้นตรง L_1, L_2, L_3 และ L_4 ตัดกันที่จุดใดบ้าง จงหาพิกัดของจุดเหล่านั้น



Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

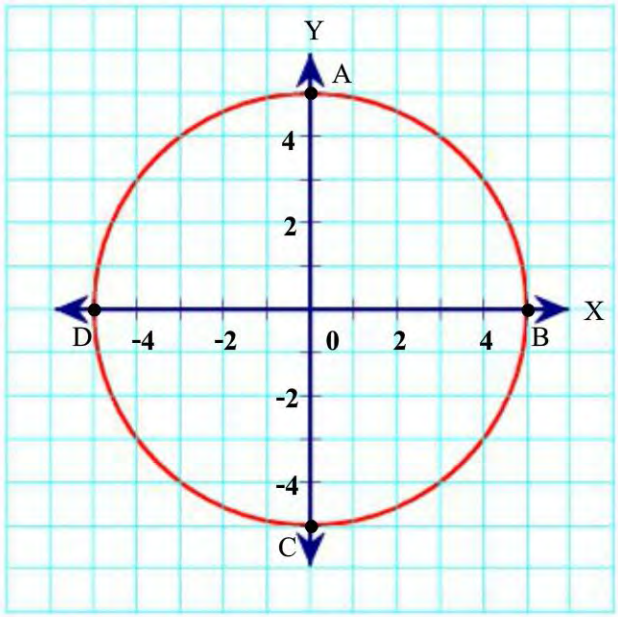
5. จงหาพิกัดของจุด A, B, C, D และ E บนเส้นตรง L_1 และ L_2 แล้วตอบคำถามต่อไปนี้



1) พิกัดของจุด A, B และ C บนเส้นตรง L_1 มีความสัมพันธ์กันอย่างไร

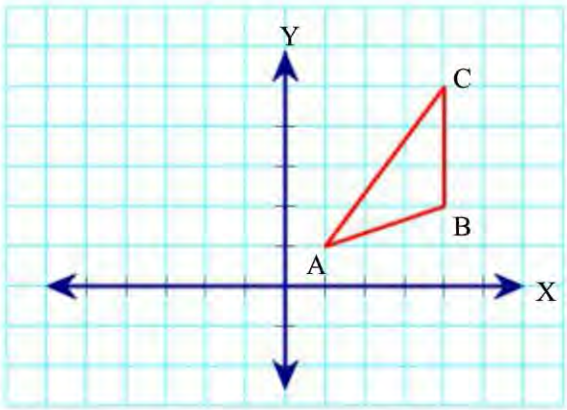
2) พิกัดของจุด C, D และ E บนเส้นตรง L_2 มีความสัมพันธ์กันอย่างไร

6. จงหาพิกัดของจุด A, B, C และ D ซึ่งอยู่บนกราฟรูปวงกลม



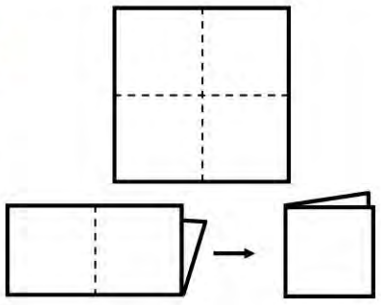
Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

7. จงหาพิกัดของจุดทุกจุดที่อยู่ห่างจากแกน Y 3 หน่วย และแกน X 2 หน่วย
8. ถ้าวางกระจกเงาตามแนวแกน Y จงหาพิกัดของจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมในจตุภาคที่ 2 ซึ่งเป็นภาพสะท้อนของรูปสามเหลี่ยม ABC ดังรูป



9. จงหาพิกัดที่เป็นจำนวนเต็มของจุดยอดอีกสองจุดของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานทั้งหลายที่มีความสูง 3 หน่วย มีจุดยอดของฐานอยู่ที่ (-1, -1) และ (2, -1) และในแต่ละจตุภาคจะมีจุดยอดของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานแต่ละรูปเพียงจุดเดียวเท่านั้น
10. กำหนดจุด (2, 1) เป็นจุดยอดจุดหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วที่มีฐานยาว 4 หน่วย สูง 2 หน่วย จงหาพิกัดของจุดยอดอื่น ๆ ของรูปสามเหลี่ยมดังกล่าวนี้มาอย่างน้อย 4 รูป

พับกระดาษ



จากกระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสแผ่นหนึ่งซึ่งมีพื้นที่ 4 ตารางหน่วย ถ้าเราพับครึ่งครั้งที่ 1 จะได้ว่าแต่ละส่วนมีพื้นที่ 2 ตารางหน่วย ถ้าเราพับครึ่งครั้งที่ 2 ซึ่งเป็นการพับครึ่งของครึ่งของกระดาษ จะได้ว่าแต่ละส่วนมีพื้นที่ 1 ตารางหน่วย เมื่อทำเช่นนี้ต่อไปจนถึงการพับครึ่งครั้งที่ 4 จะปรากฏผลอย่างไร สามารถแสดงความสัมพันธ์ของจำนวนครั้งที่พับครึ่งกับพื้นที่ของส่วนแบ่งแต่ละส่วนด้วยคู่อันดับและกราฟของคู่อันดับได้อย่างไร

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึ่งกระทำ บ้างไม่พึ่งกระทำ

3.2 กราฟและการนำไปใช้

นักเรียนเคยทราบมาแล้วว่า เมื่อมีความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองกลุ่ม เราสามารถแสดงความสัมพันธ์ได้โดยใช้กราฟ และเมื่อมีกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองกลุ่ม เราสามารถหาพิกัดของจุดที่อยู่บนกราฟนั้นได้ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนไข่และราคาไข่จากตารางที่กำหนดให้ต่อไปนี้

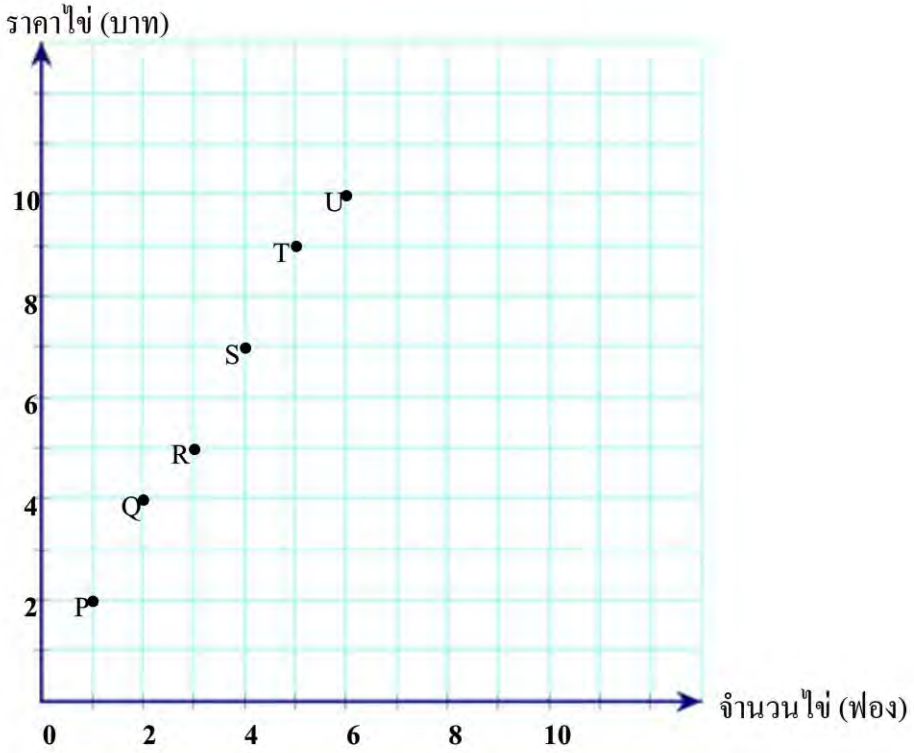
จำนวนไข่ (ฟอง)	1	2	3	4	5	6
ราคาไข่ (บาท)	2	4	5	7	9	10

วิธีทำ จากตาราง เขียนคู่อันดับแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนไข่และราคาไข่ ได้ดังนี้

(1, 2), (2, 4), (3, 5), (4, 7), (5, 9) และ (6, 10)

เมื่อกำหนดให้แกน X แสดงจำนวนไข่ และแกน Y แสดงราคาไข่

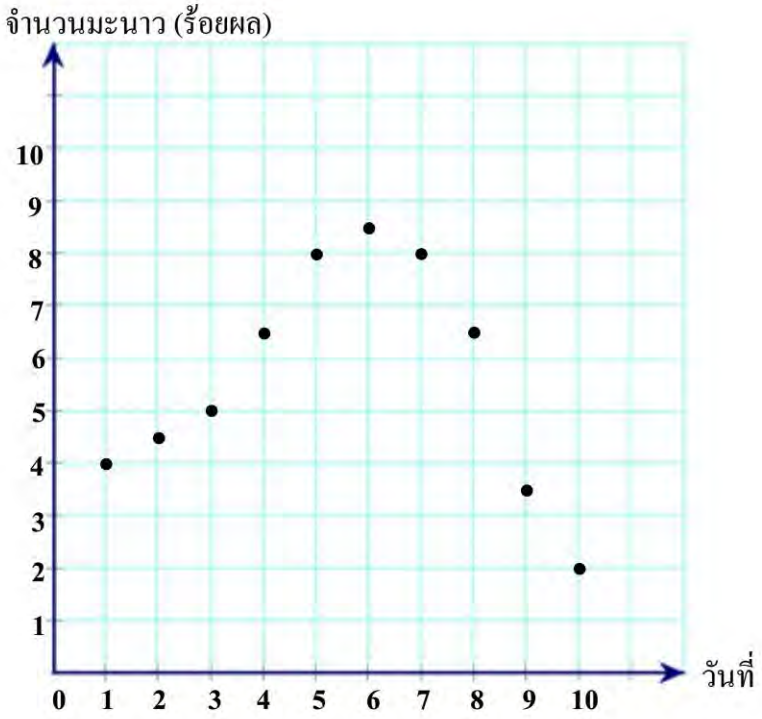
กราฟแสดงความสัมพันธ์ของจำนวนไข่และราคาไข่ คือจุด P, Q, R, S, T และ U



Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

จากตัวอย่างที่ 1 เนื่องจากจำนวนไข่และราคาไข่เป็นจำนวนบวก กราฟของความสัมพันธ์จึงอยู่ในจตุภาคที่ 1 เท่านั้น

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดกราฟแสดงจำนวนมะนาวที่ชาวสวนคนหนึ่งเก็บส่งขายได้ตั้งแต่วันที่ 1 ถึงวันที่ 10 ของเดือนเมษายน พ.ศ. 2546 ดังนี้



จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. วันที่ 2 เก็บมะนาวส่งขายได้เท่าไร
2. วันที่เท่าไรเก็บมะนาวส่งขายได้มากที่สุด เก็บได้เท่าไร
3. วันที่เท่าไรบ้างที่เก็บมะนาวได้เป็นจำนวนเท่ากัน และได้เท่าไร
4. วันที่เท่าไรที่จำนวนมะนาวที่เก็บส่งขายได้เริ่มมีจำนวนลดลง
5. จำนวนมะนาวที่เก็บส่งขายได้ในรอบ 10 วันนี้มีการเปลี่ยนแปลงอย่างไร

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

วิธีทำ คำตอบของคำถามข้างต้นเป็นดังนี้

1. 450 ผล
2. วันที่ 6 เก็บได้ 850 ผล
3. วันที่ 4 กับวันที่ 8 เก็บได้ 650 ผล และ วันที่ 5 กับวันที่ 7 เก็บได้ 800 ผล
4. วันที่ 7
5. จำนวนมะนาวที่ชาวสวนเก็บส่งขายได้ใน 6 วันแรก เพิ่มขึ้นโดยตลอดและมีจำนวนมากที่สุดถึง 850 ผล ในวันที่ 6 หลังจากนั้นมีจำนวนลดลงเรื่อย ๆ จนถึงวันที่ 10 เก็บมะนาวส่งขายได้น้อยที่สุด เหลือเพียง 200 ผล เท่านั้น

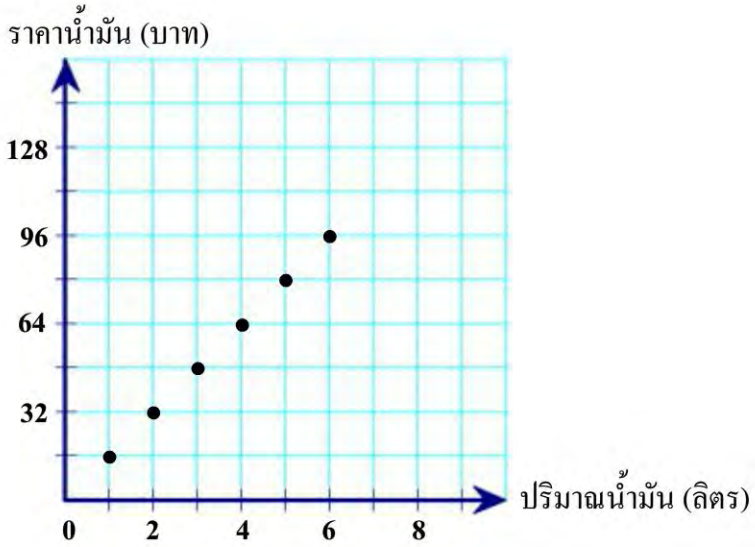
ตัวอย่างที่ 3 เมื่อต้นปี พ.ศ. 2546 น้ำมันดีเซลในประเทศไทยราคาลิตรละ 16 บาท เขียนแสดงราคาน้ำมันบางส่วนด้วยตารางได้ดังนี้

น้ำมัน (ลิตร)	ราคา (บาท)
1	16
2	32
3	48
4	64
5	80
6	96

จงเขียนคู่อันดับและกราฟของคู่อันดับซึ่งสมาชิกตัวที่หนึ่งแสดงปริมาณน้ำมันเป็นลิตร และสมาชิกตัวที่สองแสดงราคาเป็นบาท

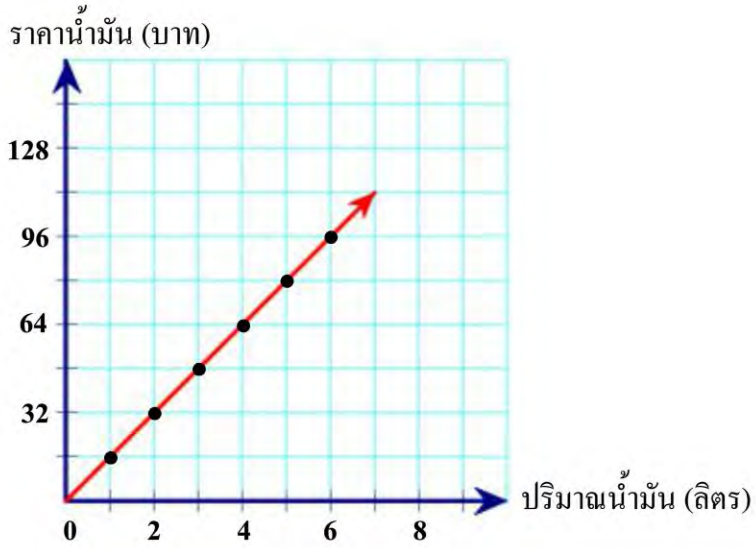
วิธีทำ เขียนคู่อันดับได้ดังนี้ (1, 16), (2, 32), (3, 48), (4, 64), (5, 80), (6, 96)
ให้แกน X แสดงปริมาณน้ำมันเป็นลิตร และแกน Y แสดงราคาน้ำมันเป็นบาท
เขียนกราฟได้ดังนี้

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ



ในตัวอย่างที่ 3 ให้สังเกตว่าเราสามารถใช้มาตราส่วนบนแกน X และแกน Y ที่ต่างกันได้

เนื่องจากเราสามารถหาราคาน้ำมันได้เสมอไม่ว่าน้ำมันจะมีปริมาณเท่าใด จึงเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณน้ำมันกับราคาน้ำมันได้ในลักษณะที่ต่อเนื่องกัน เป็นส่วนหนึ่งของเส้นตรงดังรูป



Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

เราสามารถใช้กราฟของความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณน้ำมันกับราคาน้ำมันนี้ ตอบคำถามเกี่ยวกับการหาราคาน้ำมันเมื่อกำหนดปริมาณน้ำมันให้ และสามารถหาปริมาณน้ำมันเมื่อกำหนดราคาน้ำมันให้ดังตัวอย่างต่อไปนี้

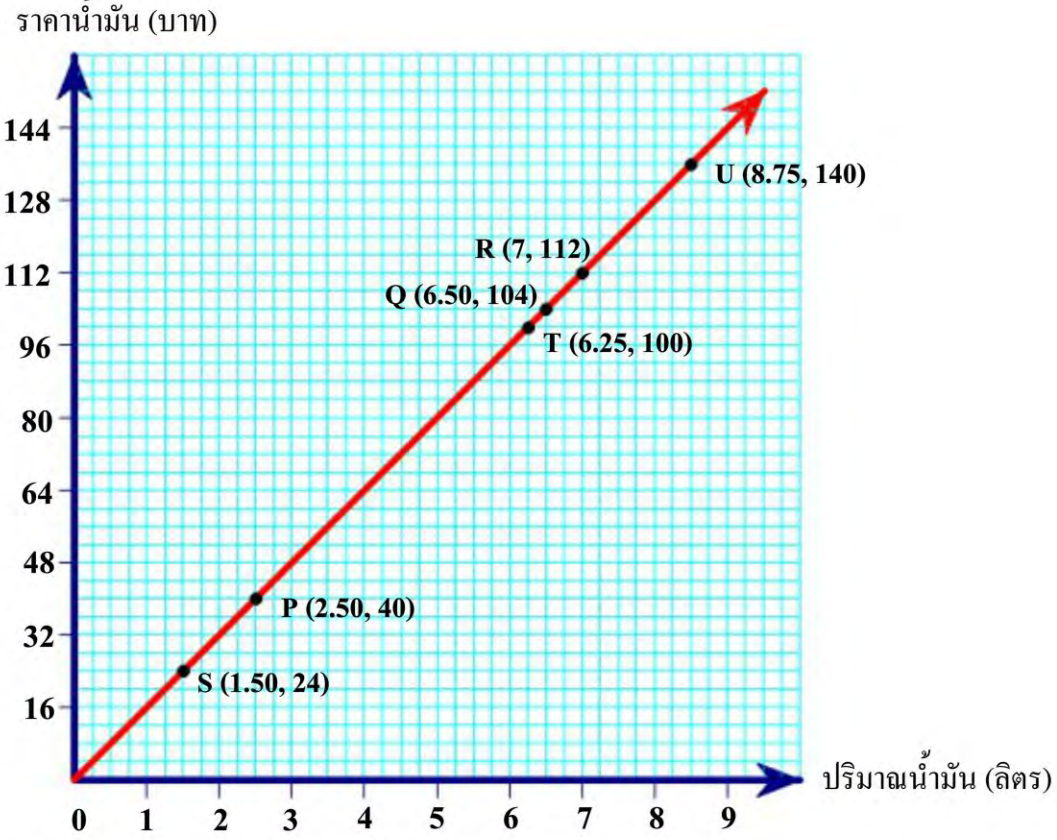
ตัวอย่างที่ 4 จากกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณน้ำมันกับราคาน้ำมันในตัวอย่างที่ 3 จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. จงหาราคาน้ำมันตามปริมาณที่กำหนดให้ต่อไปนี้

   2.50 ลิตร 6.50 ลิตร และ 7 ลิตร

2. จงหาปริมาณน้ำมันตามราคาที่กำหนดต่อไปนี้

   24 บาท 100 บาท และ 140 บาท

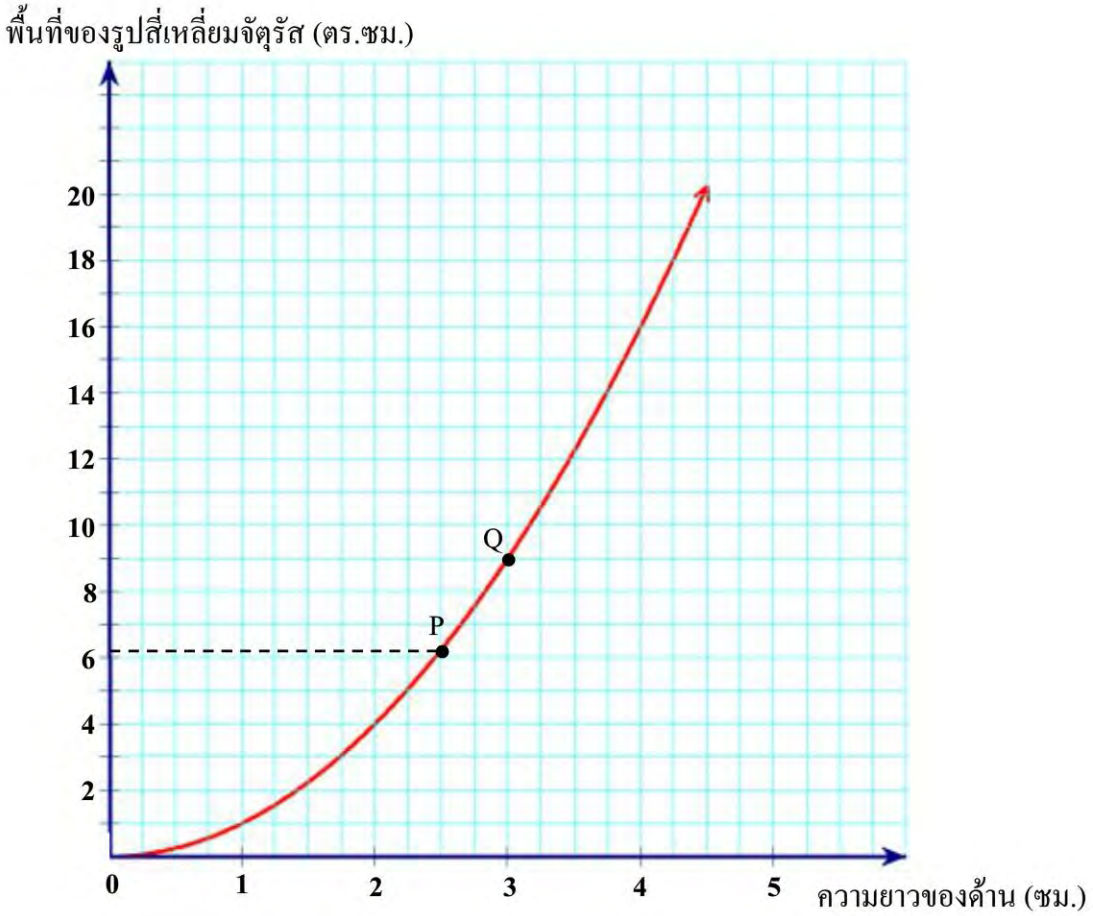


Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

วิธีทำ คำตอบของคำถามข้างต้นเป็นดังนี้ (เพื่อความสะดวกในการอ่านกราฟ จึงขยายมาตราส่วนดังรูป)

1. ราคาน้ำมันตามปริมาณที่กำหนด หาได้จากกราฟซึ่งเป็นตำแหน่งของจุด P (2.50, 40) Q (6.50, 104) และ R (7, 112) กล่าวคือ น้ำมันปริมาณ 2.50, 6.50 และ 7 ลิตร มีราคา 40, 104 และ 112 บาท ตามลำดับ
2. ปริมาณน้ำมันตามราคาที่กำหนด หาได้จากกราฟซึ่งเป็นตำแหน่งของจุด S (1.50, 24) T (6.25, 100) และ U (8.75, 140) กล่าวคือ น้ำมันราคา 24, 100 และ 140 บาท มีปริมาณ 1.50, 6.25 และ 8.75 ลิตร ตามลำดับ

ตัวอย่างที่ 5 พิจารณากราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านกับพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสต่อไปนี้



Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

จากกราฟ จุด P เป็นกราฟของคู่อันดับ (2.5, 6.25) ซึ่งมีความหมายว่า รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีด้านยาว 2.5 เซนติเมตร มีพื้นที่ 6.25 ตารางเซนติเมตร จากกราฟจงตอบคำถามต่อไปนี้

1. จุด Q เป็นกราฟของคู่อันดับใด และคู่อันดับที่ได้มีความหมายอย่างไร
2. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีด้านยาว 1.5 เซนติเมตร จะมีพื้นที่เท่าใด
3. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีพื้นที่ 16 ตารางเซนติเมตร จะมีด้านยาวเท่าใด

วิธีทำ คำตอบของคำถามข้างต้นเป็นดังนี้

1. จุด Q เป็นกราฟของ (3, 9) มีความหมายว่า รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีด้านยาว 3 เซนติเมตร มีพื้นที่ 9 ตารางเซนติเมตร
2. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีด้านยาว 1.5 เซนติเมตร มีพื้นที่ประมาณ 2.3 ตารางเซนติเมตร โดยอ่านจากกราฟของจุดที่มีพิกัดที่หนึ่งเป็น 1.5 ซึ่งจะได้ว่ามีพิกัดที่สองประมาณ 2.3
3. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีพื้นที่ 16 ตารางเซนติเมตร มีด้านยาว 4 เซนติเมตร หาได้จากกราฟซึ่งเป็นตำแหน่งของจุดที่มีพิกัดเป็น (4, 16)

จากคำตอบข้อ 2 นักเรียนจะเห็นว่าคำตอบที่ได้จากการอ่านกราฟนั้น ไม่มีความละเอียดเพียงพอ แต่เป็นค่าประมาณใกล้เคียง เพราะจากการคิดคำนวณจะพบว่าพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีด้านยาว 1.5 เซนติเมตร เท่ากับ $1.5 \times 1.5 = 2.25$ ตารางเซนติเมตร ซึ่งเป็นค่าที่แท้จริง

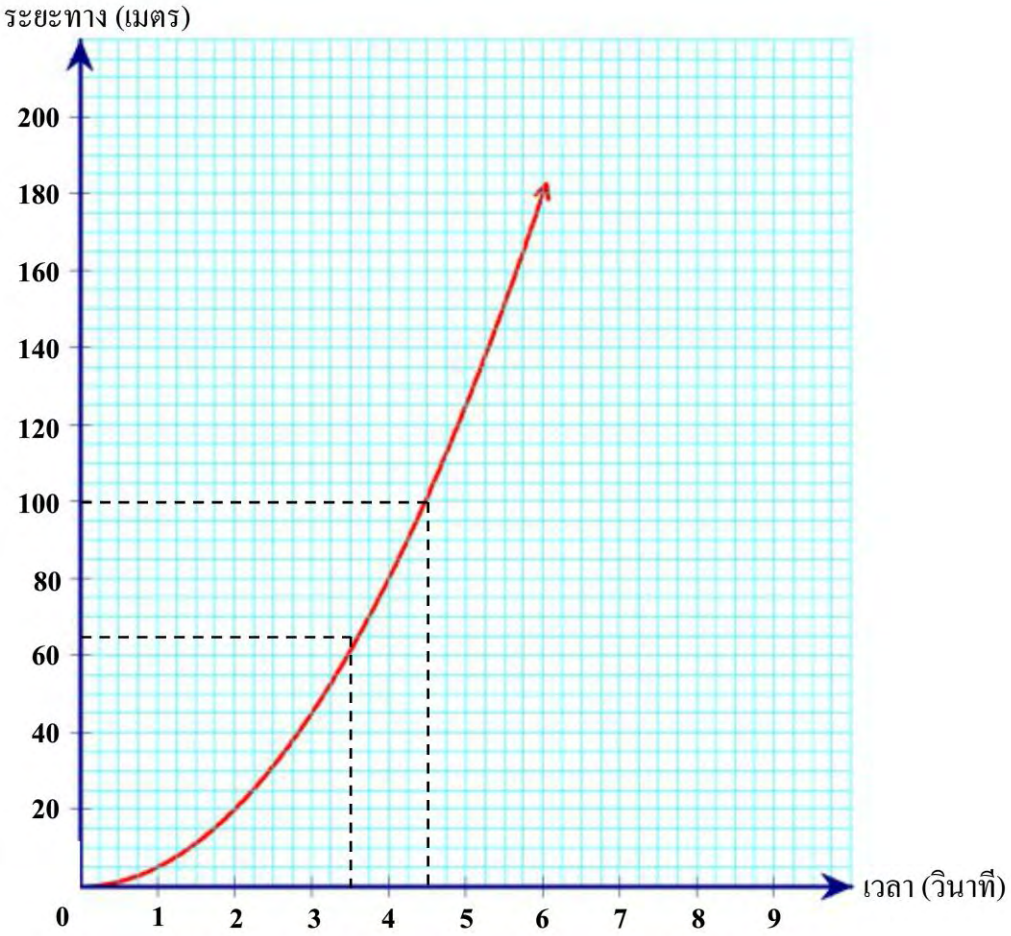
Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

ตัวอย่างที่ 6 เมื่อปล่อยวัตถุให้ตกลงจากที่สูง ระยะทางที่วัตถุตกจะเปลี่ยนแปลงไปตามเวลาดังแสดงในตาราง

เวลา (วินาที)	0	1	2	3	4	5	6
ระยะทาง (เมตร)	0	5	20	45	80	125	180

วิธีทำ เมื่อเขียนกราฟของคู่อันดับซึ่งสมาชิกตัวที่หนึ่งแสดงเวลาเป็นวินาที และสมาชิกตัวที่สองแสดงระยะทางเป็นเมตร จากตารางจะได้กราฟเป็นจุด แต่เนื่องจากในความเป็นจริง ทุกระยะเวลาที่เปลี่ยนแปลงไปจะมีระยะทางที่วัตถุตกคู่กันไปอยู่เสมอจนกว่าวัตถุจะตกถึงพื้น จึงสามารถเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างเวลาและระยะทางในลักษณะที่ต่อเนื่องกันเป็นส่วนหนึ่งของเส้นโค้ง ดังรูป

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ



จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. เมื่อเวลาผ่านไป 3.5 วินาที วัตถุตกลงมาได้ประมาณกี่เมตร
2. ถ้าวัตถุตกลงมาได้ 100 เมตร เวลาผ่านไปประมาณกี่วินาที

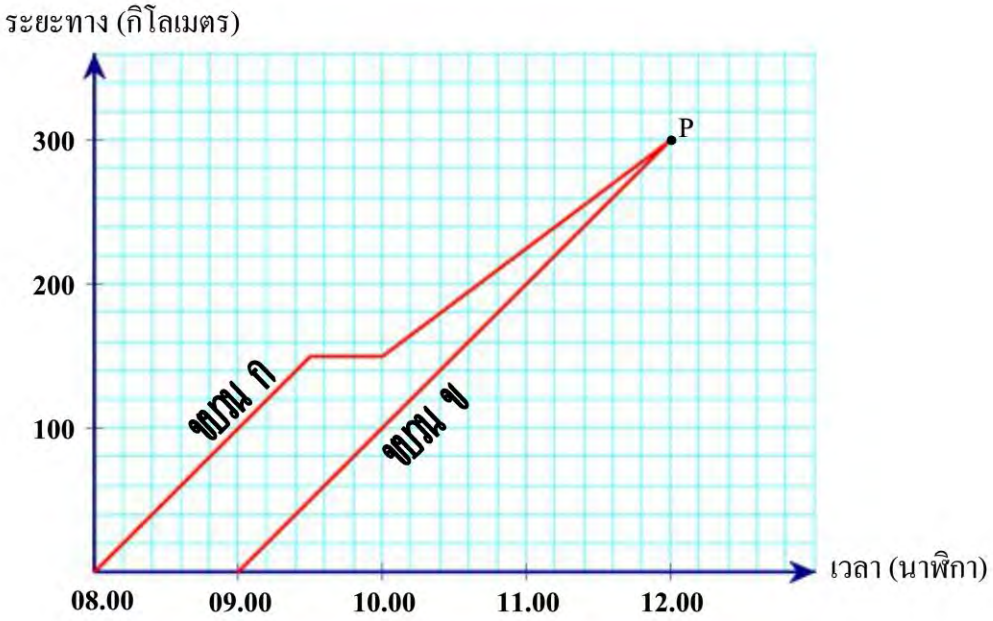
วิธีทำ คำตอบของคำถามข้างต้นเป็นดังนี้

1. เมื่อเวลาผ่านไป 3.5 วินาที จากกราฟจะได้ว่า วัตถุตกลงมาได้ประมาณ 60 เมตร
2. ถ้าวัตถุตกลงมาได้ 100 เมตร จากกราฟจะได้ว่า เวลาผ่านไปประมาณ 4.5 วินาที

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

จากตัวอย่างที่ 6 นักเรียนคิดว่าเมื่อเวลาเพิ่มขึ้น ระยะทางที่วัตถุตกมีการเปลี่ยนแปลงอย่างไร

ตัวอย่างที่ 7 กราฟข้างล่างแสดงการเดินทางของรถไฟขบวน ก และขบวน ข



จากกราฟจงตอบคำถามต่อไปนี้

1. รถไฟแต่ละขบวนแล่นได้ทางทั้งหมดกี่กิโลเมตร และใช้เวลานานเท่าใด
2. รถไฟขบวน ข แล่นด้วยอัตราเร็วเท่าใด
3. จากเวลา 8.00 น. ถึง 9.30 น. รถไฟขบวน ก แล่นด้วยอัตราเร็วเท่าใด
4. จากเวลา 10.00 น. ถึง 12.00 น. รถไฟขบวน ก แล่นด้วยอัตราเร็วเท่าใด
5. จงบรรยายการเดินทางของรถไฟขบวน ก

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

วิธีทำ คำตอบของคำถามข้างต้นเป็นดังนี้

1. รถไฟแต่ละขบวนแล่นได้ทาง 300 กิโลเมตร ขบวน ก ใช้เวลา 4 ชั่วโมง และ ขบวน ข ใช้เวลา 3 ชั่วโมง
2. รถไฟขบวน ข แล่นได้ทาง 300 กิโลเมตร ในเวลา 3 ชั่วโมง ดังนั้นรถไฟขบวน ข แล่นด้วยอัตราเร็ว $300 \div 3 = 100$ กิโลเมตรต่อชั่วโมง
3. จากเวลา 8.00 น. ถึง 9.30 น.
   รถไฟขบวน ก แล่นได้ทาง 150 กิโลเมตร ในเวลา $1\frac{1}{2}$ ชั่วโมง
   ดังนั้นรถไฟขบวน ก แล่นด้วยอัตราเร็ว $150 \div 1\frac{1}{2} = 100$ กิโลเมตรต่อชั่วโมง
4. จากเวลา 10.00 น. ถึง 12.00 น.
   รถไฟขบวน ก แล่นได้ทาง 150 กิโลเมตร ในเวลา 2 ชั่วโมง
   ดังนั้นรถไฟขบวน ก แล่นด้วยอัตราเร็ว $150 \div 2 = 75$ กิโลเมตรต่อชั่วโมง
5. รถไฟขบวน ก ออกเดินทางเมื่อเวลา 8.00 น. ด้วยอัตราเร็ว 100 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ถึง 9.30 น. หยุดพักครึ่งชั่วโมงแล้วเดินทางต่อด้วยอัตราเร็ว 75 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จนถึงที่หมายซึ่งอยู่ห่างจากจุดเริ่มต้น 300 กิโลเมตร เมื่อเวลา 12.00 น.

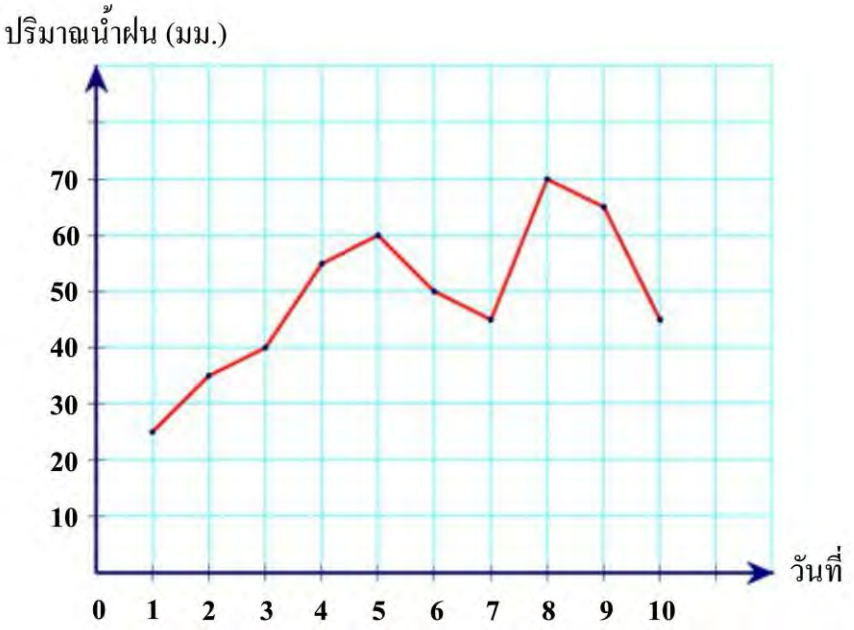
จากตัวอย่างที่ 7 ถ้าให้กราฟแสดงการเดินทางของรถไฟขบวน ก และกราฟแสดงการเดินทางของรถไฟขบวน ข ตัดกันที่จุด P นักเรียนคิดว่าที่จุด P บอกข้อมูลอะไรเกี่ยวกับรถไฟทั้งสองขบวน

ข้อสังเกต ในการเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล อาจเขียนกราฟเป็นเส้นเพื่อให้สามารถเห็นความสัมพันธ์ หรือแนวโน้มของกราฟได้ชัดเจนขึ้น

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

แบบฝึกหัด 3.2

1. ปริมาณน้ำฝนวัดเป็นมิลลิเมตรที่หาดเจ้าสำราญ จังหวัดเพชรบุรี ในวันที่ 1 – 10 กรกฎาคม แสดงด้วยกราฟได้ดังนี้

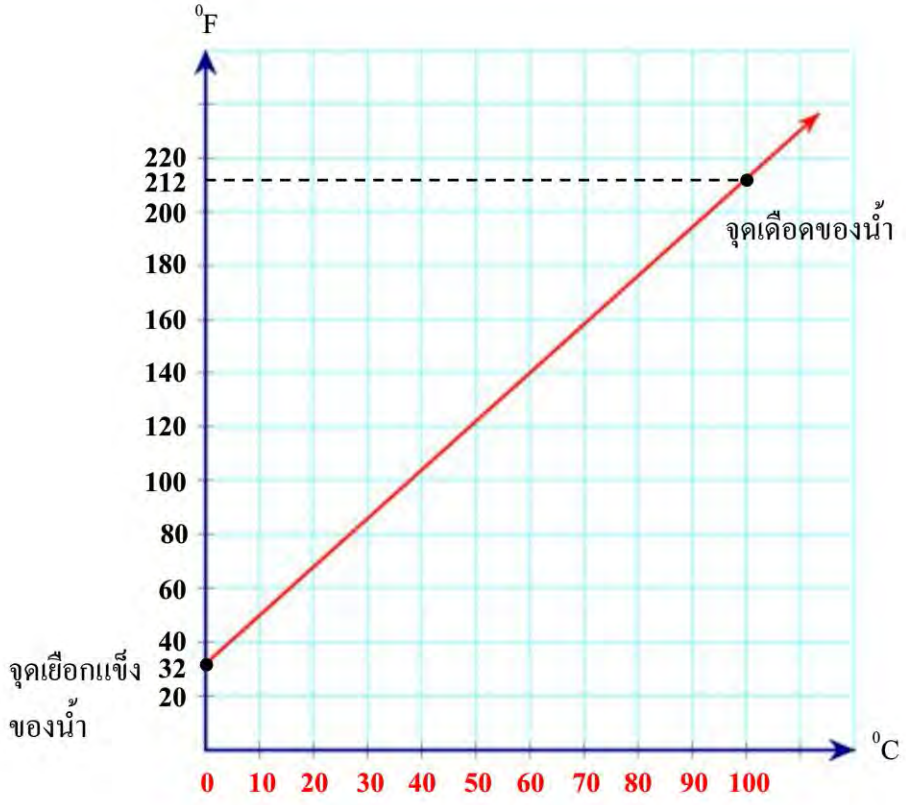


จงตอบคำถามต่อไปนี้

1) วันที่ 2 วัดปริมาณน้ำฝนได้เท่าไร
2) วันที่เท่าไรฝนตกมากที่สุด วัดปริมาณน้ำฝนได้เท่าไร
3) วันที่ฝนตกน้อยที่สุด และวันที่ฝนตกมากที่สุด มีปริมาณน้ำฝนต่างกันเท่าไร
4) จงหาปริมาณน้ำฝนเฉลี่ยของทั้ง 10 วัน
5) วันที่ฝนตกมากที่สุด วัดปริมาณได้มากกว่าปริมาณน้ำฝนเฉลี่ยเท่าไร

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

2. การบอกอุณหภูมิในหลายประเทศรวมทั้งประเทศไทย นิยมบอกโดยใช้หน่วยเป็นองศาเซลเซียส ($^{\circ}C$) แต่ก็มีบางประเทศ เช่น ประเทศสหรัฐอเมริกา บอกอุณหภูมิโดยใช้หน่วยเป็นองศาฟาเรนไฮต์ ($^{\circ}F$) ความสัมพันธ์ของหน่วยการวัดอุณหภูมิทั้งสองหน่วย แสดงด้วยกราฟได้ดังนี้



จงใช้กราฟตอบคำถามต่อไปนี้

1) อุณหภูมิที่จุดเยือกแข็งของน้ำเป็นกี่องศาเซลเซียส และกี่องศาฟาเรนไฮต์
2) อุณหภูมิที่จุดเดือดของน้ำเป็นกี่องศาเซลเซียส และกี่องศาฟาเรนไฮต์
3) ถ้าอุณหภูมิเฉลี่ยในวันหนึ่งที่กรุงเทพฯ เป็น $30^{\circ}C$ จะเป็นกี่องศาฟาเรนไฮต์
4) ถ้าอุณหภูมิเฉลี่ยในวันหนึ่งที่นครนิวยอร์ก สหรัฐอเมริกา เป็น $68^{\circ}F$ จะเป็นกี่องศาเซลเซียส

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

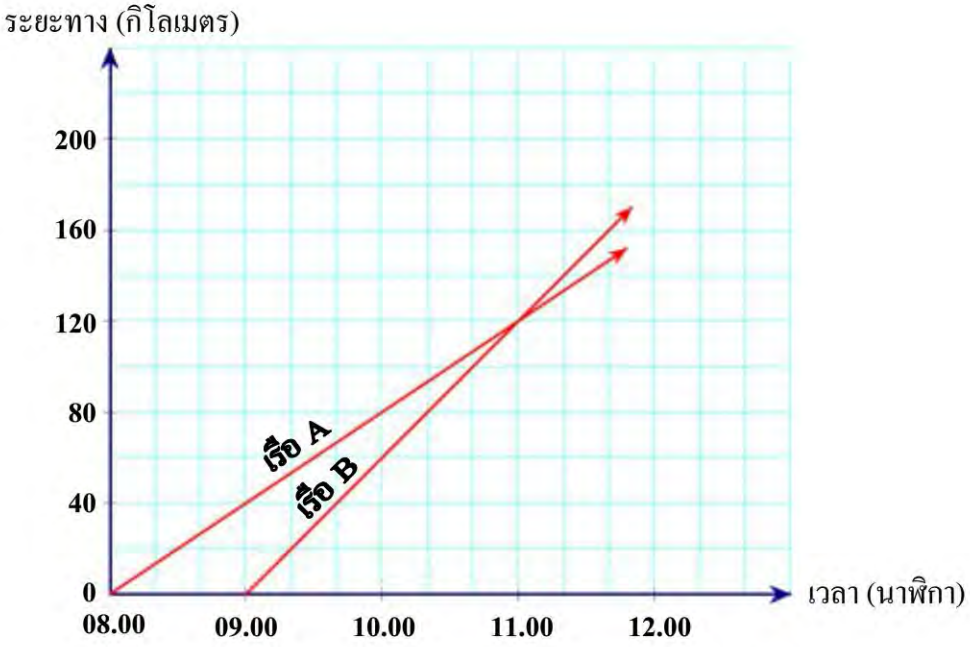
3. ระยะทางที่รถยนต์สองคันวิ่งได้ ณ เวลาต่าง ๆ แสดงดังกราฟ

จงตอบคำถามต่อไปนี้

1) เมื่อเวลาผ่านไป 2 ชั่วโมง รถคันใดวิ่งได้ระยะทางมากกว่าและมากกว่ากันเท่าใด
2) จงหาอัตราเร็วของรถแต่ละคันใน 3 ชั่วโมงแรก
3) รถคันใดวิ่งด้วยอัตราเร็วคงที่โดยตลอด และวิ่งด้วยอัตราเร็วเท่าใด
4) จงอธิบายถึงการเดินทางของรถคันที่ 1
5) ถ้ารถทั้งสองคันนี้ออกเดินทางจากจุดเริ่มต้นและเวลาเดียวกัน และมีจุดหมายปลายทางเดียวกัน รถคันใดถึงจุดหมายปลายทางก่อนและถึงก่อนนานเท่าไร

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

4. กราฟแสดงการเดินทางของเรือ A และเรือ B บนเส้นทางเดียวกัน

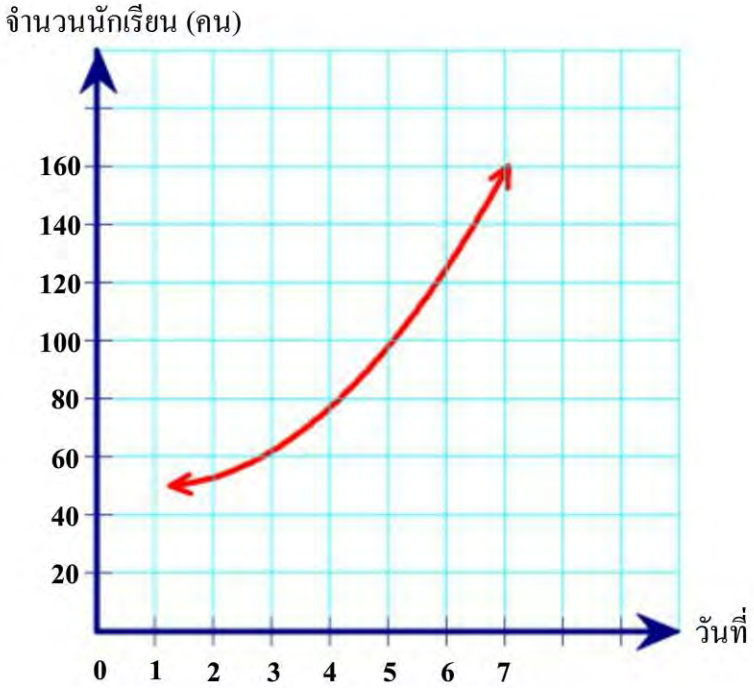


จากกราฟ จงตอบคำถามต่อไปนี้

1) เรือ A ออกเดินทางเวลาใด ใช้อัตราเร็วเท่าใด
2) เรือ B ออกเดินทางเวลาใด ใช้อัตราเร็วเท่าใด
3) เรือ B จะแล่นไปทันเรือ A หลังจากออกเดินทางไปได้กี่ชั่วโมง
4) หลังเวลา 11.00 น. เรือลำใดแล่นนำหน้า
5) เรือทั้งสองจะอยู่ห่างกันเป็นระยะทาง 20 กิโลเมตร เมื่อเวลาใด
6) ถ้าจุดหมายปลายทางอยู่ห่างจากจุดเริ่มต้น 200 กิโลเมตร เรือ B ถึงจุดหมายปลายทางเวลาใด

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

5. ในสัปดาห์แรกของการส่งเสริมการอ่านของโรงเรียนแห่งหนึ่ง มีจำนวนนักเรียนมาใช้ห้องสมุด แสดงได้ด้วยกราฟดังนี้



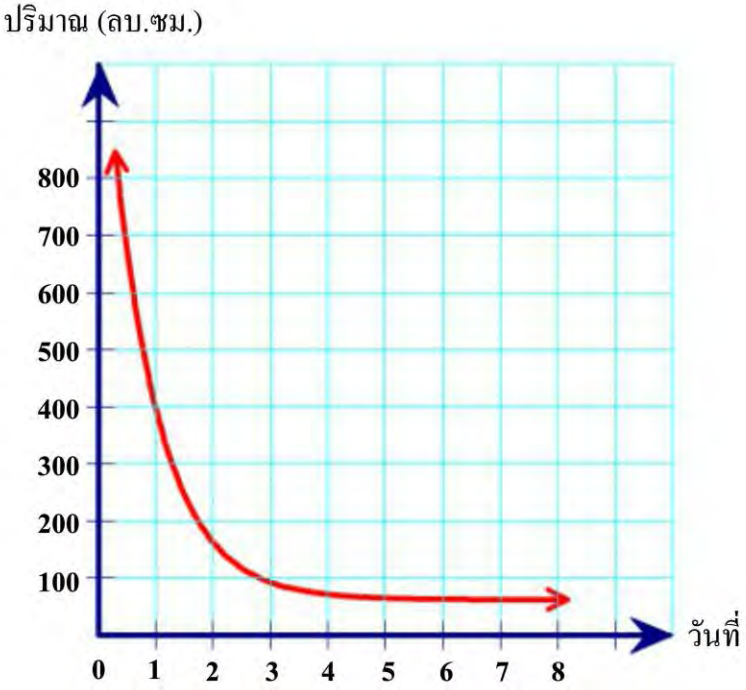
จงตอบคำถามต่อไปนี้

1) จงอธิบายถึงการเปลี่ยนแปลงของจำนวนนักเรียนที่มาใช้ห้องสมุด

2) การจัดงานสัปดาห์ส่งเสริมการอ่านของโรงเรียนนี้ น่าจะเกิดผลอย่างไร จงอธิบาย

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

6. ใน 10 วันแรกของการรณรงค์ดื่มนมให้หมดถุงของโรงเรียนแห่งหนึ่ง แต่ละวันโรงเรียนจะนำน้ำนมที่เหลืออยู่ก้นถุงมาเทรวมกันเพื่อหาปริมาณของน้ำนมที่เหลือซึ่งแสดงได้ด้วยกราฟดังนี้



จงตอบคำถามต่อไปนี้

1) จงอธิบายถึงการเปลี่ยนแปลงของปริมาณน้ำนมที่เหลือ
2) กิจกรรมการรณรงค์ดื่มนมให้หมดถุงของโรงเรียนนี้ ประสบความสำเร็จหรือไม่ เพราะเหตุใด

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

7. ถังน้ำของโรงเรียนมีความจุ 300 ลิตร เมื่อเปิดน้ำเข้าถัง จดบันทึกข้อมูลเกี่ยวกับปริมาณน้ำในถัง ณ เวลาต่าง ๆ ได้ดังนี้

เวลา (นาที)	0	1	2	3	4	5	6
ปริมาณน้ำ (ลิตร)	50	75	100	125	150	175	200

จงเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ของเวลาและปริมาณน้ำในถัง และตอบคำถามต่อไปนี้ โดยพิจารณาจากกราฟ

1) ก่อนเปิดน้ำเข้าถัง ในถังมีน้ำอยู่แล้วเท่าไร
2) น้ำไหลเข้าถังด้วยอัตราเร็วคงที่หรือไม่ น้ำไหลเข้าถังปริมาณกี่ลิตรต่อนาที
3) เมื่อเวลาผ่านไป 8 นาที จะมีน้ำในถังเท่าไร
4) ต้องเปิดน้ำเข้าถังนานเท่าไร น้ำจึงจะเต็มถัง

8. เวลาที่ใช้ในการขี่รถจักรยานของชายคนหนึ่ง และระยะทางที่เหลือก่อนถึงที่หมายปลายทาง แสดงดังตาราง

เวลาที่ใช้ (นาที)	ระยะทางที่เหลือ (เมตร)
2	5,000
4	4,500
6	4,000
8	3,500
⋮	⋮
22	0

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

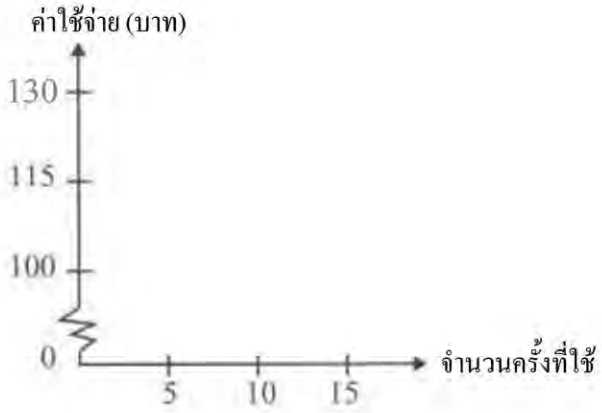
จงเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ของเวลาและระยะทางที่เหลือ และตอบคำถามต่อไปนี้โดยพิจารณาจากกราฟ

1) จงอธิบายการเปลี่ยนแปลงของระยะทางเมื่อเทียบกับเวลา
2) จากข้อมูลใน 10 นาทีแรก ชายคนนี้ขี่รถจักรยานด้วยอัตราเร็วเท่าไร
3) ถ้าชายคนนี้ขี่รถจักรยานด้วยอัตราเร็วคงที่ เขาจะขี่รถจักรยานถึงที่หมายโดยใช้เวลาทั้งหมดกี่นาที
4) ที่หมายปลายทางอยู่ห่างจุดเริ่มต้นเท่าไร

9. ค่าโทรศัพท์พื้นฐาน ประกอบด้วย ค่าบริการเดือนละ 100 บาท และค่าใช้โทรศัพท์ในเขตพื้นที่เดียวกันครั้งละ 3 บาท

1) จงเขียนตารางแสดงค่าโทรศัพท์ในเดือนหนึ่งเมื่อมีจำนวนครั้งที่ใช้เป็น 5, 10, 15, 20, 25 และ 30 ครั้ง
2) จงเขียนกราฟเส้นตรงแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนครั้งที่ใช้โทรศัพท์และค่าโทรศัพท์ในเดือนหนึ่ง
3) ถ้าในเดือนหนึ่งไม่มีการใช้โทรศัพท์ เจ้าของต้องเสียค่าโทรศัพท์หรือไม่ จงอธิบาย
4) จงหาค่าโทรศัพท์ เมื่อมีจำนวนครั้งที่ใช้เท่ากับ 22 ครั้ง และ 45 ครั้ง
5) จงหาจำนวนครั้งที่ใช้ เมื่อมีค่าโทรศัพท์เท่ากับ 199 บาท และ 250 บาท

ข้อแนะนำ เนื่องจากข้อมูลค่าโทรศัพท์เริ่มจาก 100 บาทขึ้นไป นักเรียนจึงอาจเขียนกราฟโดยใช้วิธีร่นระยะบนแกน Y ดังนี้



Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

10. สระว่ายน้ำของหมู่บ้านเปิดให้บริการสำหรับสมาชิกและบุคคลทั่วไป ถ้าสมัครเป็นสมาชิกต้องเสียค่าบำรุงปีละ 200 บาท และเสียค่าใช้สระน้ำครั้งละ 20 บาท สำหรับบุคคลทั่วไปเสียค่าใช้สระน้ำครั้งละ 30 บาท

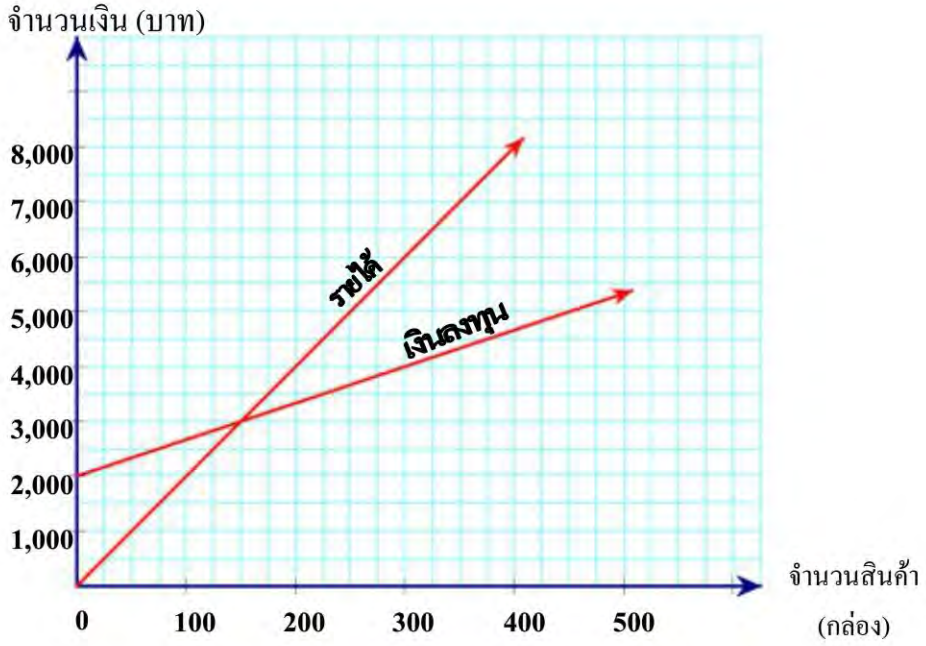
จงเขียนกราฟเส้นตรงแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง จำนวนครั้งที่ใช้สระน้ำกับค่าใช้จ่ายสำหรับสมาชิกและสำหรับบุคคลทั่วไปใน 1 ปี บนระนาบเดียวกัน และตอบคำถามต่อไปนี้โดยพิจารณาจากกราฟ

1) จงหาค่าใช้จ่ายของสมาชิกและบุคคลทั่วไปที่ใช้สระน้ำ 15, 20 และ 30 ครั้ง
2) ถ้าต้องการใช้บริการของสระน้ำใน 1 ปี ควรเลือกใช้บริการแบบใด เพราะเหตุใด

จำนวนเงิน (บาท)

หนึ่งตำบลหนึ่งผลิตภัณฑ์

แม่บ้านกลุ่มหนึ่งในตำบลสุขสำราญ นำกล้วยน้ำว้าซึ่งเป็นพืชผลที่มีอยู่มากมายในตำบลมาผลิตเป็นกล้วยอบน้ำผึ้งบรรจุกล่องเป็นสินค้าหนึ่งตำบลหนึ่งผลิตภัณฑ์ ส่งไปขายยังร้านค้าต่าง ๆ จากการบันทึกข้อมูลเกี่ยวกับเงินลงทุนผลิตและรายได้จากการขายสินค้า เขียนแสดงด้วยกราฟได้ดังนี้



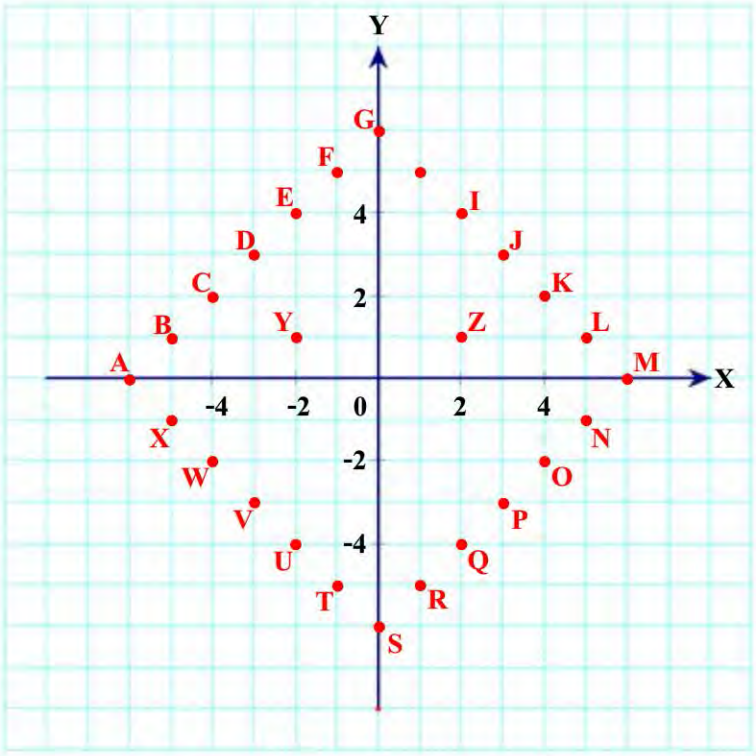
Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

ให้นักเรียนพิจารณากราฟข้างต้นแล้วตอบคำถามต่อไปนี้

1) เงินลงทุนขั้นต่ำที่ต้องจ่ายก่อนผลิตสินค้าคิดเป็นเงินเท่าไร
2) นักเรียนคิดว่าเงินลงทุนที่กล่าวถึงในข้อ 1) กลุ่มแม่บ้านน่าจะจ่ายเป็นค่าอะไรบ้าง
3) ถ้าขายกล้วยอบน้ำผึ้งได้ 100 กล่อง นักเรียนคิดว่าเงินที่ขายได้เพียงพอกับเงินที่ลงทุนไปแล้วหรือไม่
4) ต้องขายกล้วยอบน้ำผึ้งกี่กล่องจึงจะมีรายได้เท่ากับเงินที่ลงทุนไปพอดี
5) ถ้าขายกล้วยอบน้ำผึ้งได้ 225 กล่อง จะได้เงินกำไรเท่าไร
6) ถ้าต้องการขายกล้วยอบน้ำผึ้งให้มีกำไรอย่างน้อย 2,000 บาท จะต้องขายให้ได้อย่างน้อยกี่กล่อง

ลองทำดู

กำหนดให้คู่อันดับแทนตัวอักษรดังแผนภาพ



Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

1. จงหาประโยคที่ได้จากการแทนคู่อันดับต่อไปนี้ตามลำดับ ด้วยตัวอักษรที่กำหนดบนระนาบ และให้เว้นวรรคตามที่กำหนด

ก. (5, -1) (-2, -4) (6, 0) (-5, 1) (-2, 4) (1, -5) (1, -5)
(-2, -4) (5, 1) (-2, 4) (0, -6) (-1, -5) (1, 5)
(-2, 4) (-2, -4) (5, -1) (2, 4) (-3, -3) (-2, 4)
(1, -5) (0, -6) (-2, 4)

ข. (6, 0) (-6, 0) (-1, -5) (1, 5) (-2, 4) (6, 0) (-6, 0)
(-1, -5) (2, 4) (-4, 2) (0, -6) (2, 4) (0, -6) (-1, -5)
(1, 5) (-2, 4) (2, -4) (-2, -4) (-2, 4) (-2, 4) (5, -1)
(4, -2) (-1, 5) (-1, -5) (1, 5) (-2, 4) (0, -6) (-4, 2)
(2, 4) (-2, 4) (5, -1) (-4, 2) (-2, 4) (0, -6) (-6, 0)
(5, -1) (-3, 3) (-6, 0) (1, -5) (2, 4) (-1, -5) (1, 5)
(6, 0) (-2, 4) (-1, -5) (2, 4) (-4, 2) (2, 4) (0, -6)
(-1, -5) (1, 5) (-2, 4) (2, -4) (-2, -4) (-2, 4) (-2, 4)
(5, -1) (4, -2) (-1, 5) (6, 0) (-6, 0) (-1, -5) (1, 5)
(-2, 4) (6, 0) (-6, 0) (-1, -5) (2, 4) (-4, 2) (0, -6)

2. ให้นักเรียนใช้คู่อันดับที่กำหนดจุดตามตัวอักษรที่กำหนดให้บนระนาบข้างต้น สร้างรหัสส่งข้อความที่ต้องการให้เพื่อน ๆ

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

บทที่ 4
สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

4.1 แบบรูปและความสัมพันธ์

พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างลำดับที่กับจำนวนซึ่งกำหนดให้ดังแบบรูปต่อไปนี้

ลำดับที่	1	2	3	4	5	...	n
จำนวน	3	6	9	12	15	...	3n

จากตารางจะเห็นว่า

จำนวนที่อยู่ในแถวของ*ลำดับที่* เป็นจำนวนนับ 1, 2, 3, 4, ... และจำนวนที่อยู่ในแถวของ*จำนวน* เป็น 3 เท่าของจำนวนที่เป็นลำดับที่ ซึ่งอยู่ในหลักเดียวกัน เช่น ลำดับที่ 2 จะสัมพันธ์กับ 6 ซึ่งเท่ากับ 3×2 และลำดับที่ 5 จะสัมพันธ์กับ 15 ซึ่งเท่ากับ 3×5 ถ้าเรามีลำดับที่ซึ่งยังไม่ได้ระบุจำนวนที่แน่นอน จะใช้อักษรภาษาอังกฤษ เช่น n แทนลำดับที่นั้น และจำนวนที่สัมพันธ์กับลำดับที่ n ซึ่งเป็น 3 เท่าของ n จะเขียนเป็น 3n ซึ่งหมายถึง $3 \times n$ เรียก n ว่า **ตัวแปร**

เมื่อทราบว่าลำดับที่ n สัมพันธ์กับจำนวน 3n แล้วเราก็สามารถหาจำนวนของลำดับที่เท่าไรก็ได้ เช่น หาจำนวนของลำดับที่ 99 ได้จาก 3×99 ซึ่งเท่ากับ 297

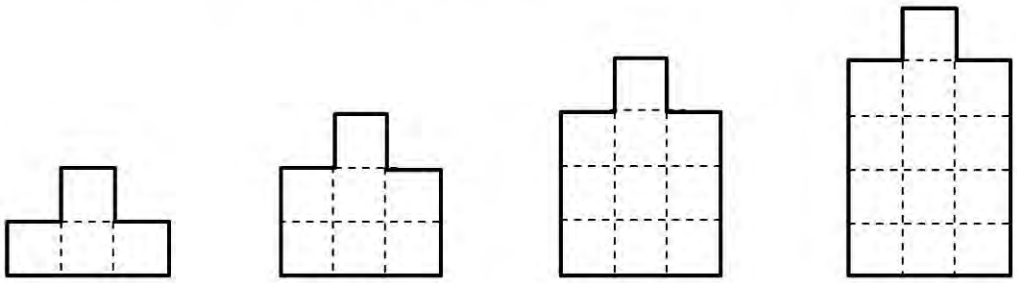
ในทางกลับกัน ถ้าต้องการหาว่าจำนวน 258 อยู่ในลำดับที่เท่าไรก็หาได้จาก 258 หารด้วย 3 หรือหาจำนวนมาแทน n ใน 3n เพื่อให้ได้ผลคูณเท่ากับ 258 ซึ่งจะได้ว่า 258 เป็นจำนวนในลำดับที่ 86

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึ่งกระทำ บ้างไม่พึ่งกระทำ

ปูกระเบื้อง

ให้นักเรียนทำกิจกรรมต่อไปนี้

กำหนดแบบรูปการปูกระเบื้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 1 ตารางหน่วย ดังนี้



รูปที่ 1 รูปที่ 2 รูปที่ 3 รูปที่ 4

1. จงพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างลำดับที่ของรูป กับจำนวนกระเบื้องที่กำหนดให้ในตาราง แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

รูปที่	1	2	3	4	5	...	20	...	n
จำนวนกระเบื้อง (แผ่น)	4 *1+(3×1)*	7 *1+(3×2)*	10 *1+(3×3)*	13 *1+(3×4)*		...		...	

1) จำนวนกระเบื้องของรูปที่ 5 เท่ากับเท่าไร
2) จำนวนกระเบื้องของรูปที่ 20 เท่ากับเท่าไร
3) จำนวนกระเบื้องในแต่ละช่องมีการเปลี่ยนแปลงอย่างไร
4) ลำดับที่ของรูปกับจำนวนกระเบื้องสัมพันธ์กันอย่างไร
5) ถ้าให้ n แทนลำดับที่ของรูป จำนวนกระเบื้องของรูปที่ n เท่ากับเท่าไร
6) รูปที่เท่าไรใช้กระเบื้องปูทั้งหมด 31 แผ่น

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

2. จากแบบรูปการปูกระเบื้องข้างต้น จงพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างลำดับที่ของรูปกับความยาวรอบรูปกระเบื้องที่กำหนดให้ในตาราง แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

รูปที่	1	2	3	4	…	30	…	n
ความยาวรอบรูป (หน่วย)	10 *8 + (2×1)*	12 *8 + (2×2)*	14 *8 + (2×3)*	16 *8 + (2×4)*	…		…	

1) รูปที่ 30 มีความยาวรอบรูปกี่หน่วย
2) ความยาวรอบรูปของแต่ละรูปมีการเปลี่ยนแปลงอย่างไร
3) ลำดับที่ของรูปกับความยาวรอบรูปมีความสัมพันธ์กันอย่างไร
4) ถ้าให้ n แทนลำดับที่ของรูป ความยาวรอบรูปกระเบื้องรูปที่ n เท่ากับเท่าไร
5) ถ้าต้องการทราบว่าความยาวรอบรูปของรูปที่ 70 เป็นเท่าไร นักเรียนจะทำอย่างไรจึงจะหาคำตอบได้อย่างรวดเร็ว
6) รูปที่มีความยาวรอบรูป 28 หน่วย เป็นรูปที่เท่าไร

เก่งซื้อข้าวสาร

พิจารณาปัญหาต่อไปนี้

เก่งสั่งซื้อข้าวสารจากร้านค้าราคาถุงละ 80 บาท และให้ทางร้านนำมาส่งที่บ้านซึ่งต้องเสียค่าส่งเที่ยวละ 50 บาท ถ้าเขาจ่ายเงินซื้อข้าวสารครั้งนี้ไปทั้งหมด 690 บาท อยากทราบว่าเก่งซื้อข้าวสารกี่ถุง

วิธีหาคำตอบ อาจหาจำนวนข้าวสารโดยวิธีลองหาจำนวนเงินที่จ่าย เมื่อเพิ่มจำนวนข้าวสารทีละถุงจนกว่าจะได้ 690 วิธีนี้จะต้องหาจำนวนเงินถึง 8 ครั้ง จึงจะได้ 690 ดังตาราง ซึ่งทำให้เสียเวลามาก

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

จำนวนข้าวสาร (ถุง)	ค่าข้าวสาร (บาท)	ค่าส่ง (บาท)	จำนวนเงินที่จ่าย (บาท)
1	80×1	50	$(80 \times 1) + 50 = 130$
2	80×2	50	$(80 \times 2) + 50 = 210$
3	80×3	50	$(80 \times 3) + 50 = 290$
4	80×4	50	$(80 \times 4) + 50 = 370$
5	80×5	50	$(80 \times 5) + 50 = 450$
6	80×6	50	$(80 \times 6) + 50 = 530$
7	80×7	50	$(80 \times 7) + 50 = 610$
8	80×8	50	$(80 \times 8) + 50 = 690$
⋮	⋮	⋮	⋮
n	$80 \times n$	50	$(80 \times n) + 50$

ในทางคณิตศาสตร์เราจะหาแบบรูปของความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนข้าวสารกับจำนวนเงินที่จ่าย เมื่อ n แทนจำนวนข้าวสารเป็นถุง จำนวนเงินที่จ่ายเป็นค่าข้าวสาร n ถุง จะเท่ากับ $(80 \times n) + 50$

ถ้าจำนวนเงินที่จ่ายเป็น 690 บาท เราสามารถเขียนแสดงความสัมพันธ์เพื่อหาจำนวนข้าวสารได้ดังนี้

$$(80 \times n) + 50 = 690$$

เรียกประโยคนี้ว่า **สมการ**

จาก สมการ $(80 \times n) + 50 = 690$ เมื่อแทน n ด้วย 8 จะได้

$$(80 \times 8) + 50 = 640 + 50$$
$$= 690$$

ดังนั้น เก่งซื้อข้าวสารมา 8 ถุง

ในการหาคำตอบของเก่งดังตารางข้างต้นนี้เป็นการลองแทนค่า n ด้วย 1, 2, 3, 4, ..., 8 ในสมการ $(80 \times n) + 50 = 690$ จนเมื่อแทน n ด้วย *8 จึงทำให้สมการ* $(80 \times n) + 50 = 690$ *เป็นจริง*

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

สมการ เป็นประโยคที่แสดงการเท่ากันของจำนวนโดยมี
สัญลักษณ์ = บอกการเท่ากัน

สมการอาจมีตัวแปรหรือไม่มีตัวแปรก็ได้ เช่น $(80 \times n) + 50 = 690$ เป็นสมการที่มี n เป็น ตัวแปร และ $3 - 5 = -2$ เป็นสมการที่ไม่มีตัวแปร

กระต่ายในทุ่งหญ้า

ให้นักเรียนทำกิจกรรมต่อไปนี้

ศรีนวลพบกระต่ายจำนวนหนึ่งอยู่ในทุ่งหญ้า มีกระต่ายตัวผู้มากกว่ากระต่ายตัวเมีย 5 ตัว จงพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนกระต่ายตัวเมีย กระต่ายตัวผู้ กระต่ายทั้งหมด และจำนวนขากระต่ายทั้งหมด และเติมจำนวนในตาราง แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

กระต่ายตัวเมีย (ตัว)	1	2	3	4	5	...	n
กระต่ายตัวผู้ (ตัว)	6	7				...	
กระต่ายทั้งหมด (ตัว)	7	9				...	
จำนวนขากระต่ายทั้งหมด	28	36				...	

1) ถ้ามีกระต่ายตัวเมีย 12 ตัว จะมีกระต่ายตัวผู้กี่ตัว
2) ถ้ามีกระต่ายตัวเมีย n ตัว จะมีกระต่ายตัวผู้กี่ตัว
3) ถ้ามีกระต่ายตัวเมีย n ตัว จะมีกระต่ายทั้งหมดกี่ตัว
4) ถ้ามีกระต่ายตัวเมีย n ตัว กระต่ายทั้งหมดจะมีกี่ขา
5) ถ้ามีกระต่ายทั้งหมด 25 ตัว จะมีกระต่ายตัวผู้กี่ตัว
6) ถ้านับขากระต่ายทั้งหมดได้ 140 ขา จะมีกระต่ายตัวเมียกี่ตัว

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

แบบฝึกหัด 4.1

1. จากแบบรูปที่กำหนดให้ในแต่ละข้อ จงหาจำนวนในลำดับที่ n

ลำดับที่ / ข้อ	1	2	3	4	5	...	n
1	5	10	15	20	25	...	
2	7	14	21	28	35	...	
3	2	4	8	16	32	...	
4	3	5	7	9	11	...	
5	1	3	5	7	9	...	

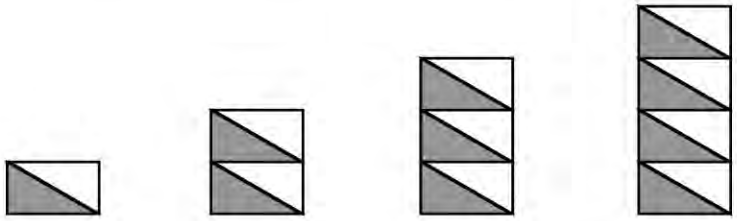
2. จงพิจารณาความสัมพันธ์ที่แสดงในตาราง แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

จำนวนน้อย	1	2	3	4	5	...	n
จำนวนมาก	4	5	6	7	8	...	

1) ถ้าจำนวนน้อยคือ 99 จำนวนมากคือจำนวนใด
2) ถ้าจำนวนมากคือ 150 จำนวนน้อยคือจำนวนใด
3) ถ้าจำนวนน้อยคือ n จำนวนมากคือจำนวนใด
4) จากความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ ถ้าผลบวกของจำนวนน้อยและจำนวนมากเท่ากับ 125 จงหาจำนวนทั้งสองนั้น
5) จงเขียนสมการเพื่อหาคำตอบในข้อ 4)

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

3. จงพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างรูปที่ จำนวนรูปสามเหลี่ยมที่แรเงาและจำนวนรูปสามเหลี่ยมทั้งหมด ตามแบบรูปที่กำหนดให้ แล้วตอบคำถามต่อไปนี้



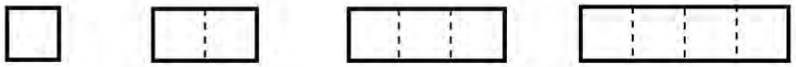
รูปที่ 1 รูปที่ 2 รูปที่ 3 รูปที่ 4

รูปที่ 1	1	2	3	4	…	n
จำนวนรูปสามเหลี่ยมที่แรเงา	1	2	3	4	…	
จำนวนรูปสามเหลี่ยมทั้งหมด	2	4	6	8	…	

1) จำนวนรูปสามเหลี่ยมที่แรเงาในรูปที่ 29 มีอยู่กี่รูป
2) ถ้าจำนวนรูปสามเหลี่ยมที่แรเงาของรูปหนึ่งมี 81 รูป จำนวนรูปสามเหลี่ยมทั้งหมดของรูปนั้นมีกี่รูป
3) ในรูปที่ n มีจำนวนรูปสามเหลี่ยมที่แรเงากี่รูป
4) ในรูปที่ n มีจำนวนรูปสามเหลี่ยมทั้งหมดกี่รูป
5) ถ้าในรูปที่ n มีจำนวนรูปสามเหลี่ยมทั้งหมด 200 รูป จะมีจำนวนรูปสามเหลี่ยมที่แรเงากี่รูป
6) จงเขียนสมการเพื่อหาคำตอบในข้อ 5)

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

4. พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างรูปที่กับความยาวรอบรูปตามแบบรูปที่กำหนดให้ แล้วตอบคำถามต่อไปนี้



รูปที่ 1 รูปที่ 2 รูปที่ 3 รูปที่ 4

รูปที่	1	2	3	4	...	n
ความยาวรอบรูป (หน่วย)	4 *2+(2×1)*	6 *2+(2×2)*	8 *2+(2×3)*	10 *2+(2×4)*	...	

1) รูปที่ 10 มีความยาวรอบรูปกี่หน่วย
2) รูปที่ 51 มีความยาวรอบรูปกี่หน่วย
3) รูปที่ n มีความยาวรอบรูปกี่หน่วย
4) รูปที่มีความยาวรอบรูปเท่ากับ 30 หน่วย เป็นรูปที่เท่าไร
5) จงเขียนสมการเพื่อหาคำตอบในข้อ 4)

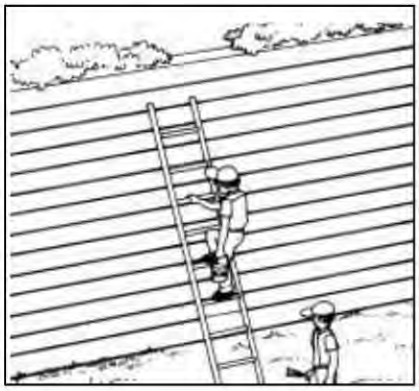
5. กระจาดใบหนึ่งมีเงาะ มังคุดและมะม่วงปนกันอยู่ เมื่อนับจำนวนดูพบว่ามีมะม่วงอยู่ 5 ผล จำนวนมังคุดเป็นสองเท่าของจำนวนเงาะ

ให้นักเรียนเติมจำนวนในตารางและเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์เพื่อหาจำนวนเงาะและจำนวนมังคุด เมื่อมีผลไม้รวมกันทั้งหมด 41 ผล

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

เงาะ (ผล)	มังคุด (ผล)	มะม่วง (ผล)	รวม (ผล)
1	2	5	8
2			
3			
4			
.			
.			
.			
n			

คิด



ช่างทาสีคนหนึ่งยืนอยู่บนขั้นกลางของบันไดที่พาดอยู่กับกำแพงตึกแห่งหนึ่งและกำลังไต่บันไดขึ้นไป เมื่อเขาไต่บันไดขึ้นไปได้ 3 ขั้น เขากลับไต่บันไดลงมาอีก 5 ขั้น เพื่อรับของจากเพื่อนและเมื่อเขาไต่บันไดกลับขึ้นไปใหม่อีก 6 ขั้น ปรากฏว่าถึงขั้นสุดท้ายของบันไดพอดี นักเรียนคิดว่าบันไดนี้มีกี่ขั้น

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

4.2 คำตอบของสมการ

สมการ $y+2 = -3$ เป็นจริงหรือไม่เป็นจริง ขึ้นอยู่กับค่าของ y ถ้าแทน y ด้วย -5 แล้ว $y+2 = -3$ เป็นจริง ถ้าแทน y ด้วยจำนวนอื่น ๆ ที่ไม่ใช่ -5 แล้ว $y+2 = -3$ ไม่เป็นจริง เช่น แทน y ด้วย 1 จะได้ $1+2 = -3$ ซึ่งไม่เป็นจริง เรียกจำนวนที่แทน y แล้วทำให้ $y+2 = -3$ เป็นจริงว่า **คำตอบของสมการ** $y+2 = -3$

ดังนั้น -5 เป็น**คำตอบของสมการ** $y+2 = -3$

> **คำตอบของสมการ**คือ จำนวนที่แทนตัวแปรในสมการแล้วทำให้สมการเป็นจริง

ตัวอย่างที่ 1 จงหาคำตอบของสมการ $x-2 = -5$ โดยวิธีลองแทนค่าตัวแปร

วิธีทำ เนื่องจาก $-3-2 = -5$ เมื่อแทน x ด้วย -3 ใน $x-2 = -5$ แล้วจะได้สมการเป็นจริง

ดังนั้น คำตอบของสมการ $x-2 = -5$ คือ -3

ตอบ -3

ตัวอย่างที่ 2 จงหาคำตอบของสมการ $n^2 = 25$ โดยวิธีลองแทนค่าตัวแปร

วิธีทำ เนื่องจาก $5^2 = 25$ เมื่อแทน n ด้วย 5 ใน $n^2 = 25$ แล้วจะได้สมการเป็นจริง

เนื่องจาก $(-5)^2 = 25$ เมื่อแทน n ด้วย -5 ใน $n^2 = 25$ แล้วจะได้สมการเป็นจริง

ดังนั้น คำตอบของสมการ $n^2 = 25$ คือ 5 และ -5

ตอบ 5 และ -5

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

ตัวอย่างที่ 3 จงหาคำตอบของสมการ $b+3 = 3+b$ โดยวิธีลองแทนค่าตัวแปร

วิธีทำ เนื่องจาก เมื่อแทน b ด้วยจำนวนใด ๆ ใน $b+3 = 3+b$ แล้วจะได้สมการเป็นจริงเสมอ

ดังนั้น คำตอบของสมการ $b+3 = 3+b$ คือ จำนวนทุกจำนวน

ตอบ จำนวนทุกจำนวน

ตัวอย่างที่ 4 จงหาคำตอบของสมการ $y+7 = y$ โดยวิธีลองแทนค่าตัวแปร

วิธีทำ เนื่องจากไม่มีจำนวนใดแทน y ใน $y+7 = y$ แล้วได้สมการเป็นจริง

ดังนั้น ไม่มีจำนวนใดเป็นคำตอบของสมการ $y+7 = y$

ตอบ ไม่มีจำนวนใดเป็นคำตอบ

ตัวอย่างข้างต้นแสดงให้เห็นถึง สมการ 3 แบบ ตามลักษณะคำตอบ ดังนี้

1. *สมการที่มีจำนวนบางจำนวนเป็นคำตอบ* เช่น สมการในตัวอย่างที่ 1 และตัวอย่างที่ 2
2. *สมการที่มีจำนวนทุกจำนวนเป็นคำตอบ* เช่น สมการในตัวอย่างที่ 3
3. *สมการที่ไม่มีจำนวนใดเป็นคำตอบ* เช่น สมการในตัวอย่างที่ 4

แบบฝึกหัด 4.2

1. จงตรวจดูว่า จำนวนที่ให้ไว้ในวงเล็บ [ ] เป็นคำตอบของสมการที่กำหนดให้หรือไม่

   1) $z-3 = 7$ [10]
   2) $7-k = 2$ [0]
   3) $\frac{c}{-30} = 6$ [180]
   4) $-27 = x-18$ [-9]
   5) $1.2+b = 4.8$ [3.6]
   6) $\frac{3}{2} = m-\frac{1}{2}$ [2]

2. จงหาคำตอบของสมการต่อไปนี้ โดยวิธีลองแทนค่าตัวแปร

   1) $a+3 = 2$
   2) $2b = 15$
   3) $s-\frac{1}{7} = 0$
   4) $-t = 0$
   5) $7c = -1$
   6) $z^3 = -1{,}000$

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

7) $5x^2 = 20$ 8) $m + 3 = m$

9) $r^2 = \frac{1}{100}$ 10) $3n - n = 2n$

3. จงเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ในแต่ละข้อ แล้วหาคำตอบโดยวิธีลองแทนค่าตัวแปร

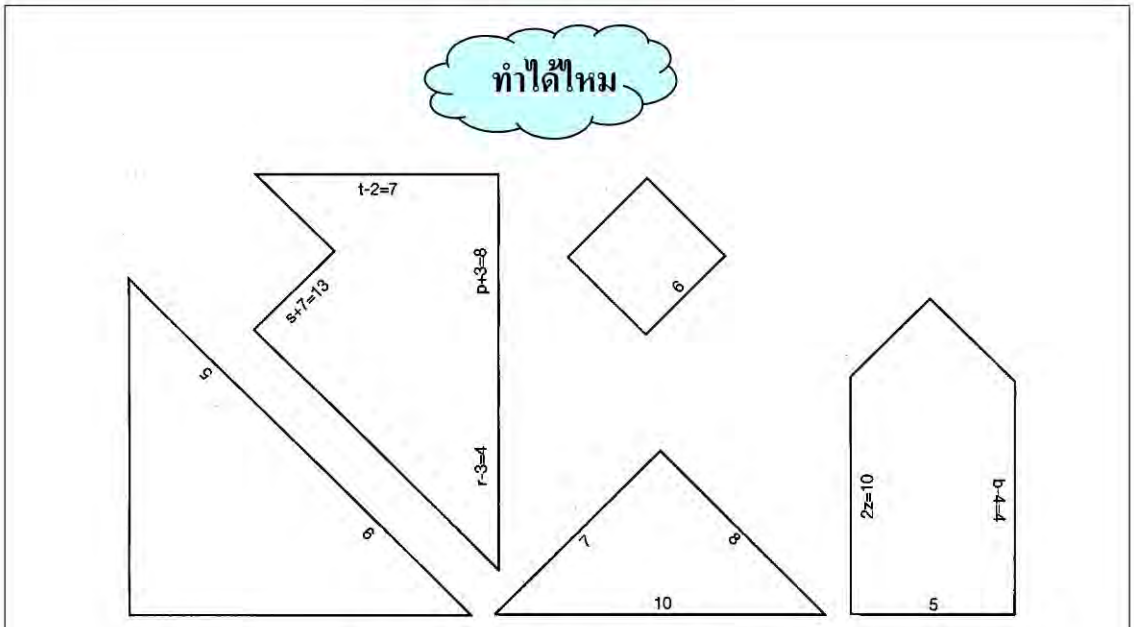
1) x ลบด้วย 11 เท่ากับ -5

2) จำนวนซึ่งน้อยกว่า x อยู่ 6 คือ 15

3) จำนวนซึ่งมากกว่า x อยู่ 3 เท่ากับ 16

4) สามเท่าของ y เท่ากับ -9

5) ผลบวกของ y กับ 3 เท่าของ y เท่ากับ 20



ให้นักเรียนลอกรูปชิ้นส่วนทั้งห้าชิ้นนี้ แล้วตัดรูปชิ้นส่วนทั้งห้า เพื่อนำมาต่อกันให้ได้รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสหนึ่งรูป

ถ้านักเรียนหาคำตอบของสมการแต่ละสมการบนด้านของชิ้นส่วนต่าง ๆ และนำด้านที่มีจำนวนที่เป็นคำตอบของสมการมาต่อกัน จะช่วยให้นักเรียนสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปนี้ได้ง่ายขึ้น

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

4.3 การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

การแก้สมการ คือ การหาคำตอบของสมการ นักเรียนเคยหาคำตอบของสมการโดยวิธีลองแทนค่าตัวแปรในสมการเพื่อให้สมการนั้นเป็นจริงมาแล้ว นักเรียนอาจมีปัญหาในการใช้วิธีนี้เมื่อสมการมีความซับซ้อนมากขึ้น เช่น เมื่อต้องการหาคำตอบของสมการ $\frac{3}{2}x - 5 = 29$ โดยวิธีลองแทนค่าตัวแปรในสมการ ซึ่งนักเรียนจะพบว่าเป็นการยากที่จะหาคำตอบของสมการได้เป็น $22\frac{2}{3}$

เพื่อความรวดเร็วในการหาคำตอบของสมการ เราจะใช้**สมบัติของการเท่ากัน** ในการหาคำตอบ ได้แก่ **สมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด สมบัติการบวก**และ**สมบัติการคูณ**

1. สมบัติสมมาตร

เรามีวิธีการเขียนแสดงการเท่ากันของจำนวนสองจำนวนได้สองแบบ เช่น

1.	$x = 8$	หรือ	$8 = x$
2.	$a + b = c$	หรือ	$c = a + b$
3.	$-5 = -3x$	หรือ	$-3x = -5$
4.	$x - 1 = 2x + 3$	หรือ	$2x + 3 = x - 1$
5.	$x = y$	หรือ	$y = x$

การเขียนแสดงการเท่ากันข้างต้นเป็นไปตาม **สมบัติสมมาตร** ซึ่งกล่าวว่า

> ถ้า $a = b$ แล้ว $b = a$ เมื่อ a และ b แทนจำนวนใด ๆ

2. สมบัติถ่ายทอด

นักเรียนเคยใช้สมบัติของการเท่ากันเพื่อให้ได้ข้อสรุป เช่น

1. ถ้า $x = y$ และ $y = 3$ แล้วจะสรุปได้ว่า $x = 3$
2. ถ้า $a + b = x$ และ $x = 7$ แล้วจะสรุปได้ว่า $a + b = 7$
3. ถ้า $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3+2}{6}$ และ $\frac{3+2}{6} = \frac{5}{6}$ แล้วจะสรุปได้ว่า $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

4. ถ้า $A = \ell \times W$ และ $\ell \times W = k$ แล้วจะสรุปได้ว่า $A = k$
5. ถ้า $x = y$ และ $y = z$ แล้วจะสรุปได้ว่า $x = z$

การใช้สมบัติของการเท่ากันข้างต้นเป็นไปตาม **สมบัติถ่ายทอด** ซึ่งกล่าวว่า

ถ้า $a = b$ และ $b = c$ แล้ว $a = c$ เมื่อ a, b และ c แทนจำนวนใด ๆ

3. สมบัติการบวก

ถ้ามีจำนวนสองจำนวนเท่ากัน เมื่อนำจำนวนอีกจำนวนหนึ่งมาบวกแต่ละจำนวนที่เท่ากันนั้น แล้วผลลัพธ์จะเท่ากัน เช่น

1. ถ้า $2 \times 3 = 6$ แล้ว $(2 \times 3) + (-5) = 6 + (-5)$
2. ถ้า $a = 5$ แล้ว $a + 3 = 5 + 3$
3. ถ้า $x + 5 = 10$ แล้ว $(x + 5) + (-5) = 10 + (-5)$
4. ถ้า $x = y$ แล้ว $x + z = y + z$ เมื่อ z แทนจำนวนใด ๆ

การใช้สมบัติของการเท่ากันข้างต้นเป็นไปตาม **สมบัติการบวก** ซึ่งกล่าวว่า

ถ้า $a = b$ แล้ว $a + c = b + c$ เมื่อ a, b และ c แทนจำนวนใด ๆ

จำนวนที่นำมาบวกกับแต่ละจำนวนที่เท่ากันนั้น อาจจะเป็นจำนวนบวกหรือจำนวนลบก็ได้ ในกรณีที่บวกด้วยจำนวนลบ มีความหมายเหมือนกับนำจำนวนบวกมาลบออกจากจำนวนทั้งสองข้างของสมการ คือ

ถ้า $a = b$ แล้ว $a + (-c) = b + (-c)$ หรือ $a - c = b - c$ เมื่อ a, b และ c แทนจำนวนใด ๆ นั่นคือ

ถ้า $a = b$ แล้ว $a - c = b - c$ เมื่อ a, b และ c แทนจำนวนใด ๆ

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

4. สมบัติการคูณ

ถ้ามีจำนวนสองจำนวนเท่ากัน เมื่อนำจำนวนอีกจำนวนหนึ่งคูณกับแต่ละจำนวนที่เท่ากันนั้น แล้วผลลัพธ์จะเท่ากัน เช่น

1. ถ้า $m = n$ แล้ว $2m = 2n$
2. ถ้า $x = y$ แล้ว $ax = ay$
3. ถ้า $a = b$ แล้ว $-\frac{1}{3}a = -\frac{1}{3}b$
4. ถ้า $\frac{x}{y} = z$ และ $y \neq 0$ แล้ว $x = yz$

การใช้สมบัติของการเท่ากันข้างต้นเป็นไปตาม **สมบัติการคูณ** ซึ่งกล่าวว่า

ถ้า $a = b$ แล้ว $ca = cb$ เมื่อ a, b และ c แทนจำนวนใด ๆ

จำนวนที่นำมาคูณกับจำนวนสองจำนวนที่เท่ากันนั้น อาจจะเป็นจำนวนเต็มหรือเป็นเศษส่วนก็ได้ เช่น

ถ้า $x = y$ แล้ว $\frac{1}{3}x = \frac{1}{3}y$ หรือ $\frac{x}{3} = \frac{y}{3}$

และถ้า $a = b, c \neq 0$ แล้ว $\frac{1}{c} \times a = \frac{1}{c} \times b$ หรือ $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$

นั่นคือ

ถ้า $a = b$ แล้ว $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ เมื่อ a, b และ c แทนจำนวนใด ๆ ที่ $c \neq 0$

ตัวอย่างที่ 1 จงแก้สมการ $a - 12 = 35$

วิธีทำ $a - 12 = 35$

นำ 12 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $a - 12 + 12 = 35 + 12$

หรือ $a = 47$

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

ตรวจสอบ แทน a ด้วย 47 ในสมการ $a - 12 = 35$

จะได้ $47 - 12 = 35$

$35 = 35$ เป็นสมการที่เป็นจริง

ดังนั้น 47 เป็นคำตอบของสมการ $a - 12 = 35$

ตอบ 47

ตัวอย่างที่ 2 จงแก้สมการ $b + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$

วิธีทำ $b + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$

นำ $\frac{1}{2}$ มาลบทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $b + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = \frac{7}{2} - \frac{1}{2}$

$b = \frac{6}{2}$

หรือ $b = 3$

ตรวจสอบ แทน b ด้วย 3 ในสมการ $b + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$

จะได้ $3 + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$

$\frac{6+1}{2} = \frac{7}{2}$

$\frac{7}{2} = \frac{7}{2}$ เป็นสมการที่เป็นจริง

ดังนั้น 3 เป็นคำตอบของสมการ $b + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$

ตอบ 3

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

ตัวอย่างที่ 3 จงแก้สมการ $\frac{c}{5} = -15$

วิธีทำ $\frac{c}{5} = -15$

นำ 5 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $\frac{c}{5} \times 5 = -15 \times 5$

หรือ $c = -75$

ตรวจสอบ แทน c ด้วย -75 ในสมการ $\frac{c}{5} = -15$

จะได้ $\frac{-75}{5} = -15$

$-15 = -15$ เป็นสมการที่เป็นจริง

ดังนั้น -75 เป็นคำตอบของสมการ $\frac{c}{5} = -15$

ตอบ -75

ตัวอย่างที่ 4 จงแก้สมการ $-3d = 20$

วิธีทำ $-3d = 20$

นำ -3 มาหารทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $\frac{-3d}{-3} = \frac{20}{-3}$

หรือ $d = -\frac{20}{3}$

ตรวจสอบ แทน d ด้วย $-\frac{20}{3}$ ในสมการ $-3d = 20$

จะได้ $(-3) \times \left(-\frac{20}{3}\right) = 20$

$20 = 20$ เป็นสมการที่เป็นจริง

ดังนั้น $-\frac{20}{3}$ เป็นคำตอบของสมการ $-3d = 20$

ตอบ $-\frac{20}{3}$ หรือ $-6\frac{2}{3}$

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

ตัวอย่างที่ 5 จงแก้สมการ $1.5y = -7.5$

วิธีทำ $1.5y = -7.5$

นำ 1.5 มาหารทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $\frac{1.5y}{1.5} = \frac{-7.5}{1.5}$

หรือ $y = -5$

ตรวจสอบ แทน y ด้วย -5 ในสมการ $1.5y = -7.5$

จะได้ $1.5 \times (-5) = -7.5$

$-7.5 = -7.5$ เป็นสมการที่เป็นจริง

ดังนั้น -5 เป็นคำตอบของสมการ $1.5y = -7.5$

ตอบ -5

แบบฝึกหัด 4.3 ก

1. จงเติมข้อความต่อไปนี้ให้สมบูรณ์

1) ให้ $-\frac{1}{2}x = \frac{3}{4}$ ดังนั้น $\frac{3}{4}$ = ...

2) ให้ $-a = 3$ และ $3 = b$ ดังนั้น ..... $= b$

3) ให้ $6 = 2(y+3)$ ดังนั้น $2(y+3)$ = ...

4) ให้ $x+5 = t$ และ $t = -12$ ดังนั้น $x+5$ = ...

5) ให้ $\frac{1}{2}xy = A$ และ $A = 60$ ดังนั้น $\frac{1}{2}xy$ = ...

6) ให้ $x = 2y$ ดังนั้น $x-9$ = ...

7) ให้ $3m-5 = 10$ ดังนั้น ..... $= 15$

8) ให้ $\frac{7}{2}m = n$ ดังนั้น ..... $= \frac{2}{7}n$

9) ให้ $y = \frac{x}{-8}$ ดังนั้น $-8y$ = ...

10) ให้ $a+3b = 8$ ดังนั้น ..... $= 8-3b$

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

11) ให้ $\frac{0.5}{x} = 12$ เมื่อ $x \neq 0$ ดังนั้น $0.5 =$ .....

12) ให้ $\frac{x+9}{-3} = 10$ ดังนั้น ..... $= 10 \times (-3)$

2. จงแก้สมการต่อไปนี้พร้อมทั้งแสดงวิธีตรวจสอบคำตอบด้วย

1) $m - 3 = 7$
2) $b + 5 = 16$
3) $13 = p - 6$
4) $12 + \ell = -14$
5) $s - 15 = -17$
6) $n - (-3) = 2$
7) $t - 2.6 = 1.2$
8) $x + 8.5 = 10.6$
9) $1.3 = -4.8 + a$
10) $-5.7 = 4.2 + d$
11) $k - \frac{5}{3} = \frac{7}{3}$
12) $r + \frac{7}{9} = \frac{11}{9}$
13) $-\frac{5}{3} = -b - \frac{1}{2}$
14) $-z + \frac{8}{9} = -\frac{4}{9}$
15) $5y = 45$
16) $6x = -42$
17) $-0.3w = 2.4$
18) $-0.7x = -4.9$
19) $-\frac{1}{6}y = -8$
20) $-\frac{5}{8}x = -10$
21) $\frac{z}{-0.5} = 2.5$
22) $\frac{a}{3} = -14$

ตัวอย่างที่ 6 จงแก้สมการ $\frac{z}{3} + 2 = 7$

วิธีทำ $\frac{z}{3} + 2 = 7$

นำ 2 มาลบทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $\frac{z}{3} + 2 - 2 = 7 - 2$

$\frac{z}{3} = 5$

นำ 3 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $\frac{z}{3} \times 3 = 5 \times 3$

หรือ $z = 15$

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

ตรวจสอบ แทน z ด้วย 15 ในสมการ $\frac{z}{3}+2 = 7$

จะได้ $\frac{15}{3}+2 = 7$

$5+2 = 7$

$7 = 7$ เป็นสมการที่เป็นจริง

ดังนั้น 15 เป็นคำตอบของสมการ $\frac{z}{3}+2 = 7$

ตอบ 15

ตัวอย่างที่ 7 จงแก้สมการ $5x+\frac{3}{2} = -1$

วิธีทำ $5x+\frac{3}{2} = -1$

นำ $\frac{3}{2}$ มาลบทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $5x+\frac{3}{2}-\frac{3}{2} = -1-\frac{3}{2}$

$5x = -\frac{5}{2}$

นำ 5 มาหารทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $\frac{5x}{5} = \frac{-\frac{5}{2}}{5}$

$x = \left(-\frac{5}{2}\right)\times\frac{1}{5}$

หรือ $x = -\frac{1}{2}$

ตรวจสอบ แทน x ด้วย $-\frac{1}{2}$ ในสมการ $5x+\frac{3}{2} = -1$

จะได้ $\left[5\times\left(-\frac{1}{2}\right)\right]+\frac{3}{2} = -1$

$-\frac{5}{2}+\frac{3}{2} = -1$

$-\frac{2}{2} = -1$

$-1 = -1$ เป็นสมการที่เป็นจริง

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

ดังนั้น $-\frac{1}{2}$ เป็นคำตอบของสมการ $5x+\frac{3}{2} = -1$

ตอบ $-\frac{1}{2}$

ตัวอย่างที่ 8 จงแก้สมการ $\frac{1}{2}(c+3) = 1$

วิธีทำ

วิธีที่ 1

$$\frac{1}{2}(c+3) = 1$$

นำ 2 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $2\times\frac{1}{2}(c+3) = 2\times 1$

$$\frac{2}{2}(c+3) = 2$$

$$c+3 = 2$$

นำ 3 มาลบทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $c+3-3 = 2-3$

หรือ $c = -1$

ตรวจสอบ แทน c ด้วย -1 ในสมการ $\frac{1}{2}(c+3) = 1$

จะได้ $\frac{1}{2}[(-1)+3] = 1$

$$\frac{1}{2}(2) = 1$$

$1 = 1$ เป็นสมการที่เป็นจริง

ดังนั้น -1 เป็นคำตอบของสมการ $\frac{1}{2}(c+3) = 1$

ตอบ -1

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

วิธีที่ 2 $\frac{1}{2}(c+3) = 1$

นำ $\frac{1}{2}$ คูณในวงเล็บ (สมบัติการแจกแจง)

จะได้ $\frac{1}{2}c + \frac{3}{2} = 1$

นำ $\frac{3}{2}$ มาลบทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $\frac{1}{2}c + \frac{3}{2} - \frac{3}{2} = 1 - \frac{3}{2}$

$\frac{1}{2}c = \frac{2-3}{2}$

$\frac{1}{2}c = -\frac{1}{2}$

นำ 2 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $2 \times \frac{1}{2}c = 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)$

หรือ $c = -1$

ตรวจสอบ แทน c ด้วย -1 ในสมการ $\frac{1}{2}(c+3) = 1$

จะได้ $\frac{1}{2}[(-1)+3] = 1$

$\frac{1}{2}(2) = 1$

$1 = 1$ เป็นสมการที่เป็นจริง

ดังนั้น -1 เป็นคำตอบของสมการ $\frac{1}{2}(c+3) = 1$

ตอบ -1

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

ตัวอย่างที่ 9 จงแก้สมการ $5x + 3 = 3x - 5$

วิธีทำ $5x + 3 = 3x - 5$

นำ $-3x$ มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $(-3x) + 5x + 3 = (-3x) + 3x - 5$

$(-3 + 5)x + 3 = (-3 + 3)x - 5$

$2x + 3 = -5$

นำ 3 มาลบทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $2x + 3 - 3 = -5 - 3$

$2x = -8$

นำ 2 มาหารทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $\frac{2x}{2} = \frac{-8}{2}$

หรือ $x = -4$

ตรวจสอบ แทน x ด้วย -4 ในสมการ $5x + 3 = 3x - 5$

จะได้ $[5 \times (-4)] + 3 = [3 \times (-4)] - 5$

$-20 + 3 = -12 - 5$

$-17 = -17$ เป็นสมการที่เป็นจริง

ดังนั้น -4 เป็นคำตอบของสมการ $5x + 3 = 3x - 5$

ตอบ -4

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

ตัวอย่างที่ 10 จงแก้สมการ $\frac{2}{3}x - \frac{1}{6}x = \frac{5}{6}$

วิธีทำ

$$\frac{2}{3}x - \frac{1}{6}x = \frac{5}{6}$$

$$\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right)x = \frac{5}{6}$$

$$\frac{3}{6}x = \frac{5}{6}$$

นำ 6 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $3x = 5$

นำ 3 มาหารทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $x = \frac{5}{3}$

ตรวจสอบ แทน x ด้วย $\frac{5}{3}$ ในสมการ $\frac{2}{3}x - \frac{1}{6}x = \frac{5}{6}$

จะได้ $\left(\frac{2}{3}\times\frac{5}{3}\right) - \left(\frac{1}{6}\times\frac{5}{3}\right) = \frac{5}{6}$

$$\frac{10}{9} - \frac{5}{18} = \frac{5}{6}$$

$\frac{5}{6} = \frac{5}{6}$ เป็นสมการที่เป็นจริง

ดังนั้น $\frac{5}{3}$ เป็นคำตอบของสมการ $\frac{2}{3}x - \frac{1}{6}x = \frac{5}{6}$

ตอบ $\frac{5}{3}$ หรือ $1\frac{2}{3}$

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

แบบฝึกหัด 4.3 ข

1. จงแก้สมการต่อไปนี้ พร้อมทั้งแสดงวิธีตรวจสอบคำตอบด้วย

1) $5x + 6 = 31$
2) $3y + 4 = -17$
3) $3b - 6 = 21$
4) $-112 - 2y = -24$
5) $26.5 = 1 + 0.25x$
6) $-0.3y - 0.6 = 0.9$
7) $\frac{x+1}{5} = 7$
8) $\frac{1}{3}(y - 4) = 7$
9) $\frac{x}{6} - 1 = 13$
10) $-20 = \frac{2}{3}y - 8$
11) $0.6(x + 0.5) = 0.15$
12) $0.6x + 0.5 = 0.15$

2. จงแก้สมการต่อไปนี้ พร้อมทั้งแสดงวิธีตรวจสอบคำตอบด้วย

1) $\frac{4x}{3} - \frac{2x}{5} = -1$
2) $\frac{16}{5}y = 4 + \frac{1}{5}y$
3) $12x + 3(x - 2) = 0$
4) $4y + 2(y + 1) = -10$
5) $\frac{2x}{3} + \frac{1}{5} = \frac{x}{3} + \frac{4}{5}$
6) $3b - 6 = \frac{b}{2} + \frac{1}{3}$
7) $\frac{k}{2} - \frac{3}{5} = \frac{k}{3} + \frac{1}{10}$
8) $\frac{3}{4} - \frac{t}{3} = 2t - 6$
9) $5s + 2\frac{1}{5} = \frac{3}{5}s + 2$
10) $3\frac{2}{5}y - 4 = 2 - \frac{1}{2}y$
11) $\frac{2}{7}(3 + 2a) = \frac{10}{7}$
12) $-\frac{3}{8}(2m + 11) - \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$

คิด

จงหาจำนวนมาแทน A, B และ C ในสมการต่อไปนี้ แล้วทำให้สมการเหล่านี้เป็นจริง

$$5\frac{7}{12}A = B$$

$$B + \left(-1\frac{5}{12}\right) = C$$

$$C + \left(-2\frac{1}{3}\right) = -2\frac{1}{2}$$

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

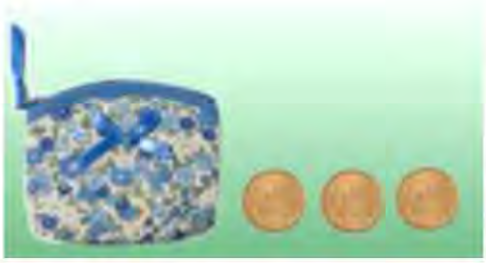
4.4 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ในการแก้ปัญหาที่ต้องใช้คณิตศาสตร์ จะพบว่ามีปัญหามากมายที่จะแก้ได้โดยง่ายถ้าเขียนความสัมพันธ์ของสิ่งที่ต้องการหาให้อยู่ในรูปของสมการ และหาคำตอบของสมการนั้นได้

ดังนั้น เราจึงควรรู้จักเขียนสมการจากเงื่อนไขในโจทย์ปัญหา และหาคำตอบของสมการนั้นด้วย

ให้นักเรียนดูตัวอย่างการเขียนสมการเพื่อหาคำตอบของโจทย์ปัญหาข้างล่างนี้

ตัวอย่าง จงเขียนสมการเพื่อหาจำนวนเหรียญในกระเป๋าสตางค์ข้างล่างนี้ ถ้าทราบว่ามีเหรียญทั้งหมด 12 เหรียญ



วิธีทำ ให้ x แทนจำนวนเหรียญในกระเป๋า

เขียนสมการได้ดังนี้ $x + 3 = 12$

เขียนสมการได้หรือไม่

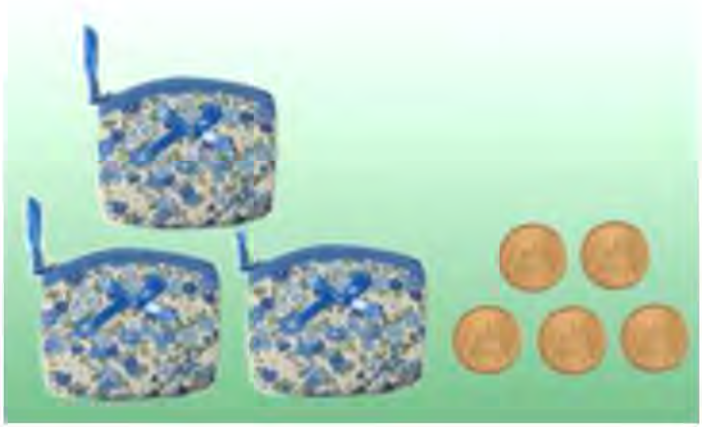
ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดต่อไปนี้ (ให้ x แทนจำนวนที่ต้องการหา)

1.

ปลาตัวหนึ่งมีส่วนหัวยาวเป็น $\frac{1}{5}$ เท่าของตัวปลา ถ้าส่วนหัวยาว 5.5 เซนติเมตร จงเขียนสมการเพื่อหาความยาวของตัวปลา

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

2.



ถ้ากระเป๋าแต่ละใบมีเหรียญเป็นจำนวนเท่า ๆ กัน จงเขียนสมการเพื่อหาจำนวนเหรียญในกระเป๋าแต่ละใบ ถ้าทราบว่ามีเหรียญทั้งหมด 38 เหรียญ

3. อีก 3 ปี มานะจะมีอายุครบ 21 ปี จงเขียนสมการเพื่อหาอายุปัจจุบันของมานะ
4. ห้าเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่ง ลบออกด้วย 4 แล้วมีค่าเท่ากับ 36 จงเขียนสมการเพื่อหาค่าของจำนวนนั้น
5. น้อยมีเงินมากกว่านิด 6 บาท ทั้งสองคนมีเงินรวมกัน 40 บาท จงเขียนสมการเพื่อหาจำนวนเงินของน้อยและนิด
6. ก้องได้รับเงินปันผลมาจำนวนหนึ่ง หลังจากนำไปซื้อพัดลมราคา 1,290 บาท แล้วยังเหลือเงินอยู่อีก 350 บาท จงเขียนสมการเพื่อหาจำนวนเงินปันผลที่ก้องได้รับ
7. เมื่อ 5 ปีที่แล้วฝาแฝดสองคนมีอายุรวมกันเป็น 18 ปี จงเขียนสมการเพื่อหาว่าปัจจุบันฝาแฝดคู่นี้มีอายุเท่าไร
8.

เอดิสันเกิดเมื่อ ค.ศ. 1847 เขาประดิษฐ์หลอดไฟฟ้าสำเร็จเมื่อ ค.ศ. 1879 จงเขียนสมการเพื่อหาอายุในปีที่เขาประดิษฐ์หลอดไฟฟ้า

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

แบบฝึกหัด 4.4 ก

1. สวัสดิ์อายุ x ปี จงเขียนสัญลักษณ์แสดงอายุของคนซึ่งเกี่ยวข้องกับอายุของสวัสดิ์ ดังนี้
   1) แก่กว่าสวัสดิ์ 7 ปี
   2) อ่อนกว่าสวัสดิ์ 3 ปี
   3) มีอายุเป็นสองเท่าของอายุของสวัสดิ์
   4) มีอายุน้อยกว่าสองเท่าของอายุของสวัสดิ์ 5 ปี
   5) มีอายุเท่ากับอายุของสวัสดิ์ในอีก 10 ปีข้างหน้า
   6) เมื่อสี่ปีที่แล้ว มีอายุเท่ากับอายุปัจจุบันของสวัสดิ์
2. ผลต่างของจำนวนสองจำนวนเท่ากับ 6
   1) ถ้าจำนวนที่น้อยกว่าคือ x จำนวนที่มากกว่า จะเท่ากับเท่าใด
   2) ถ้าจำนวนที่มากกว่าคือ y จำนวนที่น้อยกว่า จะเท่ากับเท่าใด
3. เด็กคนหนึ่งมีอายุแก่กว่าเด็กอีกคนหนึ่ง 3 ปี ผลบวกของอายุของเด็กทั้งสองเท่ากับ 17 ปี
   1) ถ้าเด็กที่อ่อนกว่ามีอายุ x ปี เด็กที่แก่กว่าจะมีอายุเท่าใด
   2) จงเขียนสมการเพื่อหาอายุของเด็กสองคนนี้
4. ศักดิ์อ่อนกว่าแสวง 7 ปี ถ้าศักดิ์อายุ x ปี
   1) แสวงมีอายุเท่าใด
   2) ผลบวกของอายุของคนทั้งสองเป็นเท่าใด
   3) ถ้าผลบวกของอายุของคนทั้งสองเท่ากับ 19 ปี จงเขียนสมการเพื่อหาอายุของศักดิ์และแสวง
5. จงเขียนโจทย์ปัญหาที่มีสมการเป็นไปตามที่กำหนดให้ในแต่ละข้อต่อไปนี้
   1) $x + 60 = 300$
   2) $5x - 1 = 9$
   3) $2(x - 10) = 40$
   4) $2x - 10 = 40$

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการใช้สมการแก้โจทย์ปัญหา

ตัวอย่างที่ 1 สุเทพมีขนมถ้วยฟูอยู่ถุงหนึ่ง แบ่งให้น้อง $\frac{1}{4}$ ของจำนวนขนมในถุงนั้น ปรากฏว่าน้องได้ขนมไป 5 ชิ้น เดิมสุเทพมีขนมอยู่กี่ชิ้น

วิธีทำ ให้ x แทนจำนวนขนมที่มีอยู่เดิมในถุง

ดังนั้น $\frac{1}{4}x = 5$

นำ 4 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $\frac{1}{4}x \times 4 = 5 \times 4$

หรือ $x = 20$

ตรวจสอบ $\frac{1}{4}$ ของจำนวนขนมเท่ากับ $\frac{1}{4} \times 20 = 5$ ซึ่งเป็นไปตามเงื่อนไขในโจทย์

ดังนั้น เดิมสุเทพมีขนมอยู่ 20 ชิ้น

ตอบ 20 ชิ้น

ตัวอย่างที่ 2 เตยมีเงิน 500 บาท สองเท่าของจำนวนเงินส่วนที่ต้นมีมากกว่าเตยเท่ากับ 150 บาท จงหาว่าต้นมีเงินกี่บาท

วิธีทำ ให้ต้นมีเงิน x บาท

จำนวนเงินส่วนที่ต้นมีมากกว่าเตยเท่ากับ $x - 500$ บาท

ดังนั้น $2(x - 500) = 150$

นำ 2 มาหารทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $\frac{2(x-500)}{2} = \frac{150}{2}$

$x - 500 = 75$

นำ 500 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $x - 500 + 500 = 75 + 500$

หรือ $x = 575$

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

ตรวจสอบ สองเท่าของจำนวนเงินส่วนที่ต้นมีมากกว่าเดยเท่ากับ
$2(575 - 500) = 2(75) = 150$ ซึ่งเป็นไปตามเงื่อนไขในโจทย์
ดังนั้น ต้นมีเงิน 575 บาท
ตอบ 575 บาท

นักเรียนจะสังเกตเห็นว่าการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการทำได้ตามลำดับ ดังนี้

ขั้นที่ 1 วิเคราะห์โจทย์เพื่อหาว่า โจทย์กำหนดอะไรมาให้ และให้หาอะไร
ขั้นที่ 2 กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หาหรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ให้หา
ขั้นที่ 3 พิจารณาเงื่อนไขที่แสดงการเท่ากันในโจทย์ แล้วนำมาเขียนเป็นสมการ
ขั้นที่ 4 แก้สมการเพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ
ขั้นที่ 5 ตรวจสอบคำตอบที่ได้กับเงื่อนไขในโจทย์

ตัวอย่างที่ 3 สามในสี่ของรายได้ของนาย ก น้อยกว่ารายได้ของนาย ข อยู่ 500 บาท ถ้านาย ข มีรายได้ 2,600 บาท จงหารายได้ของนาย ก

วิธีทำ ให้รายได้ของนาย ก เป็น x บาท
ดังนั้น สามในสี่ของรายได้ของนาย ก เท่ากับ $\frac{3}{4}x$ บาท
$\frac{3}{4}x$ บาท น้อยกว่ารายได้ของนาย ข อยู่ 500 บาท
ดังนั้น รายได้ของนาย ข เท่ากับ $\frac{3}{4}x + 500$ บาท
แต่รายได้ของนาย ข เท่ากับ 2,600 บาท
ดังนั้น $\frac{3}{4}x + 500 = 2,600$
นำ 500 มาลบทั้งสองข้างของสมการ
จะได้ $\frac{3}{4}x + 500 - 500 = 2,600 - 500$

$$\frac{3}{4}x = 2,100$$

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

นำ $\frac{4}{3}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $\frac{4}{3}\times\frac{3}{4}x = \frac{4}{3}\times 2{,}100$

$x = 2{,}800$

ตรวจสอบ สามในสี่ของรายได้ของนาย ก น้อยกว่ารายได้ของนาย ข คิดเป็นเงิน

$$2{,}600-\left(\frac{3}{4}\times 2{,}800\right) = 2{,}600-2{,}100 = 500 \text{ บาท}$$

ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์

ดังนั้น รายได้ของนาย ก เท่ากับ 2,800 บาท

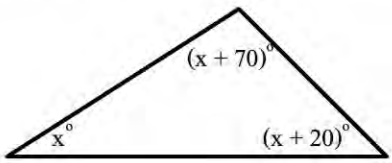
ตอบ 2,800 บาท

แบบฝึกหัด 4.4 ข

1. เศษหนึ่งส่วนสี่ของจำนวนจำนวนหนึ่งเท่ากับ 15 จงหาจำนวนนั้น
2. เศษสามส่วนห้าของจำนวนจำนวนหนึ่งมากกว่า 15 อยู่ 60 จงหาจำนวนนั้น
3. สองเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งบวกกับ 43 เท่ากับ 32 จงหาจำนวนนั้น
4. ถ้านำ 6 มาบวกกับจำนวนจำนวนหนึ่ง แล้วสี่เท่าของผลบวกนั้นคือ 48 จงหาจำนวนนั้น
5. เด็กชายชอบคิดกล่าวว่า “ฉันนึกถึงจำนวนจำนวนหนึ่งซึ่งคูณด้วย 10 แล้วบวกด้วย 10 จะได้ผลลัพธ์เป็น 100” ชอบคิดนึกถึงจำนวนใด
6. สามเท่าของผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่ง กับ 7 เป็น 33 จงหาจำนวนนั้น
7. แปดเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งมากกว่า 3 อยู่ 96 จงหาจำนวนนั้น
8. แปดเท่าของส่วนที่จำนวนจำนวนหนึ่งมากกว่า 3 เท่ากับ 96 จงหาจำนวนนั้น
9. ถ้าไม่คิดกระดูกส่วนหัว 29 ชิ้น แล้วร่างกายคนจะมีกระดูกของส่วนที่เหลือ 177 ชิ้น จงหาว่าในร่างกายคนมีกระดูกทั้งหมดกี่ชิ้น
10. จระเข้ตัวที่ยาวที่สุดยาวเป็น 4 เท่าของเรือบด ถ้าจระเข้ตัวที่ยาวที่สุดยาว 10 เมตร เรือบดยาวเท่าใด

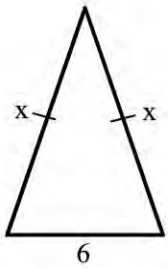
Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึ่งกระทำ บ้างไม่พึ่งกระทำ

11. $\frac{2}{3}$ ของจำนวนนักเรียนในชั้นหนึ่งเป็นหญิง ถ้ามีนักเรียนหญิงในชั้น 18 คน นักเรียนชั้นนี้มีกี่คน
12. นลินีมีอายุเป็น $\frac{4}{7}$ เท่าของอายุบุษบา ถ้านลินีมีอายุ 28 ปี บุษบาจะมีอายุกี่ปี
13. เศษสองส่วนสามของส่วนที่เจริญมีอายุมากกว่าจริยาเท่ากับ 12 ถ้าจริยามีอายุ 20 ปี เจริญจะมีอายุกี่ปี
14. เมื่อ 3 ปีที่แล้วบุตรมีอายุเป็นหนึ่งในหกของอายุของบิดา ถ้าปัจจุบันบุตรมีอายุ 8 ปี จงหาอายุปัจจุบันของบิดา
15. วินัยมีสมุดอยู่ 6 โหล ได้รับบริจาคมาอีกจำนวนหนึ่ง เมื่อนำไปแจกนักเรียน 64 คน ปรากฏว่านักเรียนได้รับแจกสมุดคนละ 3 เล่มพอดี จงหาว่าวินัยได้รับบริจาคสมุดมาจำนวนเท่าใด
16. กนกวัดด้านยาวของห้องเรียนได้ยาว 12 เมตร แต่เขารู้ว่าความยาวรอบห้องเรียนเป็น 40 เมตร จงหาว่าห้องเรียนนี้กว้างเท่าใด
17. พิทักษ์มีเงินจำนวนหนึ่ง เขาใช้เงินครึ่งหนึ่งของที่มีอยู่ซื้อหนังสือ แล้วซื้อขนมอีก 3 บาท ปรากฏว่าเขาเหลือเงิน 6 บาท เดิมเขามีเงินเท่าใด
18. ศักดิ์ตัดหญ้าที่สนามโดยใช้เวลา $\frac{2}{3}$ ของเวลาที่เคยใช้ตัดหญ้าจนเสร็จ แต่มีงานอื่นจึงมอบให้ยุทธตัดหญ้าต่อ ยุทธใช้เวลาตัดหญ้าอีก 2 ชั่วโมงจึงเสร็จ ถ้าการตัดหญ้าครั้งนี้ใช้เวลาทั้งสิ้น 5 ชั่วโมง จงหาว่าถ้าศักดิ์ตัดหญ้าตั้งแต่ต้นจนเสร็จเขาต้องใช้เวลากี่ชั่วโมง
19. ต่อและต้อช่วยกันสะสมเงินไว้ซื้อของขวัญวันเกิดให้คุณแม่ หลังจากหาของขวัญให้คุณแม่เป็นเงิน 620 บาท แล้วปรากฏว่ายังเหลือเงินอยู่อีก 135 บาท ถ้าต่อสะสมเงินได้ 440 บาท จงหาว่าต้อสะสมเงินได้เท่าไร
20. นักเรียนเคยทราบมาแล้วว่า ผลบวกของขนาดของมุมภายในทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งเป็น 180 องศา จงหาขนาดของมุมทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมต่อไปนี้



Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

21. จากรูป



1) จงเขียนสัญลักษณ์แทนความยาวรอบรูป
2) ถ้าความยาวรอบรูปเป็น 32 เซนติเมตร จงหาความยาวของด้านที่ยาวเท่ากัน

22. กำหนดให้ x เป็นจำนวนคู่

1) จำนวนคู่ถัดจาก x ขึ้นไปคือจำนวนใด
2) จำนวนคู่ถัดจาก x ลงมาคือจำนวนใด
3) ถ้าผลบวกของจำนวนคู่ทั้งสามจำนวนข้างต้นเท่ากับ 48 จงหาจำนวนทั้งสามนี้

หนูนิดอ่านหนังสือได้ 100 หน้า ในเวลา 5 วัน แต่ละวันหนูนิดอ่านหนังสือมากกว่าวันที่แล้วมาวันละ 5 หน้า อยากทราบว่าวันที่สี่หนูนิดอ่านหนังสือได้กี่หน้า

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

จัตุรัสกลสำหรับการบวก

ใน “จัตุรัสกล” สำหรับการบวกต่อไปนี้ ผลบวกของจำนวนในแต่ละแถว ผลบวกของจำนวนในแต่ละหลัก ผลบวกของจำนวนในแต่ละแนวเส้นทแยงมุมเท่ากันหมดคือเท่ากับ 27 แต่จัตุรัสกลนี้ยังไม่สมบูรณ์ เพราะยังไม่ได้หาค่าของ x และบางช่องยังไม่มีจำนวนปรากฏอยู่ จงเติมจัตุรัสกลต่อไปนี้ให้สมบูรณ์

7	3x	11
x + 5		

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

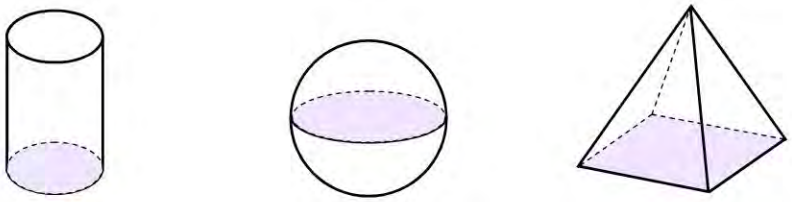
บทที่ 5
ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

5.1 ภาพของรูปเรขาคณิตสามมิติ

รูปเรขาคณิต เป็นรูปที่ประกอบด้วย จุด เส้นตรง เส้นโค้ง ระนาบ ฯลฯ อย่างน้อยหนึ่งอย่าง

รูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม วงกลม เป็นตัวอย่างของ **รูปเรขาคณิตสองมิติ**

ทรงกระบอก ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก กรวย พีระมิด ทรงกลม เป็นตัวอย่างของ **รูปเรขาคณิตสามมิติ** หรือ ทรงสามมิติ

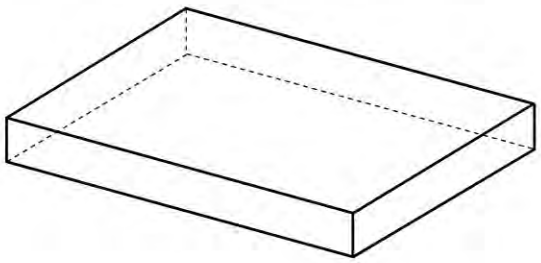


ในชีวิตประจำวันนักเรียนพบเห็นสิ่งต่าง ๆ ที่มีลักษณะเป็นรูปเรขาคณิตอยู่มากมาย และจะพบว่ารูปเรขาคณิตสามมิติหรือทรงสามมิติมีส่วนประกอบของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติและรูปเรขาคณิตสองมิติ เช่น

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึ่งกระทำ บ้างไม่พึ่งกระทำ

ถ้านักเรียนหยิบหนังสือที่มีความหนา ขึ้นมา 1 เล่ม จะเห็นหนังสือมีลักษณะเป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก หน้าปกเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ขอบปกเป็นส่วนของเส้นตรง มุมทุกมุมที่เกิดจากขอบปกและขอบสันเป็นมุมที่มีขนาดเท่ากับ 90 องศา

เนื่องจากหนังสือมีลักษณะเป็นรูปเรขาคณิตสามมิติ มีความกว้าง ความยาวและความหนา เมื่อเขียนรูปโครงสร้างของหนังสือเล่มนี้บนกระดาษจะได้เป็นดังนี้



มุมของหนังสือเป็นมุมฉาก แต่จากรูปจะเห็นว่า เมื่อเขียนรูปเพื่อให้มองเห็นเป็นมุมฉาก จะต้องเขียนไม่ให้เป็นมุมฉาก

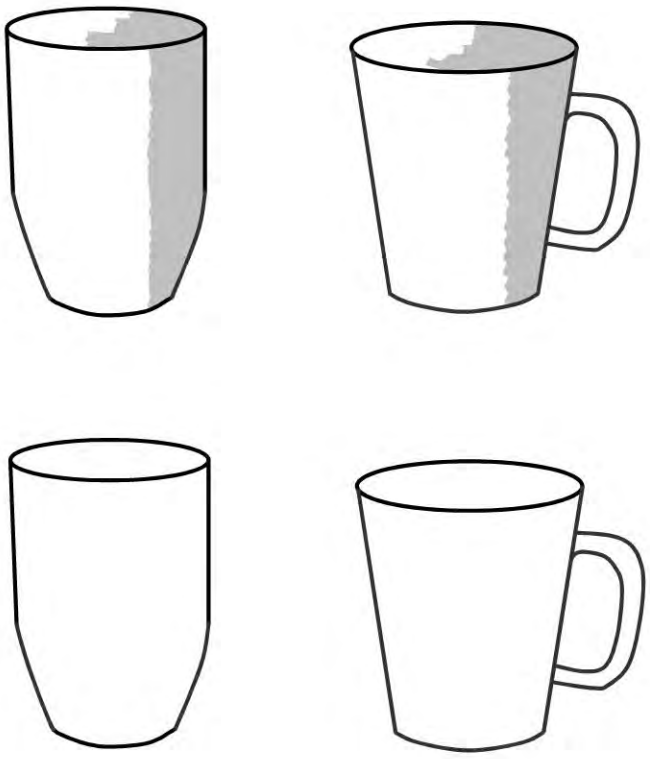
ขอบปกหรือขอบสันหนังสือที่มองเห็นจากด้านหน้า จะเขียนแทนด้วยเส้นทึบ ส่วนขอบปกหรือขอบสันหนังสือที่มองไม่เห็นจากด้านหน้า จะเขียนแทนด้วยเส้นประ

เนื่องจากรูปเรขาคณิตสามมิติเป็นรูปที่มีส่วนกว้าง ส่วนยาวและส่วนสูง การเขียนภาพของสิ่งต่าง ๆ ที่มีลักษณะเป็นรูปเรขาคณิตสามมิติบนกระดาษจะต้องเขียนให้เห็นว่ามีส่วนหนาหรือส่วนลึก อาจใช้การแรเงาหรือเขียนเส้นประช่วย หรือเขียนรูปในลักษณะเอียงให้เห็นมุมมองด้านหลังของสิ่งนั้น ทั้งนี้เพื่อช่วยให้ผู้มองภาพบนกระดาษเกิดความรู้สึกว่า รูปนั้นเป็นภาพของสิ่งที่มีลักษณะเป็นรูปเรขาคณิตสามมิติชนิดใด เช่น

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

แก้วน้ำทรงกระบอกที่ปากแก้ว และก้นแก้วเป็นวงกลม ดังรูป

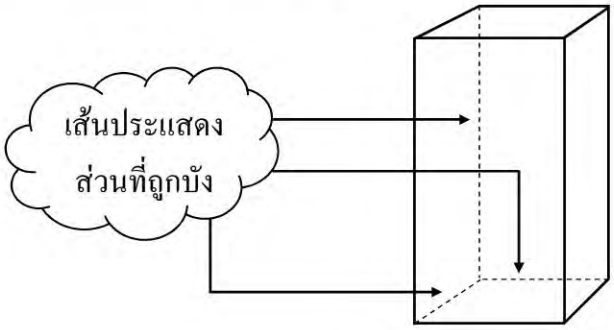
เมื่อเขียนภาพของแก้วน้ำจะต้องเขียนปากแก้วและก้นแก้วให้เป็นวงรี โดยใช้การแรเงาหรือเส้นประช่วยให้มองภาพเป็นสามมิติ ดังรูป



Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

ตู้เย็นที่มีลักษณะเป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ฐาน ด้านบน ด้านหน้า ด้านข้างและด้านหลังเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ดังรูป

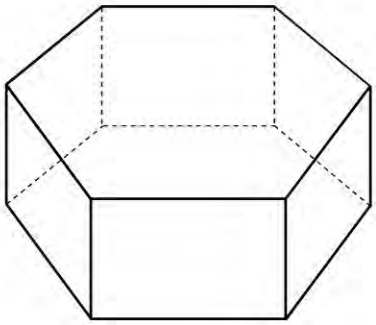
เมื่อเขียนภาพของตู้เย็นนี้ควรเขียนฐาน ด้านบนและด้านข้างให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน และใช้เส้นประแสดงส่วนที่ถูกบัง ดังรูป



กล่องที่มีลักษณะเป็นปริซึมฐานหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ด้านข้างแต่ละหน้าเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ดังรูป

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

เมื่อเขียนภาพของกล่องนี้จะต้องเขียนฐานและด้านบนให้เป็นรูปหกเหลี่ยมที่ด้านยาวเท่ากันทุกด้านแต่มุมมีขนาดไม่เท่ากัน ด้านข้างต้องเขียนเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ดังรูป



การเขียนภาพของรูปเรขาคณิตสามมิติ

การเขียนภาพของรูปเรขาคณิตสามมิติอย่างง่ายอาจใช้ขั้นตอนดังในตัวอย่างต่อไปนี้

1. การเขียนภาพของทรงกระบอก

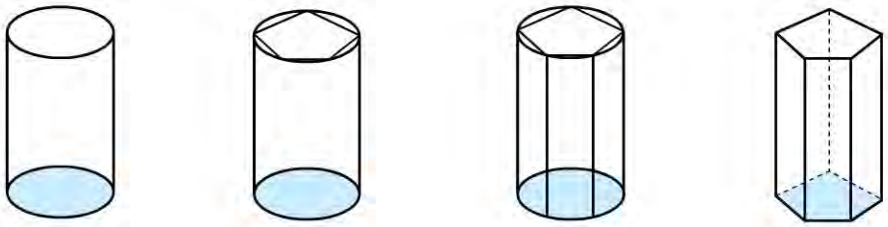
ขั้นที่ 1 ขั้นที่ 2

ขั้นที่ 1 เขียนวงรีแทนหน้าตัดที่เป็นวงกลม และเขียนส่วนของเส้นตรงสองเส้น แสดงส่วนสูงของทรงกระบอก ดังรูป

ขั้นที่ 2 เขียนวงรีที่มีขนาดเท่ากับวงรีที่ใช้ในขั้นที่ 1 แทนวงกลมซึ่งเป็นฐานของทรงกระบอก และเขียนเส้นประแทนเส้นทึบตรงส่วนที่ถูกบัง

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

2. การเขียนภาพของปริซึม



ขั้นที่ 1 ขั้นที่ 2 ขั้นที่ 3 ขั้นที่ 4

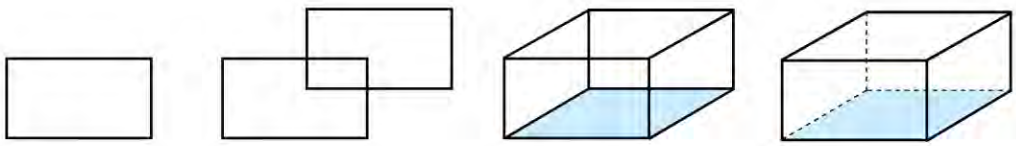
ขั้นที่ 1 เขียนทรงกระบอกตามวิธีการข้างต้น

ขั้นที่ 2 กำหนดจุดบนวงรีด้านบนเพื่อใช้เป็นจุดยอดรูปเหลี่ยมที่เป็นฐานของปริซึมตามต้องการ แล้วลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมต่อจุดเหล่านั้น

ขั้นที่ 3 เขียนส่วนสูงของปริซึมจากจุดยอดของรูปเหลี่ยมที่ได้ในขั้นที่ 2 มาตั้งฉากกับวงรีด้านล่าง

ขั้นที่ 4 เขียนส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดบนวงรีที่ได้ในขั้นที่ 3 และลบรอยส่วนโค้งของวงรีจะได้รูปหลายเหลี่ยมที่เป็นฐานของปริซึม แล้วเขียนเส้นประแทนด้านที่ถูกบัง

3. การเขียนภาพของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก

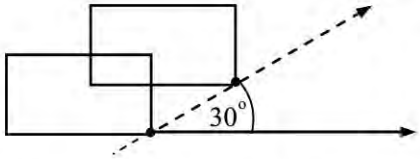


ขั้นที่ 1 ขั้นที่ 2 ขั้นที่ 3 ขั้นที่ 4

ขั้นที่ 1 เขียนรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก 1 รูป

ขั้นที่ 2 เขียนรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากขนาดเท่ากันกับรูปในขั้นที่ 1 อีก 1 รูป ให้อยู่ในลักษณะที่ขนานกันและเหลื่อมกันประมาณ 30 องศา ดังรูป

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

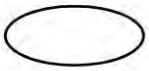


ขั้นที่ 3 ลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมต่อจุดให้ได้ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก

ขั้นที่ 4 เขียนเส้นประแทนด้านที่ถูกบัง

สำหรับการเขียนภาพของ กรวย ทรงกลม และพีระมิดก็สามารถเขียนได้โดยใช้วิธีการเดียวกันกับข้างต้นซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

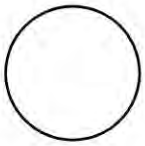
4. การเขียนภาพของกรวย



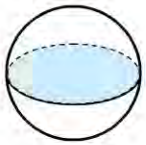
ขั้นที่ 1

ขั้นที่ 2

5. การเขียนภาพของทรงกลม



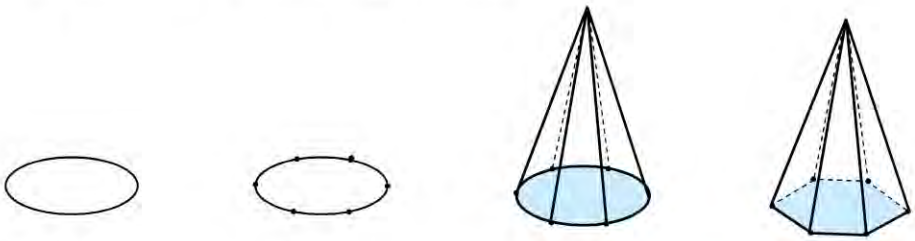
ขั้นที่ 1



ขั้นที่ 2

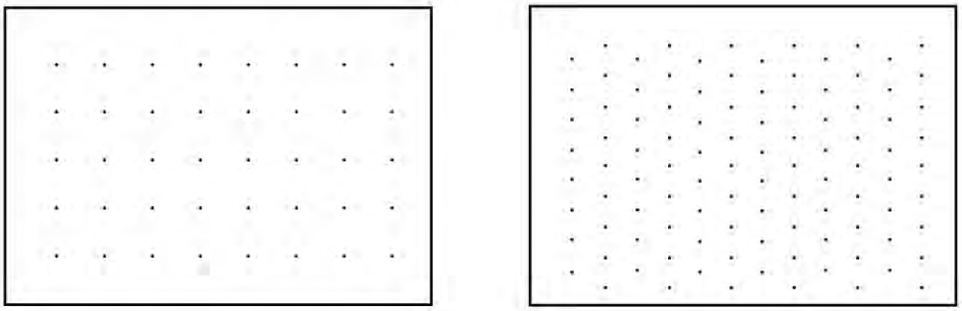
Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

6. การเขียนภาพของพีระมิดฐานหกเหลี่ยม



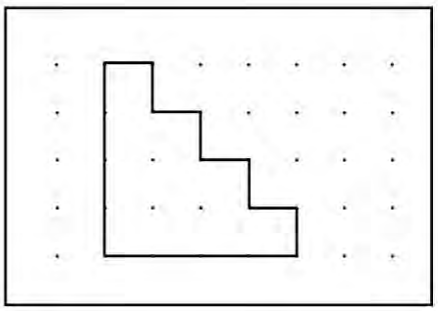
ขั้นที่ 1 ขั้นที่ 2 ขั้นที่ 3 ขั้นที่ 4

นอกจากจะใช้วิธีการดังกล่าวข้างต้นในการเขียนภาพของรูปเรขาคณิตสามมิติแล้ว อาจใช้กระดาษตารางจุดที่มีจุดเหมือนกระดานตะปู (geoboard) หรือกระดาษจุดไอโซเมตริก (isometric dot paper) ช่วยในการเขียนภาพนั้น ๆ



กระดาษตารางจุด กระดาษจุดไอโซเมตริก

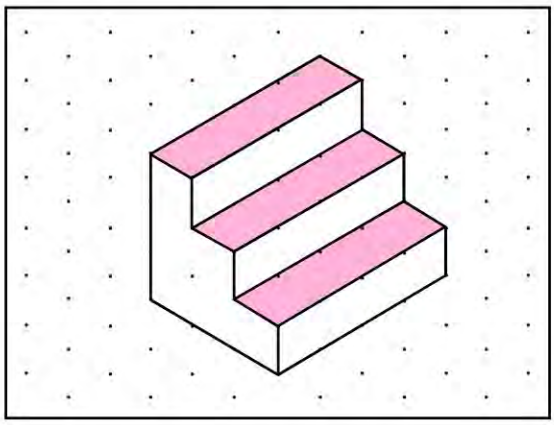
เรานิยมเขียนภาพของรูปเรขาคณิตสองมิติบนกระดาษตารางจุด ดังตัวอย่าง



Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึ่งกระทำ บ้างไม่พึ่งกระทำ

เรานิยมเขียนภาพของรูปเรขาคณิตสามมิติบนกระดาษจุดไอโซเมตริก ภาพของรูปเรขาคณิตสามมิติที่เขียนอยู่ในลักษณะนี้เรียกว่า **ภาพแบบไอโซเมตริก**

การเขียนภาพแบบไอโซเมตริกบนกระดาษจุดไอโซเมตริกจะเขียนส่วนของเส้นตรงที่เป็นด้านกว้าง ด้านยาว ตามแนวของจุดซึ่งเอียงทำมุมขนาด 30 องศากับแนวนอนและเขียนส่วนของเส้นตรงที่เป็นส่วนสูง ตามแนวของจุดในแนวตั้ง ดังตัวอย่าง



เขียนภาพสามมิติ

ให้นักเรียนทำกิจกรรมต่อไปนี้

1. จงเขียนภาพของรูปเรขาคณิตสามมิติที่แสดงลักษณะของสิ่งต่าง ๆ ต่อไปนี้

1) ลูกเต๋า

2) ขวดรูปชมพู่ (อุปกรณ์ใช้ในการทดลอง)

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

3) ลูกฟุตบอล

4) ผลึกสารส้ม

5) ถังน้ำ

6) ขวด

7) โคมไฟ

8) พีระมิดของอียิปต์

2. จงเขียนภาพของรูปเรขาคณิตสามมิติที่แสดงลักษณะของสิ่งต่าง ๆ ต่อไปนี้บนกระดาษจุดไอโซเมตริก

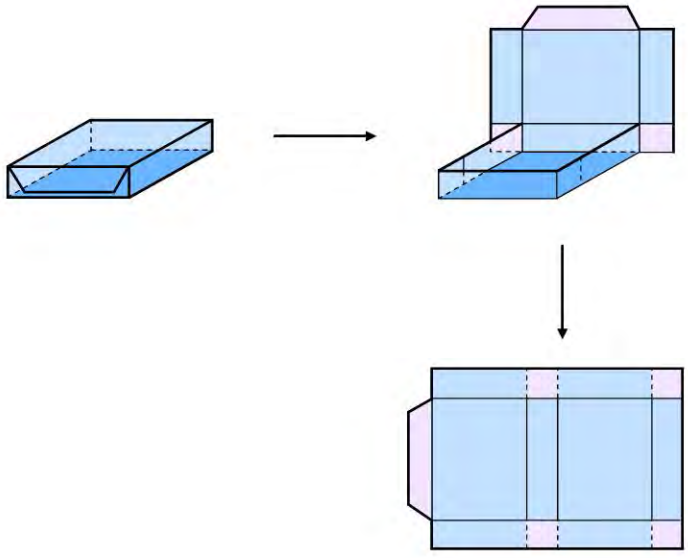
1) ปริซึมฐานสามเหลี่ยม
2) พีระมิดฐานสี่เหลี่ยม
3) ชั้นวางของ
4) ตู้เสื้อผ้า
5) แท่นรับรางวัลของนักกีฬา
6) แจกัน

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

รูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติ

ในชีวิตประจำวันเราจะเห็นกล่องกระดาษแข็งบรรจุอาหาร ขนม หรือกล่องของขวัญ เป็นรูปเรขาคณิตสามมิติแบบต่าง ๆ เช่น

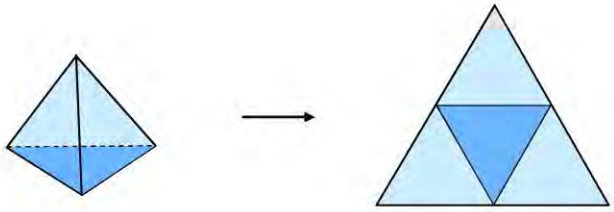
ถ้าเราต้องการทราบว่ากล่องเหล่านั้นออกแบบมาได้อย่างไร ให้แกะกล่องตามรอยผนึก แล้วแผ่ออกมาเป็นแผ่นจะเห็นส่วนที่เป็นรอยพับและส่วนที่ติดผนึก ดังตัวอย่าง



แบบที่แสดงลักษณะพื้นผิวทั้งหมดของรูปเรขาคณิตสามมิติ เรียกว่า **รูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติ**

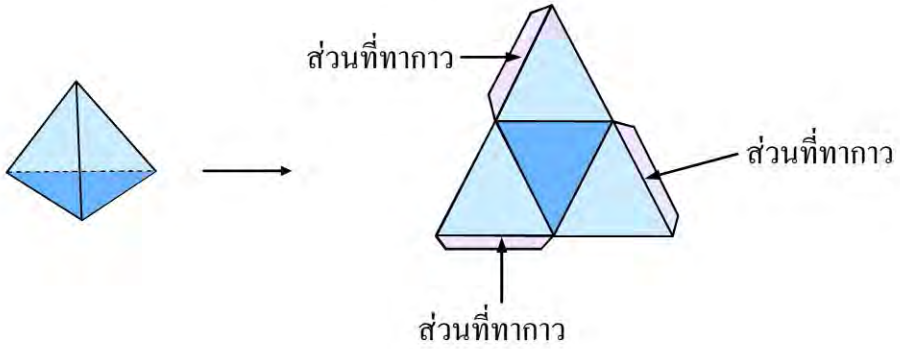
Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

ในการเขียนรูปคลี่จะใช้เส้นทึบหนาเป็นเส้นรอบรูปหรือเส้นขอบ ใช้เส้นทึบบางแทนส่วนที่เป็นรอยพับดังรูป

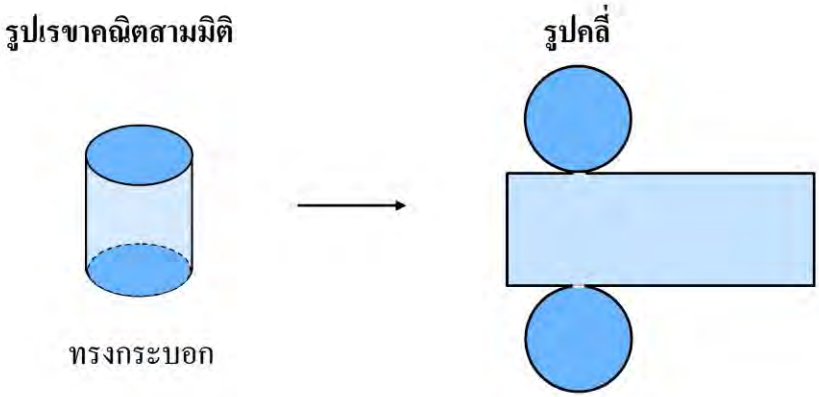


จากรูปข้างต้นจะเห็นว่ารูปทางขวามือเป็นรูปคลี่ของพีระมิดฐานสามเหลี่ยม

เพื่อความสะดวกในการประกอบรูปคลี่ให้เป็นรูปเรขาคณิตสามมิติ ในการสร้างแบบรูปคลี่จึงอาจสร้างส่วนที่ทากาวหรือส่วนที่จะใช้ซ้อนทับและเย็บติดกันเพิ่มเติม ดังรูป

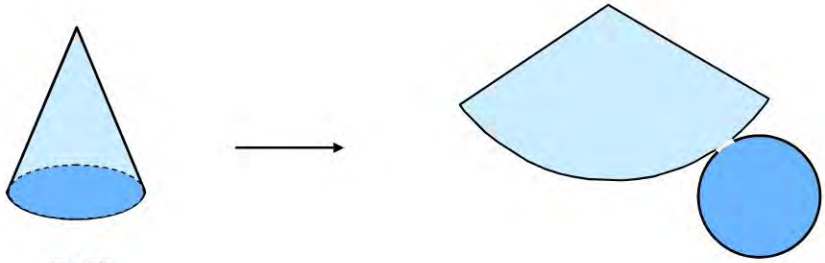


ตัวอย่างรูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติ

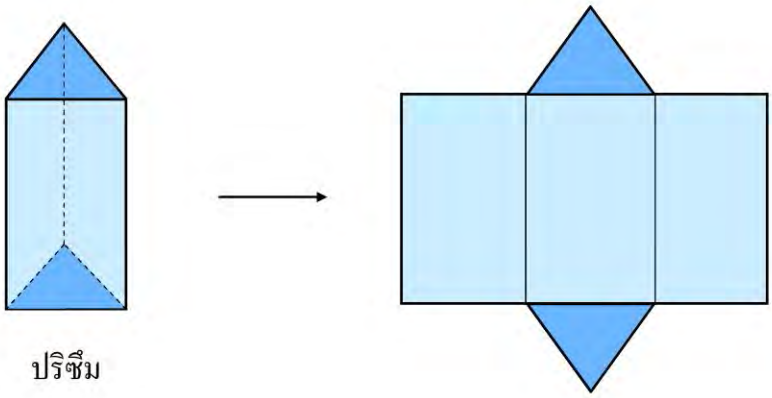


Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

รูปเรขาคณิตสามมิติ **รูปคลี่**



กรวย



ปริซึม

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

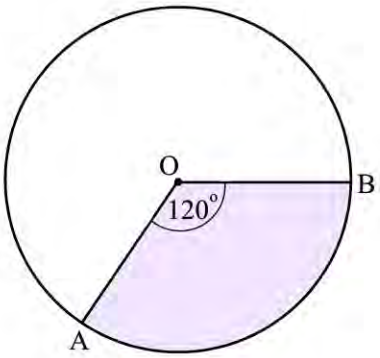
ให้นักเรียนทำกิจกรรมและตอบคำถามต่อไปนี้

1. นำกระดาษขนาด A4 หนึ่งแผ่น ม้วนให้ด้านกว้างของกระดาษแตะกัน จะได้ทรงกระบอกที่มีฐานเปิดใช่หรือไม่
2. ความสูงของทรงกระบอกเกี่ยวข้องกับส่วนใดของกระดาษ A4
3. ถ้าต้องการตัดกระดาษเป็นรูปวงกลมเพื่อใช้เป็นฐานของทรงกระบอกนี้ ความยาวรอบฐานเกี่ยวข้องกับส่วนใดของกระดาษ A4
4. นักเรียนสามารถหารัศมีของวงกลมที่เป็นฐานของทรงกระบอกนี้ได้หรือไม่ ถ้าได้ทำอย่างไร
5. ให้นักเรียนประดิษฐ์ทรงกระบอกที่มีฐานปิดหนึ่งข้างจากกระดาษ A4 ความสูงของทรงกระบอกเท่ากับความกว้างของกระดาษ และเว้นที่สำหรับทากาวข้างละ 2 เซนติเมตร ดังรูป

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

กรวย

1. นำกระดาษขนาด A4 มาหนึ่งแผ่น กำหนด O ให้เป็นจุดศูนย์กลาง เขียนวงกลมรัศมี OA ยาวเท่ากับ 7 เซนติเมตร
2. สร้างมุม AOB ให้มีขนาดเท่ากับ 120 องศา ดังรูป

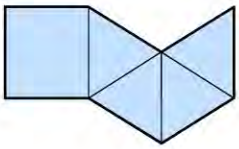


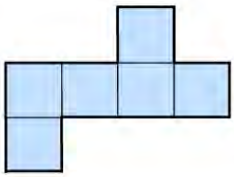
3. ตัดกระดาษเอาเฉพาะส่วนที่แรเงาแล้วม้วนกระดาษให้ $\overline{OA}$ และ $\overline{OB}$ ทับเป็นเส้นเดียวกัน จะได้กรวยที่มีฐานเปิดใช่หรือไม่
4. ม้วนกระดาษส่วนที่ไม่แรเงาให้ $\overline{OA}$ และ $\overline{OB}$ ทับเป็นเส้นเดียวกันจะได้รูปเรขาคณิตชนิดใด
5. ความยาวของส่วนโค้งของวงกลมในส่วนที่แรเงาคิดเป็นเศษส่วนเท่าใดของความยาวของเส้นรอบวงของวงกลมในข้อ 1
6. ถ้าต้องการตัดกระดาษให้เป็นรูปวงกลมเพื่อใช้เป็นฐานของกรวยที่ได้ในข้อ 3 ความยาวของเส้นรอบวงของวงกลมนี้เกี่ยวข้องกับความยาวของส่วนโค้งของวงกลมส่วนที่แรเงาอย่างไร
7. นักเรียนสามารถหารัศมีของวงกลมที่เป็นฐานของกรวยได้หรือไม่ ถ้าได้ทำอย่างไร
8. ให้นักเรียนประดิษฐ์กรวยกระดาษที่มีฐานปิด กำหนดขนาดของกรวยตามใจชอบ

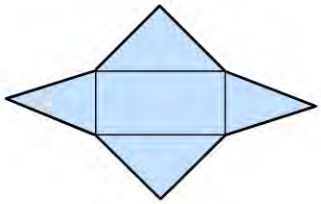
Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

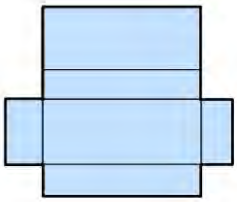
แบบฝึกหัด 5.1

1. จงบอกชนิดของรูปเรขาคณิตสามมิติที่มีรูปคลี่ดังต่อไปนี้

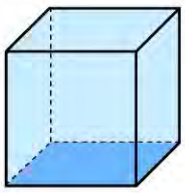
1) 

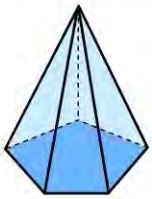
2) 

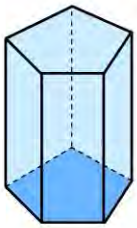
3) 

4) 

2. จงเขียนรูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติในแต่ละข้อต่อไปนี้ (ไม่ต้องแสดงส่วนที่ทากาว)

1) 

2) 

3) 

4)

3. จงออกแบบรูปคลี่ที่สามารถประกอบเป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีความจุอย่างน้อย 360 ลูกบาศก์เซนติเมตร ให้แสดงความยาวของด้านแต่ละด้านบนรูปคลี่ด้วย

4. สร้างกล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากด้วยกระดาษแข็งโดยใช้รูปคลี่ของนักเรียนที่สร้างขึ้นในข้อ 3

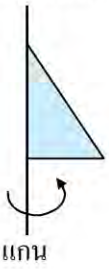
Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

ชวนคิด

การเล่น “ปั่นแปะ” เป็นการหมุนเหรียญให้หมุนตัวรอบแกนตั้ง นักเรียนเคยสังเกตภาพที่ได้จากการหมุนเหรียญหรือไม่ว่า ได้ภาพเป็นรูปเรขาคณิตสามมิติชนิดใด

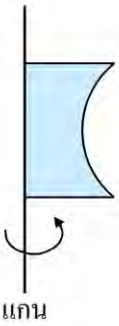
จงเขียนรูปเรขาคณิตสามมิติที่เกิดจากการหมุนของรูปเรขาคณิตสองมิติรอบแกนตามทิศทางของลูกศรที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1)

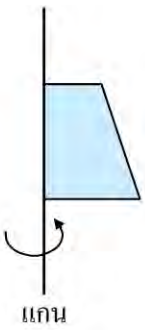


2)

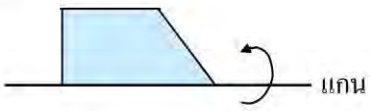
3)



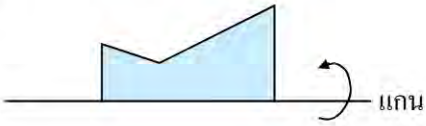
4)



5)



6)



Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

5.2 หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ

ในกิจกรรมการทำอาหารบางอย่าง ต้องมีการหั่นหรือตัด เช่น หั่นแตงกวา ตัดแผ่นเต้าหู้ แตงกวาและแผ่นเต้าหู้มีลักษณะเป็นหรือใกล้เคียงกับรูปเรขาคณิตสามมิติ เราจะสังเกตได้ว่าเมื่อใช้มีดหั่นหรือตัดตามแนวใดแนวหนึ่งจะเห็นรอยตัดเป็นหรือใกล้เคียงกับรูปเรขาคณิตในลักษณะต่าง ๆ เช่น

เมื่อตัดปลายทั้งสองข้างของแตงร้านในแนวตั้งฉากกับด้านยาวของแตงร้าน จะได้รูปร่างใกล้เคียงกับทรงกระบอก

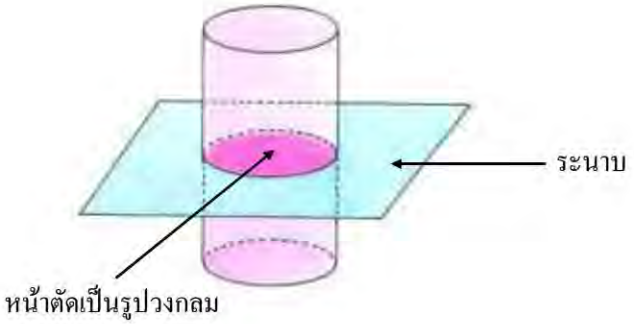
ถ้าตัดในแนวขนานกับหน้าตัดหัวท้ายให้เป็นท่อนๆ จะได้หน้าตัดเป็นรูปใกล้เคียงรูปวงกลม

ถ้าตัดในแนวเฉียงให้เป็นแว่นๆ จะได้หน้าตัดเป็นรูปใกล้เคียงรูปวงรี

ถ้าตัดในแนวยาวให้เป็นแผ่นๆ จะได้หน้าตัดเป็นรูปใกล้เคียงรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

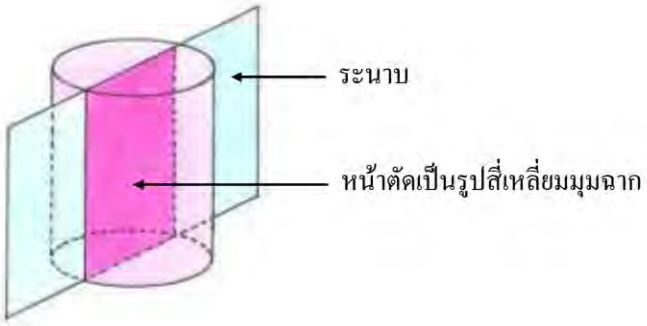
เมื่อใช้ระนาบตัดรูปเรขาคณิตสามมิติ จะได้ **หน้าตัด**หรือ**ภาคตัดบนระนาบ** รูปที่ได้จากการตัดจะเป็นรูปเรขาคณิตชนิดใด ขึ้นอยู่กับแนวการตัดและชนิดของรูปเรขาคณิตสามมิตินั้น เช่น

ถ้าใช้ระนาบตัดทรงกระบอกในแนวขนานกับฐานจะได้หน้าตัดเป็นรูปวงกลม ดังรูป



Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

ถ้าใช้ระนาบตัดทรงกระบอกในแนวตั้งฉากกับฐานหรือพื้นราบจะได้หน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ดังรูป



ถ้าใช้ระนาบตัดทรงกระบอกในแนวเฉียงโดยทำมุม 45 องศากับฐานของทรงกระบอก นักเรียนคิดว่าจะได้หน้าตัดเป็นรูปอะไร

ตัดหัวผักกาด

ให้นักเรียนทำกิจกรรมและตอบคำถามต่อไปนี้

1. นำหัวผักกาดขนาดใหญ่มาตัดเป็น 3 ท่อน ให้ท่อนหัวยาวประมาณ 5 เซนติเมตร ท่อนกลางยาวประมาณ 7 เซนติเมตร ที่เหลือเป็นท่อนปลาย ดังรูป

2. นำหัวผักกาดท่อนกลาง มาตบแต่งให้มีรูปร่างเป็น**ทรงกระบอก** ใช้มีดแทนระนาบตัดทรงกระบอกที่ได้ตามทิศทางต่อไปนี้ แล้วบอกรูปหรือลักษณะของหน้าตัดที่ได้ในแต่ละกรณี

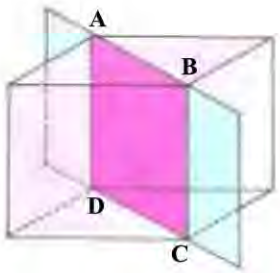
Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึ่งกระทำ บ้างไม่พึ่งกระทำ

1) ตัดตามแนวขนานกับฐาน
2) ตัดตามแนวตั้งฉากกับฐาน
3) ตัดตามแนวเฉียงซึ่งไม่ขนานและไม่ตั้งฉากกับฐาน

3. นำหัวผักกาดท่อนหัวมาตบแต่งให้มีรูปร่างเป็น**ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก** ใช้มีดแทนระนาบตัดทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ได้ตามทิศทางต่อไปนี้ พร้อมบอกรูปหรือลักษณะของหน้าตัดที่ได้ในแต่ละกรณี
   1) ตัดตามแนวขนานกับฐาน
   2) ตัดตามแนวตั้งฉากกับฐาน
   3) ตัดที่มุมใดมุมหนึ่ง
   4) ตัดตามแนวเส้นทแยงมุมเส้นใดเส้นหนึ่งและตั้งฉากกับฐาน
4. นำหัวผักกาดท่อนปลายมาตบแต่งให้มีรูปร่างเป็น**กรวย** ใช้มีดแทนระนาบตัดกรวยที่ได้ตามทิศทางต่อไปนี้ พร้อมทั้งบอกรูปหรือลักษณะของหน้าตัดที่ได้ในแต่ละกรณี
   1) ตัดตามแนวขนานกับฐาน
   2) ตัดตามแนวเฉียงซึ่งไม่ขนานและไม่ตั้งฉากกับฐาน
   3) ตัดตามแนวตั้งฉากกับฐานและผ่านจุดยอดของกรวย

จากการทำกิจกรรมข้างต้น นักเรียนจะเห็นว่าหน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติเป็นรูปเรขาคณิตในลักษณะต่าง ๆ กัน ซึ่งขึ้นอยู่กับแนวการตัดของระนาบและชนิดของรูปเรขาคณิตสามมิติ เช่น

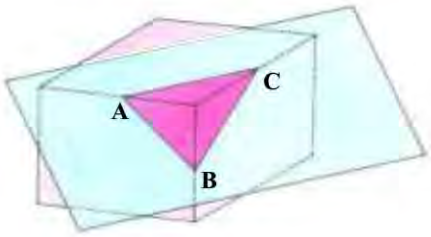
1.



ถ้าใช้ระนาบตัดทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากตามแนวเส้นทแยงมุม AB และเส้นทแยงมุม CD ดังรูป จะได้หน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ABCD

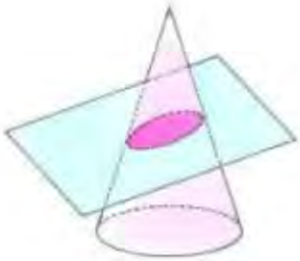
Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

2.



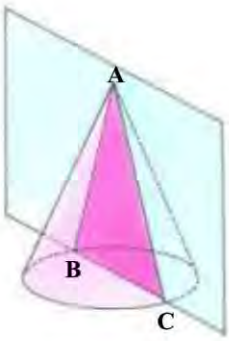
ถ้าใช้ระนาบตัดมุมของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ดังรูป จะได้หน้าตัดเป็นรูปสามเหลี่ยม ABC

3.



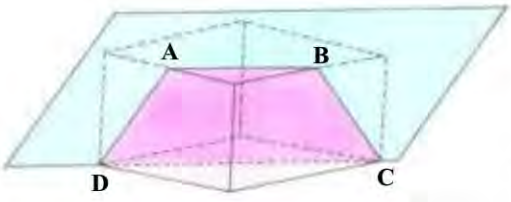
ถ้าใช้ระนาบตัดกรวยในแนวเฉียงซึ่งไม่ขนานกับฐานและไม่ตั้งฉากกับฐาน ดังรูป จะได้หน้าตัดเป็นรูปวงรี

4.



ถ้าใช้ระนาบตัดกรวยในแนวตั้งฉากกับฐานโดยตัดผ่านจุดยอดกรวย ดังรูป จะได้หน้าตัดเป็นรูปสามเหลี่ยม ABC

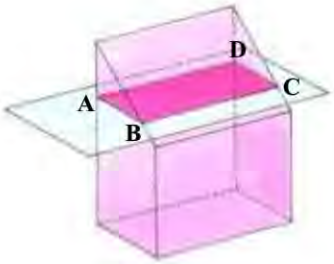
5.



ถ้าใช้ระนาบตัดทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากตามแนวเฉียงที่ไม่ตั้งฉากกับฐาน โดยตัดด้านกว้างที่จุด A ตัดด้านยาวที่จุด B และตัดฐานของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากตามแนวเส้นทแยงมุม CD ดังรูป จะได้หน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู ABCD

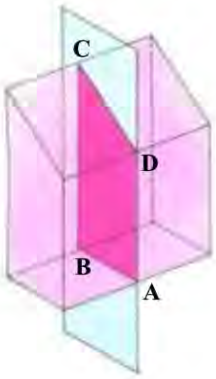
Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

6.



ถ้าใช้ระนาบตัดรูปเรขาคณิตสามมิติตามแนวขนานกับพื้นราบ ดังรูป จะได้รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ABCD

7.



ถ้าใช้ระนาบตัดรูปเรขาคณิตสามมิติตามแนวตั้งฉากกับพื้นราบ ดังรูป จะได้รูปสี่เหลี่ยมคางหมู ABCD

ในชีวิตประจำวันเราพบเห็นสิ่งต่าง ๆ อีกมากมายที่มีลักษณะเป็นรูปเรขาคณิตสามมิติ นักเรียนอาจเคยใช้มีดตัดสิ่งต่าง ๆ เหล่านั้นตามแนวหรือทิศทางใดทิศทางหนึ่ง และรู้ว่าหน้าตัดที่เกิดขึ้นมีรูปร่างหรือลักษณะเป็นอย่างไร เพียงแต่เราไม่ได้สนใจที่จะเรียกชื่อของหน้าตัดนั้น

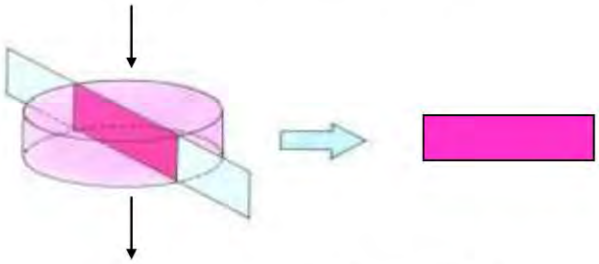
หน้าตัดเป็นรูปอะไร

ให้นักเรียนทำกิจกรรมต่อไปนี้

จงเขียนรูปคร่าว ๆ ของหน้าตัดที่เกิดจากการใช้มีดแทนระนาบตัดสิ่งต่าง ๆ ตามแนวที่กำหนดให้ต่อไปนี้

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

ตัวอย่าง ใช้ระนาบตัดขนมเค้กตามแนวตั้งฉากกับพื้นราบ



1) แตงโมตอร์ปิโด

ตัดตามแนวขนานกับพื้นราบ

2) ขนมปังปอนด์

ตัดตามแนวตั้งฉากกับพื้นราบ

3) แอปเปิล

ตัดตามแนวตั้งฉากกับพื้นราบ

4) มะเฟือง

ตัดตามแนวตั้งฉากกับพื้นราบ

5) น้ำเต้า

ตัดตามแนวตั้งฉากกับพื้นราบ

6) ส้มเช้ง

ตัดตามแนวขนานกับพื้นราบ

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

7) ฟักทอง

ตัดตามแนวตั้งฉากกับพื้นราบ

(1) ตัดฟักทองออกเป็น 2 ชิ้น ให้แต่ละชิ้นเป็น $\frac{1}{2}$ ของลูก

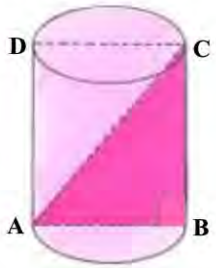
(2) ตัดฟักทองในข้อ (1) ชิ้นใดชิ้นหนึ่งออกเป็น 2 ชิ้น

(หน้าตัดในที่นี้ให้พิจารณาจากรอยตัดครั้งสุดท้าย)

บอกได้หรือไม่

ให้นักเรียนตอบคำถามในกิจกรรมต่อไปนี้

1. กำหนดทรงกระบอกซึ่งมี $\overline{AB}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของฐาน และ $\overline{BC}$ เป็นส่วนสูงของทรงกระบอก



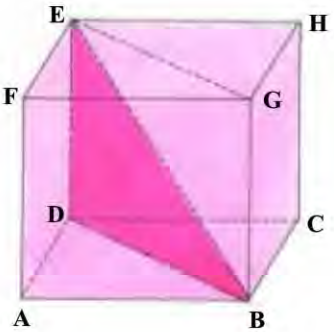
1) $A\hat{B}C$ มีขนาดกี่องศา

2) ΔABC เป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใด

3) ABCD เกิดจากการใช้ระนาบตัดทรงกระบอกตามแนวใด

4) ΔABC เกี่ยวข้องกับ ABCD อย่างไร

2. กำหนดทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากดังรูป



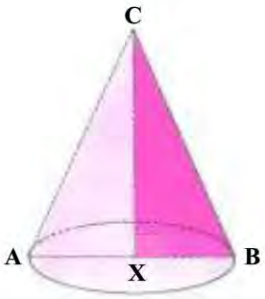
1) ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมชนิดใด

2) $B\hat{D}E$ มีขนาดกี่องศา

3) BDEG เกิดจากการใช้ระนาบตัดทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากตามแนวใด

4) ΔBDE เกี่ยวข้องกับ BDEG อย่างไร

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

3. 

กำหนด $\overline{AB}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของฐานกรวย

$\overline{CX}$ เป็นส่วนสูงของกรวย

1) $B\hat{X}C$ มีขนาดกี่องศา

2) ΔBXC เป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใด

3) ΔABC เป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใด

4) ΔABC เกิดจากการใช้ระนาบตัดกรวยตามแนวใด

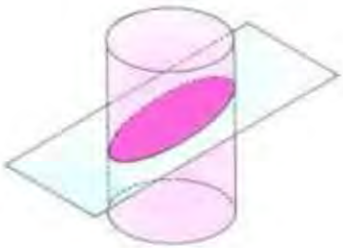
5) ΔBXC เกี่ยวข้องกับ ΔABC อย่างไร

แบบฝึกหัด 5.2

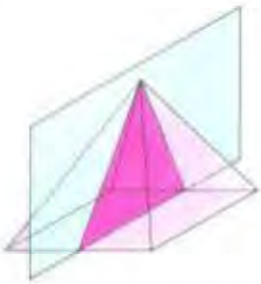
1. จงบอกชื่อหน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติต่อไปนี้

1)

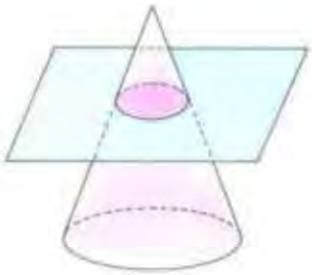
ทรงกลม

2) 

ทรงกระบอก

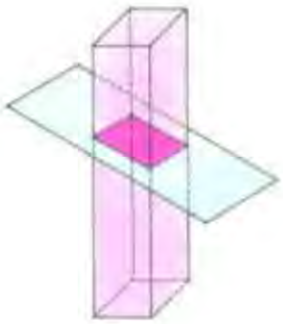
3) 

พีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส

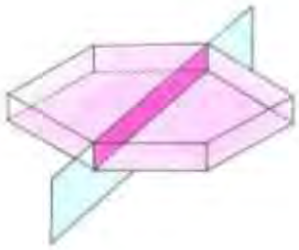
4) 

กรวย

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

5) 

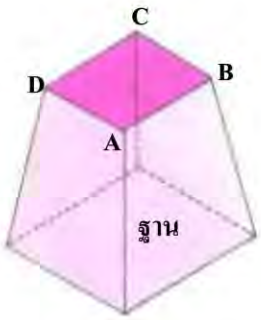
ปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัส

6) 

ปริซึมหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

2. จงตอบคำถามต่อไปนี้

1) รูปเรขาคณิตสามมิติที่กำหนดให้ต่อไปนี้เกิดจากการใช้ระนาบตัดส่วนยอดของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสตามแนวขนานกับฐาน



(1) ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมชนิดใด

(2) รูปด้านข้างแต่ละรูปเป็นรูปสี่เหลี่ยมชนิดใด

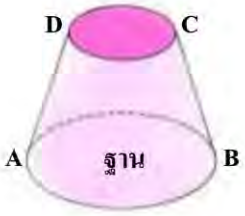
2) จากรูปที่กำหนดให้

(1) ส่วนที่แรเงาเป็นรูปเรขาคณิตชนิดใด

(2) ถ้าใช้ระนาบตัดวัตถุที่มีลักษณะดังรูปที่กำหนดให้นี้ตามแนวที่ตั้งฉากกับฐานจะได้รูปเรขาคณิตชนิดใด จงยกตัวอย่าง

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

3) กำหนดรูปเรขาคณิตสามมิติซึ่งมี AD = BC ดังรูป

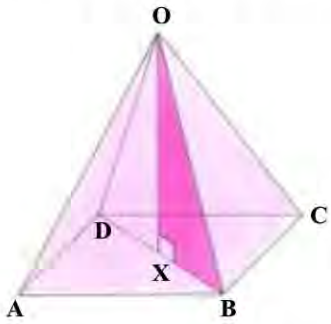


(1) ถ้าใช้ระนาบตัดวัตถุที่มีลักษณะดังรูปที่กำหนดให้นี้ตามแนวตั้งฉากกับฐานและผ่านจุดศูนย์กลางของฐาน จะได้รูปเรขาคณิตชนิดใด

(2) ถ้าใช้ระนาบตัดตามแนวที่ไม่ขนานกับฐาน จะได้รูปเรขาคณิตชนิดใด จงยกตัวอย่าง

3. จงตอบคำถามต่อไปนี้

1) กำหนดพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มี $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$ และ $\overline{OD}$ ยาวเท่ากัน มี $\overline{OX}$ เป็นส่วนสูงของพีระมิดดังรูป



(1) $A\hat{D}C$ มีขนาดกี่องศา

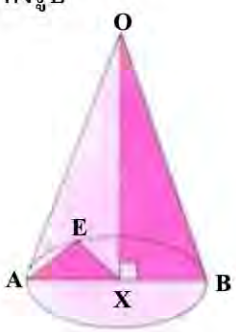
(2) $B\hat{C}D$ มีขนาดกี่องศา

(3) ΔAOD เป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใด

(4) ΔBDO เป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใด

(5) ΔOXB เป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใด

2) กำหนดกรวยที่มี $\overline{OA}$ และ $\overline{OB}$ ยาวเท่ากัน และ $\overline{OX}$ เป็นส่วนสูงของกรวยดังรูป



(1) $\overline{AB}$ เป็นส่วนใดของกรวย

(2) $\overline{EX}$ เป็นส่วนใดของกรวย

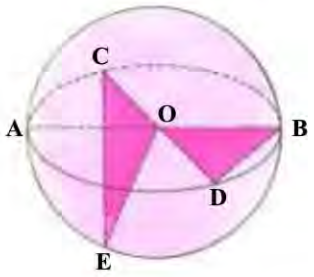
(3) ΔABO เป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใด

(4) ΔOXB เป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใด

(5) ΔAXE เป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใด

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

3) กำหนดทรงกลมซึ่งมี O เป็นจุดศูนย์กลาง ดังรูป



(1) $\overline{AB}$ เป็นส่วนใดของทรงกลม

(2) $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ เกี่ยวข้องกันอย่างไร

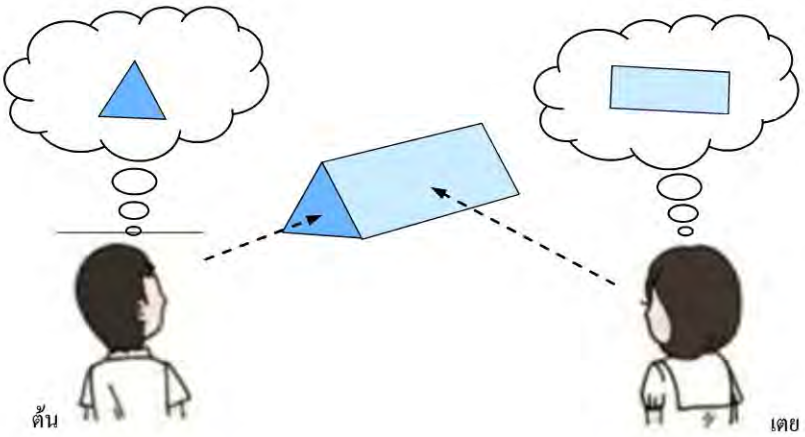
(3) OB และ OD เกี่ยวข้องกันอย่างไร เพราะเหตุใด

(4) ΔOBD เป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใด

(5) ΔOCE เป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใด

5.3 ภาพที่ได้จากการมองทางด้านหน้า ด้านข้างและด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ

ให้นักเรียนพิจารณาการมองเต็นท์ที่มีลักษณะเป็นปริซึมฐานสามเหลี่ยมของต้นและเตย โดยให้แนวสายตาตั้งฉากกับด้านที่มองเห็นต่อไปนี้

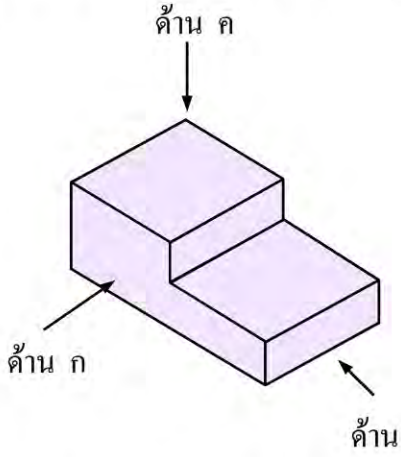


ต้นมองทางด้านหน้าของเต็นท์จะเห็นเป็นรูปสามเหลี่ยม เตยมองทางด้านข้างของเต็นท์จะเห็นเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

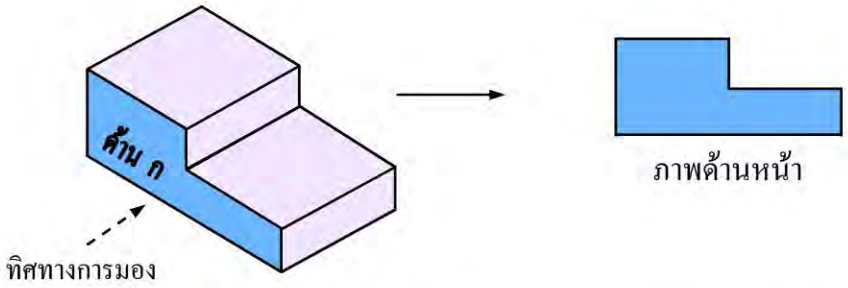
การเขียนภาพที่ได้จากการมองวัตถุทางด้านต่าง ๆ ในแนวตั้งฉากกับด้านที่มองเห็น ใช้เส้นทึบแสดงเฉพาะขอบนอกและขอบอื่น ๆ ที่มองเห็น

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึ่งกระทำ บ้างไม่พึ่งกระทำ

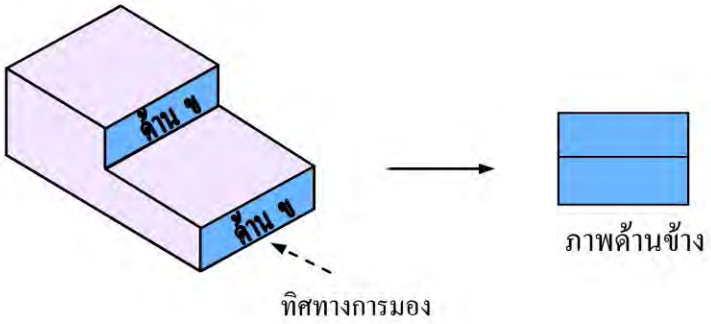
พิจารณาการมองรูปเรขาคณิตสามมิติในทิศทางหรือแนวตั้งฉากกับด้าน ก ด้าน ข และด้าน ค ซึ่งเป็นด้านหน้า ด้านข้างและด้านบน ตามลำดับดังรูป



ภาพที่ได้จากการมองรูปเรขาคณิตสามมิติทางด้าน ก ซึ่งได้แก่ส่วนที่แรเงาข้างล่างนี้ เรียกว่า ภาพที่ได้จากการมองทางด้านหน้า

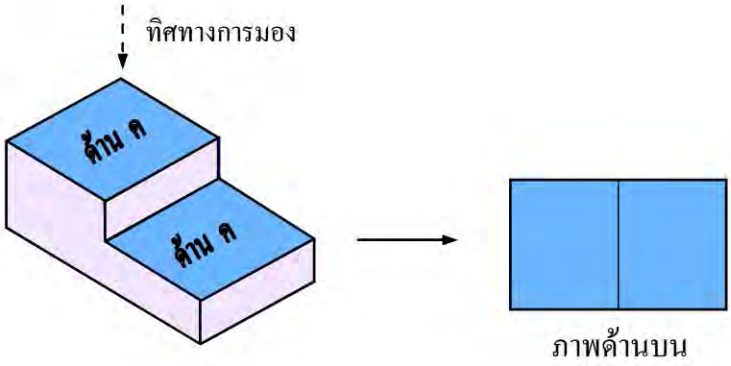


ภาพที่ได้จากการมองรูปเรขาคณิตสามมิติทางด้าน ข ซึ่งได้แก่ส่วนที่แรเงาข้างล่างนี้ เรียกว่า ภาพที่ได้จากการมองทางด้านข้าง



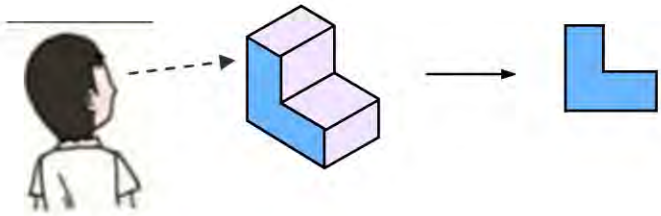
Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

ภาพที่ได้จากการมองรูปเรขาคณิตสามมิติทางด้าน ค ซึ่งได้แก่ส่วนที่แรเงาข้างล่างนี้ เรียกว่า ภาพที่ได้จากการมองทางด้านบน

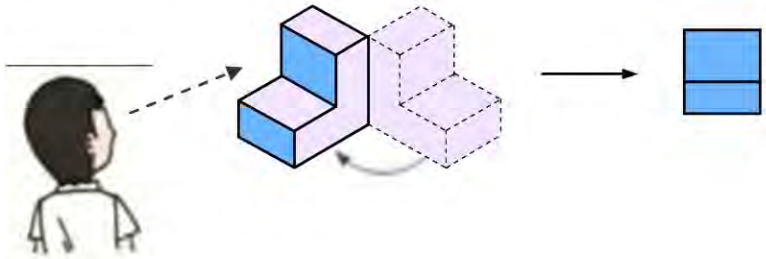


เมื่อต้องการเขียนภาพของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ได้จากการมองวัตถุทางด้านหน้า ด้านข้างและด้านบน ถ้าเป็นวัตถุที่สามารถนำมาตั้งหรือหยิบยกมองดูได้ จะมีวิธีการมองในแต่ละด้านตามแนวสายตาที่ตั้งฉากกับด้านที่มอง ดังนี้

1. เลื่อนด้านหน้าของวัตถุเข้าหาตัวผู้มอง เขียนรูปเรขาคณิตสองมิติแสดงภาพด้านหน้า

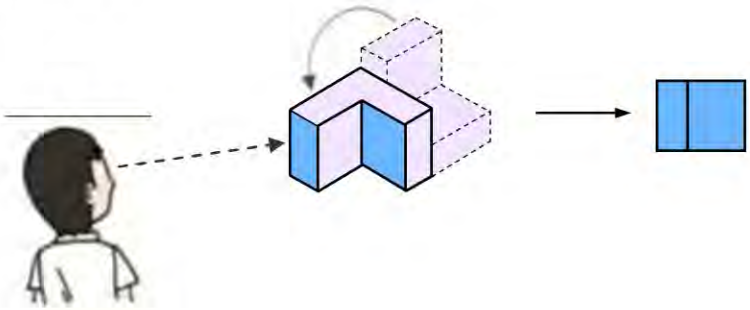


2. จากวัตถุที่หันด้านหน้าเข้าหาตัว หมุนวัตถุให้ด้านข้างทางขวาหันเข้าหาตัว เขียนรูปเรขาคณิตสองมิติแสดงภาพด้านข้าง

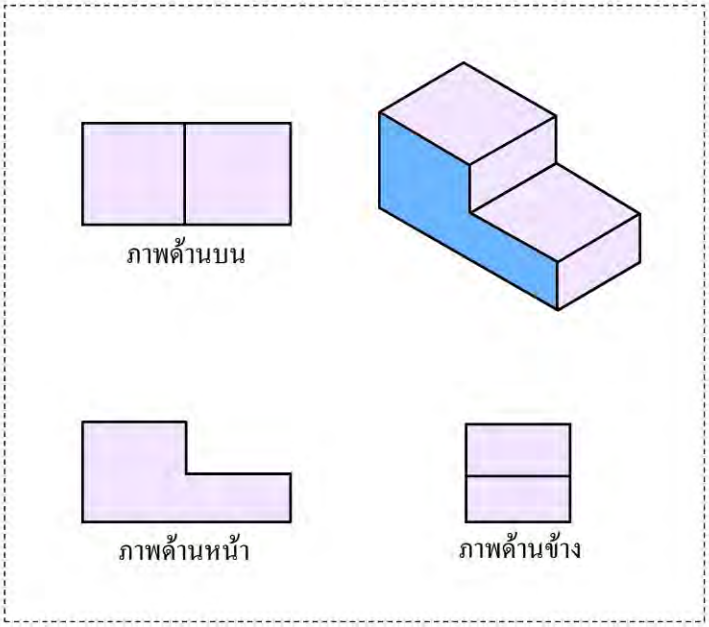


Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

3. จากวัตถุที่หันหน้าเข้าหาตัว พลิกวัตถุให้ด้านบนหันเข้าหาตัว เขียนรูปเรขาคณิตสองมิติแสดงภาพด้านบน



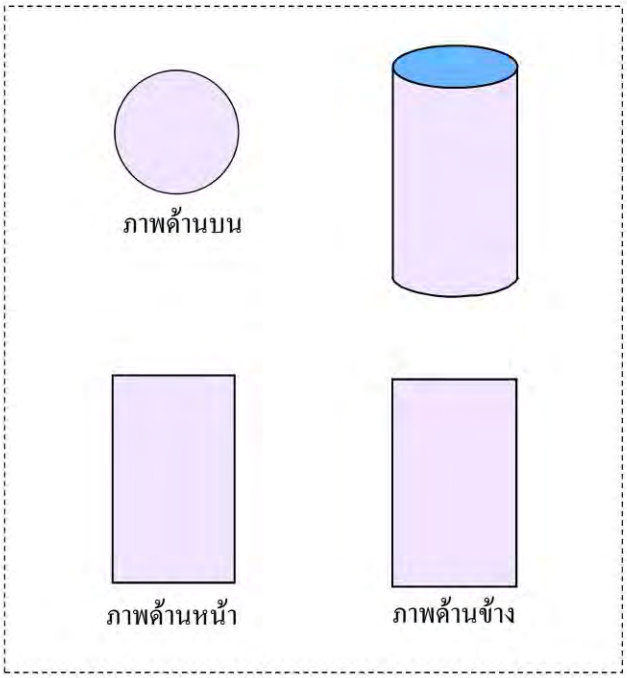
ในการเขียนภาพเพื่อแสดงลักษณะของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ไม่ซับซ้อน นิยมเขียนภาพของรูปเรขาคณิตสามมิตินั้นประกอบกับภาพของรูปเรขาคณิตสองมิติอีก 3 ภาพที่ได้จากการมองทางด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบน และเขียนภาพทั้งสี่ไว้ภายในกรอบรูปสี่เหลี่ยม ดังตัวอย่าง



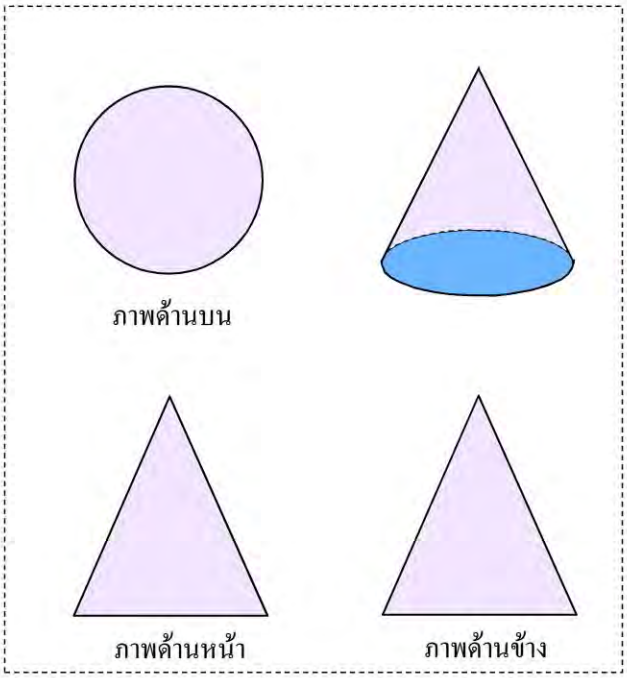
Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการเขียนภาพที่ใช้อธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสามมิติ

1.

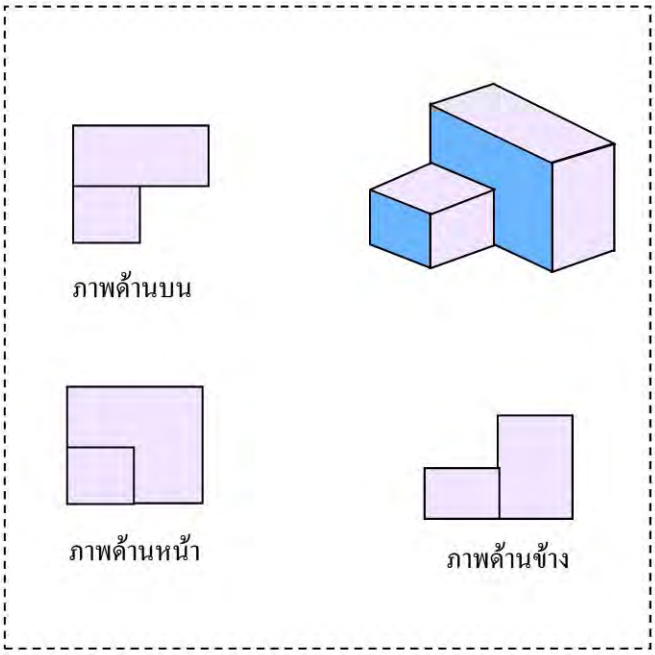


2.

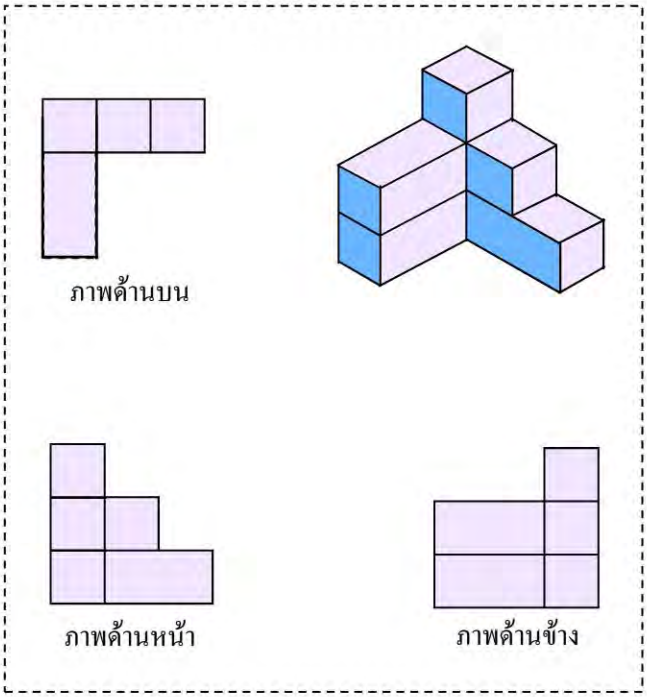


Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

3.



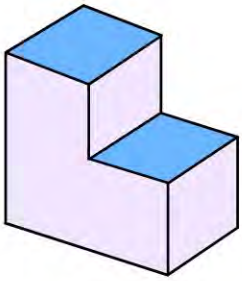
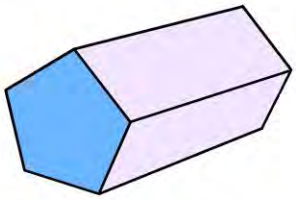
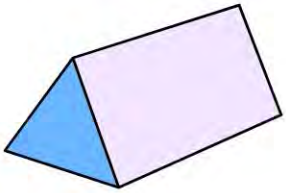
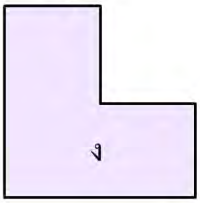
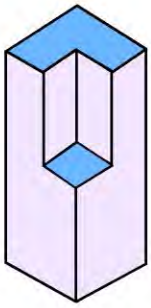
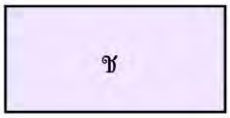
4.



Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

แบบฝึกหัด 5.3

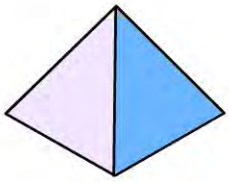
1. จงจับคู่รูปเรขาคณิตสามมิติในแต่ละข้อต่อไปนี้กับภาพด้านหน้าของรูปเรขาคณิตสามมิตินั้น

รูปเรขาคณิตสามมิติ	ภาพด้านหน้า
1)	ก
2) 	ข
3) 	ค
4) 	 ง
5) 	จ  ช

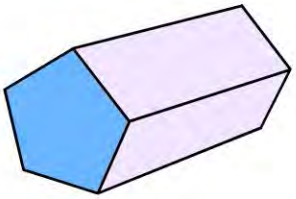
Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

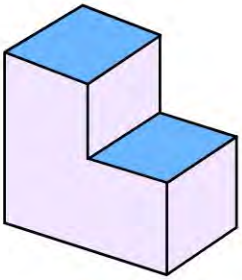
2. จงจับคู่รูปเรขาคณิตสามมิติในแต่ละข้อต่อไปนี้กับภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิตินั้น

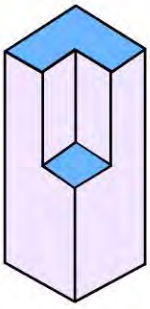
รูปเรขาคณิตสามมิติ ภาพด้านบน

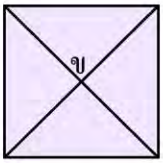
1) 

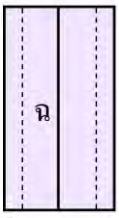
2)

3) 

4) 

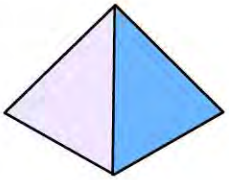
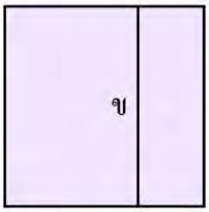
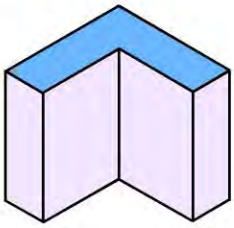
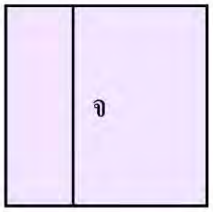
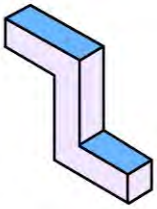
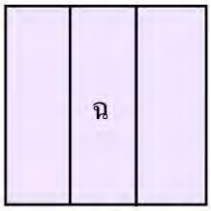
5) 





Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

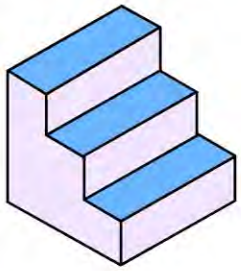
3. จงจับคู่รูปเรขาคณิตสามมิติในแต่ละข้อต่อไปนี้กับภาพด้านข้างของรูปเรขาคณิตสามมิตินั้น

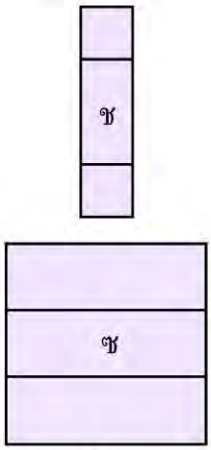
รูปเรขาคณิตสามมิติ	ภาพด้านข้าง
1) 	
2)	
3) 	
4)	
5) 	

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

รูปเรขาคณิตสามมิติ ภาพด้านข้าง

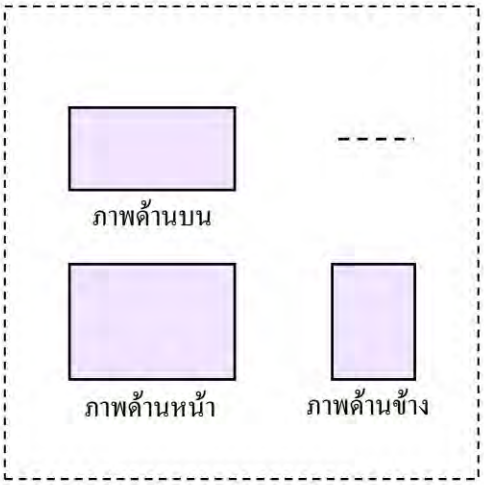
6)

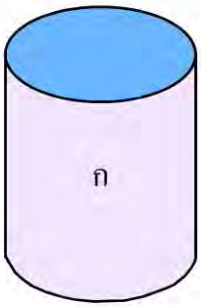




4. จงจับคู่ภาพด้านหน้า ด้านข้างและด้านบนในแต่ละข้อต่อไปนี้กับรูปเรขาคณิตสามมิติที่กำหนดให้ทางขวามือ โดยเลือกตัวอักษรที่กำกับรูปเรขาคณิตสามมิติเขียนเติมในช่องว่างบนขวาของแต่ละข้อ

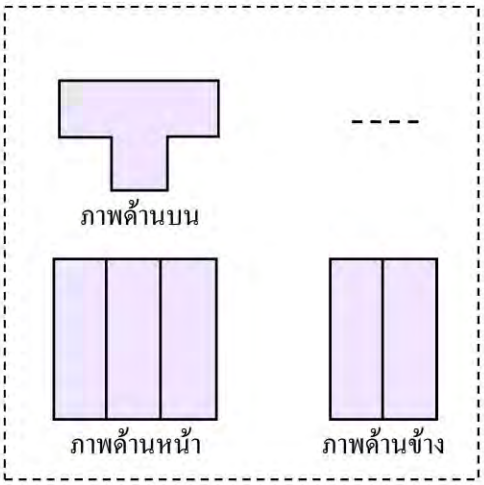
1)

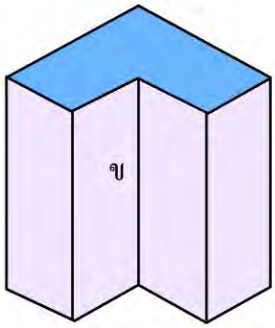




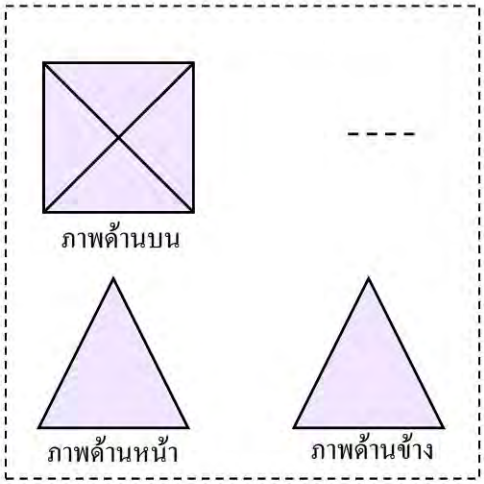
Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

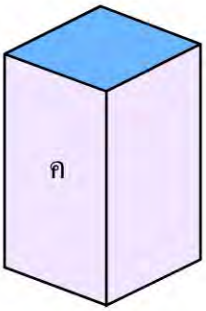
2)





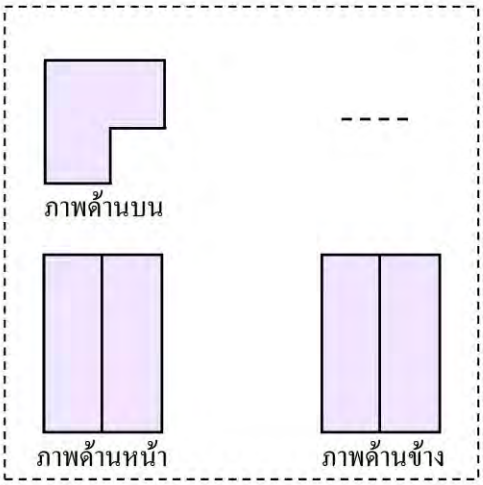
3)

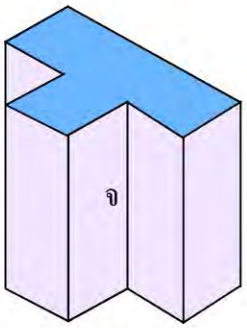


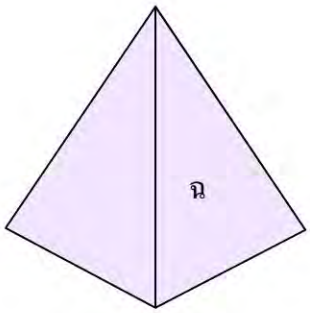


Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

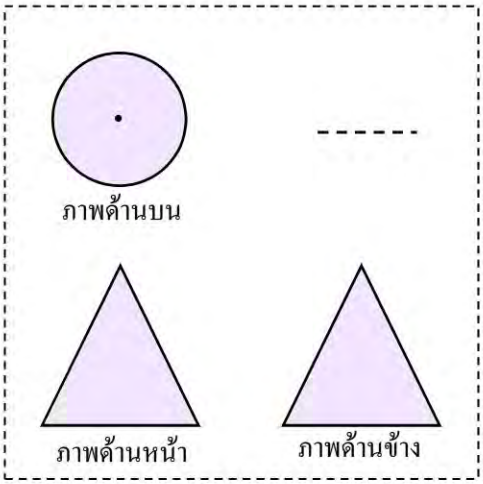
4)

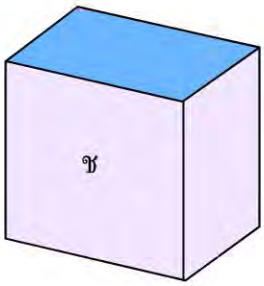






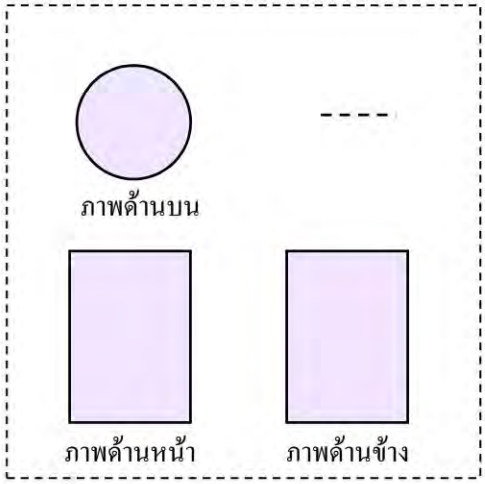
5)

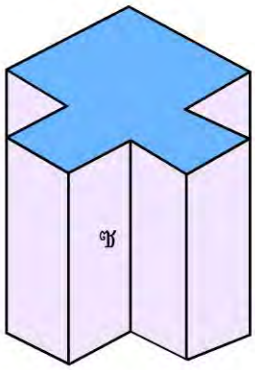




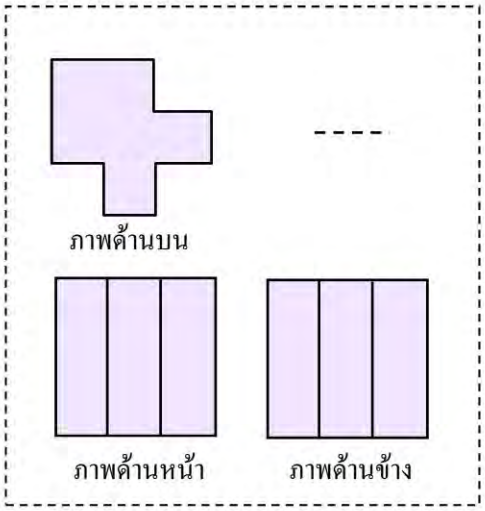
Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

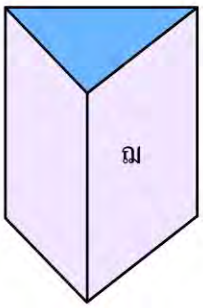
6)





7)

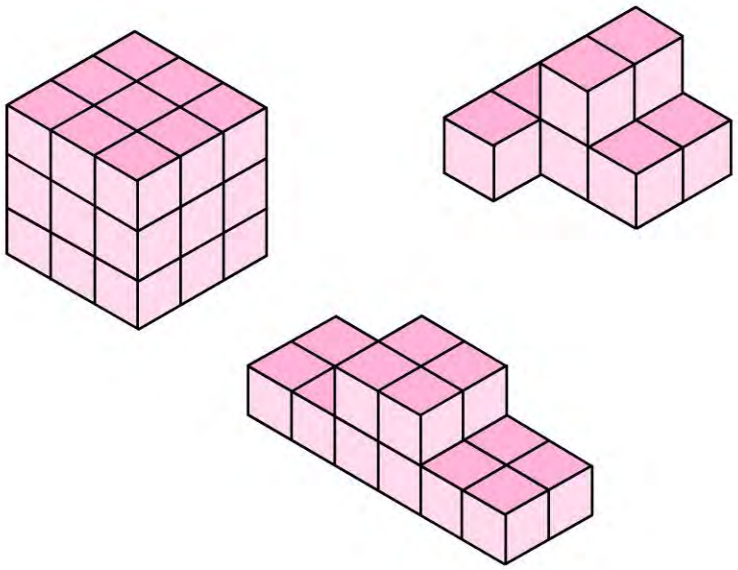




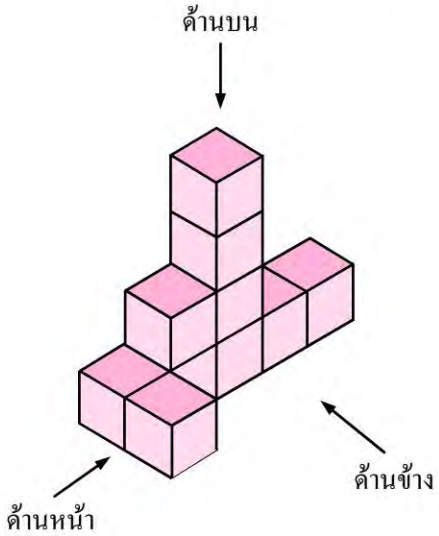
Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

5.4 รูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์

เมื่อนำลูกบาศก์ขนาดหนึ่งลูกบาศก์หน่วยมาประกอบกันจะได้รูปเรขาคณิตสามมิติลักษณะต่าง ๆ กันดังตัวอย่าง

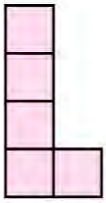


ให้พิจารณารูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ต่อไปนี้

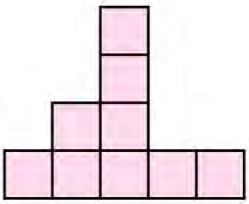


Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

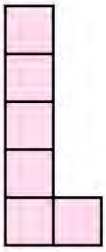
จากรูปเรขาคณิตสามมิตินี้ เมื่อเขียนรูปเรขาคณิตสองมิติแสดงภาพที่ได้จากการมองทางด้านหน้าจะได้ดังนี้



เมื่อเขียนรูปเรขาคณิตสองมิติแสดงภาพที่ได้จากการมองทางด้านข้างจะได้ดังนี้

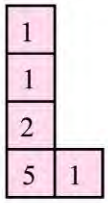


เมื่อเขียนรูปเรขาคณิตสองมิติแสดงภาพที่ได้จากการมองทางด้านบนจะได้ดังนี้

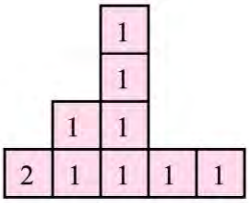


จะสังเกตว่า การเขียนรูปเรขาคณิตสองมิติเพื่อแสดงรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ เราจะเขียนเป็นตารางรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ปรากฏในด้านที่มอง และเพื่อให้ทราบว่า มีลูกบาศก์เรียงซ้อนกันอยู่กี่ลูกในด้านที่มอง จึงเขียนจำนวนลูกบาศก์กำกับไว้ในตารางรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ดังตัวอย่างจากรูปเรขาคณิตสองมิติข้างต้น เมื่อเขียนแสดงจำนวนลูกบาศก์ในด้านที่มองทั้งสามด้านจะเป็นดังนี้

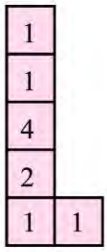
Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึ่งกระทำ บ้างไม่พึ่งกระทำ



ภาพด้านหน้า

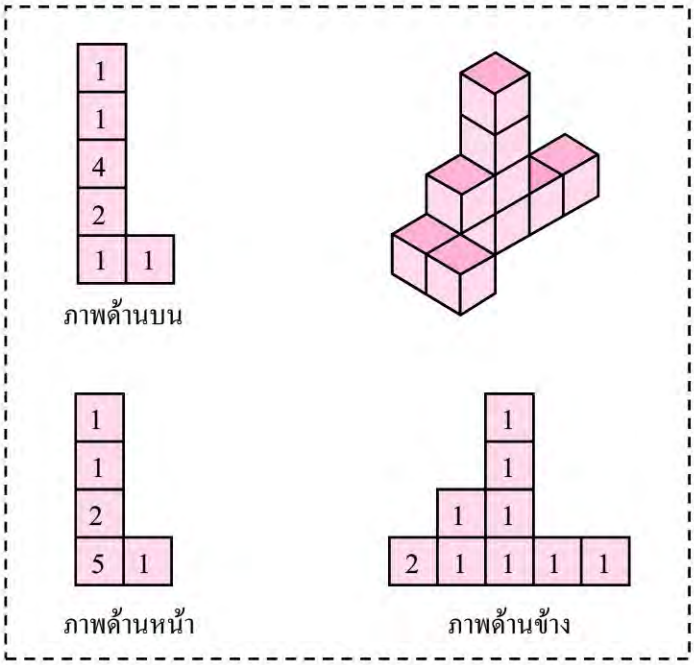


ภาพด้านข้าง



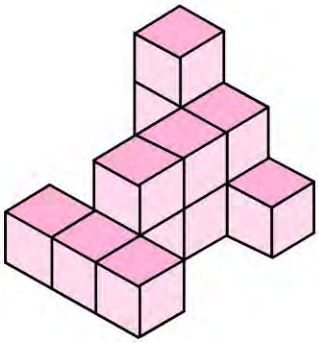
ภาพด้านบน

เขียนแสดงภาพทั้งหมดได้ดังนี้

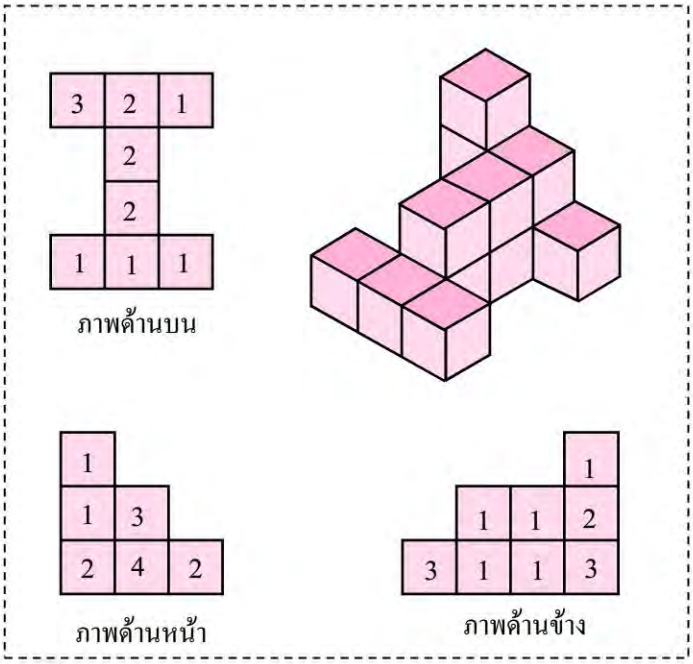


Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

ตัวอย่าง จงเขียนภาพที่ได้จากการมองทางด้านหน้า ด้านข้างและด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติข้างล่างนี้ พร้อมทั้งเขียนตัวเลขแสดงจำนวนลูกบาศก์กำกับไว้ในตาราง



เขียนแสดงภาพทั้งหมดได้ดังนี้

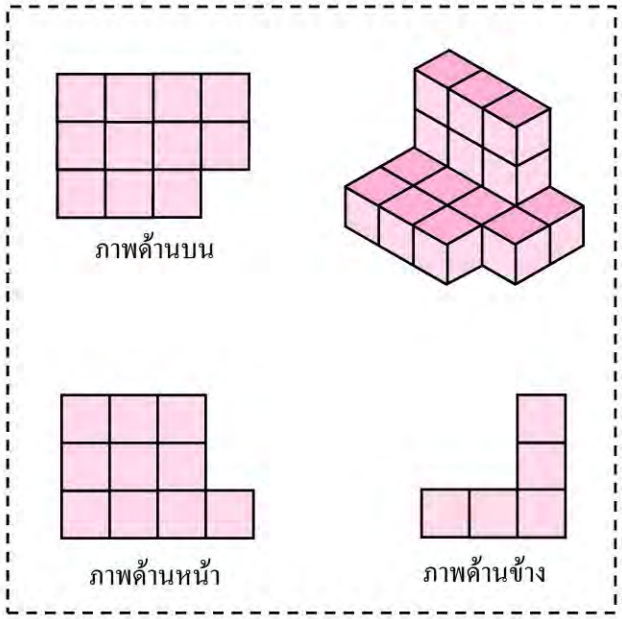


Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

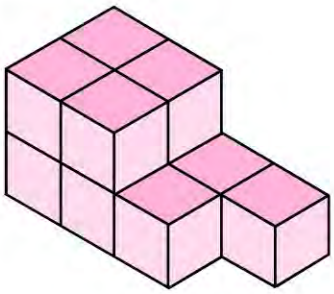
จัดลูกบาศก์

ให้นักเรียนทำกิจกรรมต่อไปนี้

1. จงเขียนจำนวนลูกบาศก์ลงในตารางรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสของภาพที่ได้จากการมองทางด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติต่อไปนี้

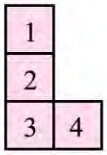


2. จงจัดลูกบาศก์ให้ได้รูปเรขาคณิตสามมิติข้างล่างนี้ แล้วเขียนรูปเรขาคณิตสองมิติแสดงภาพที่ได้จากการมองทางด้านหน้า ด้านข้างและด้านบน พร้อมเขียนจำนวนลูกบาศก์กำกับไว้ในตารางรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

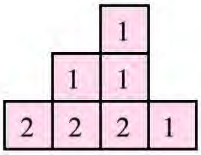


Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึ่งกระทำ บ้างไม่พึ่งกระทำ

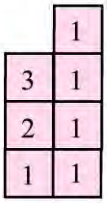
3. กำหนดภาพที่ได้จากการมองทางด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ ดังนี้



ภาพด้านหน้า



ภาพด้านข้าง

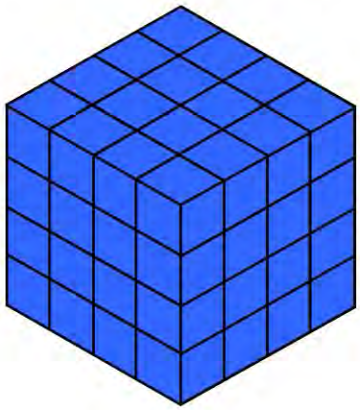


ภาพด้านบน

จงจัดลูกบาศก์ให้ได้รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีภาพตามที่กำหนด

ลูกบาศก์สีน้ำเงิน

ปัญญามีลูกบาศก์ไม้ขนาด $4 \times 4 \times 4$ ลูกบาศก์หน่วยอยู่หนึ่งลูกที่ทาสีน้ำเงินทั่วทุกด้าน เมื่อนำมาตัดเป็นลูกบาศก์เล็ก ๆ ขนาด $1 \times 1 \times 1$ ลูกบาศก์หน่วย แล้วเลือกเอาเฉพาะลูกบาศก์ที่ทาสีน้ำเงินอย่างน้อย 1 ด้าน มาจัดเรียงใหม่ให้เป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากที่**ทุกด้าน**ยังเป็นสีน้ำเงินอยู่ อยากทราบว่า ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ปัญญาสร้างขึ้นใหม่มีปริมาตรมากที่สุดกี่ลูกบาศก์หน่วยและมีขนาดความกว้าง ความยาว และความสูงเป็นเท่าไรได้บ้าง

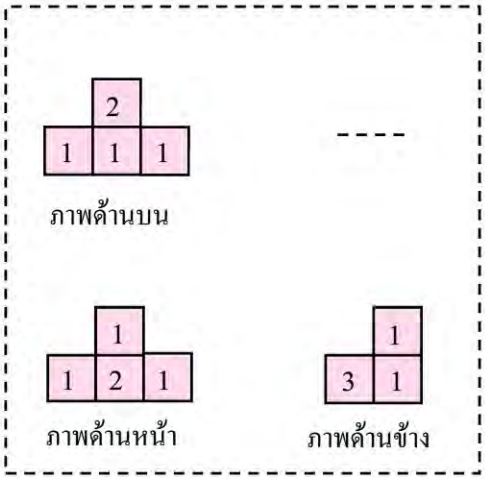


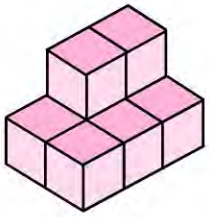
Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

แบบฝึกหัด 5.4

1. จงจับคู่ภาพด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนในแต่ละข้อต่อไปนี้กับรูปเรขาคณิตสามมิติที่กำหนดให้ทางขวามือ โดยเลือกตัวอักษรที่กำกับรูปเรขาคณิตสามมิติเขียนเติมในช่องว่างบนขวาของแต่ละข้อ

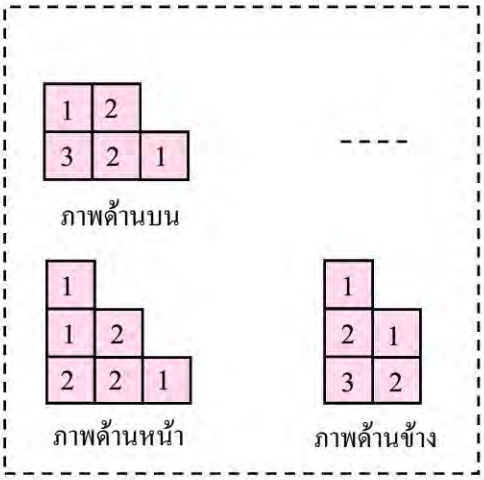
1)

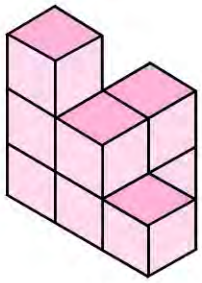




ก

2)

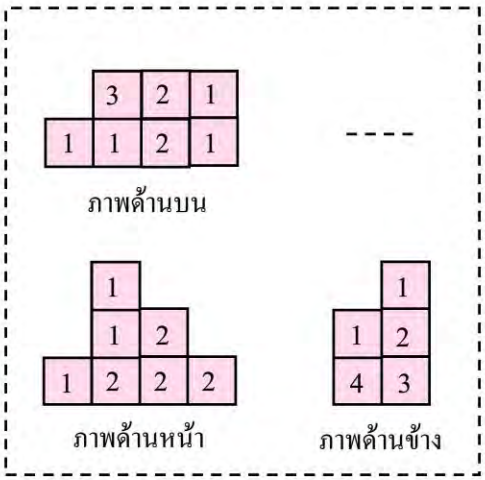


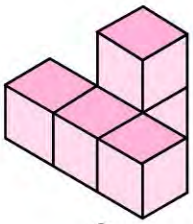


ข

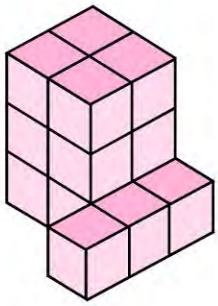
Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

3)



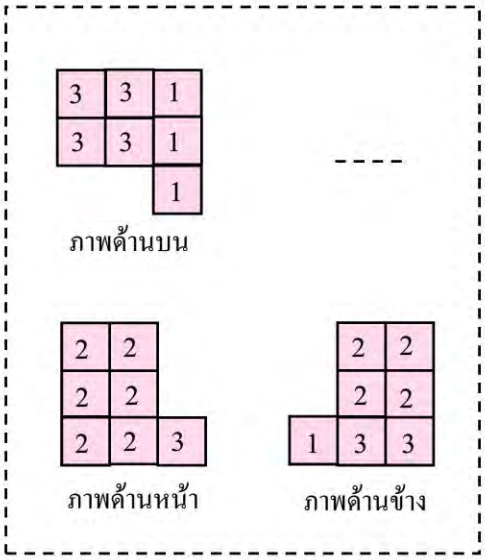


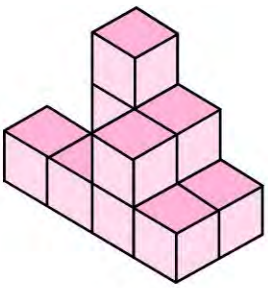
ค



ง

4)



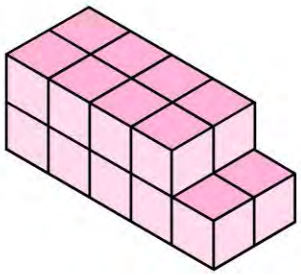


จ

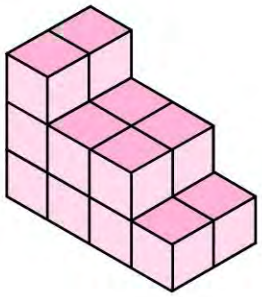
Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

2. จงเขียนภาพด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติต่อไปนี้ พร้อมทั้งเขียนจำนวนลูกบาศก์กำกับไว้ในตารางรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

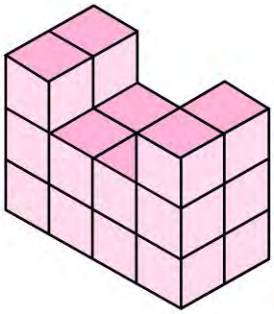
1)



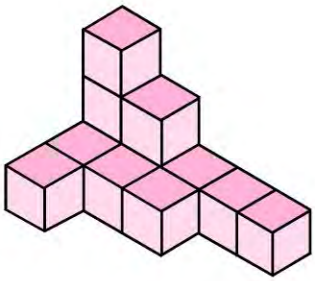
2)



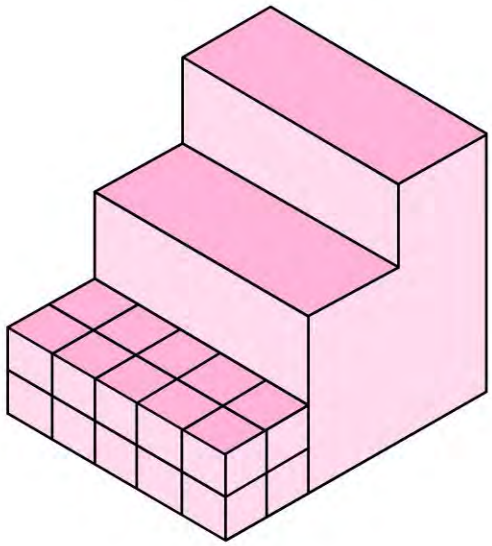
3)



4)



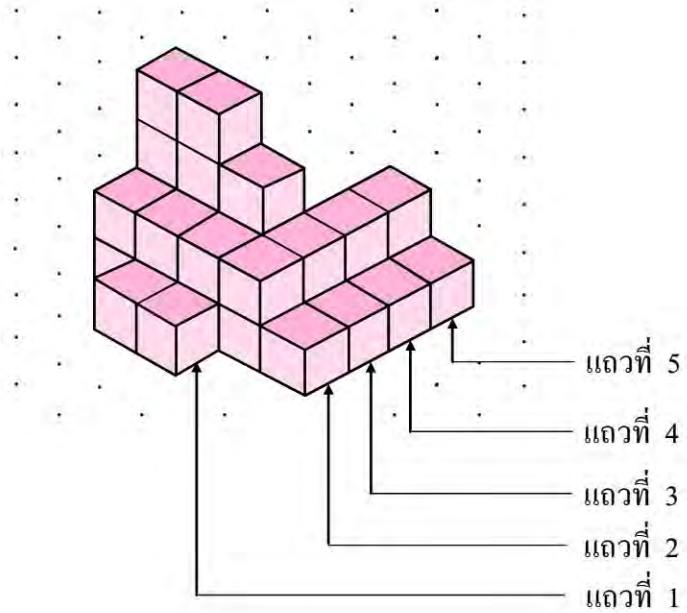
3. จากแบบจำลองรูปขั้นบันได จงหาว่า



Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

1) บันไดนี้จะประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ทั้งหมดกี่ลูก
2) ถ้ามองทางด้านบนพื้นบันได 3 ขั้นนี้มีพื้นที่กี่ตารางหน่วย
3) ถ้ามองทางด้านข้าง รูปที่เห็นมีพื้นที่กี่ตารางหน่วย
4) ถ้าต้องการสร้างบันไดนี้และปูกระเบื้องทุกด้าน (ยกเว้นด้านล่างที่ติดกับพื้น) จะต้องใช้กระเบื้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งหมดกี่แผ่น

4. กำหนดรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ดังนี้



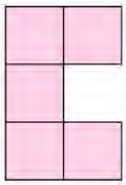
เมื่อกำหนดลำดับแถวดังรูป จงหาว่า

1) แถวที่ 2 มีลูกบาศก์อยู่กี่ชั้น และแต่ละชั้นมีลูกบาศก์กี่ลูก
2) แถวที่ 3 มีลูกบาศก์อยู่กี่ชั้น รวมทุกชั้นแล้วมีลูกบาศก์อยู่กี่ลูก
3) ในแถวที่ 4 และแถวที่ 5 อาจมีลูกบาศก์ที่*มองไม่เห็น*กี่ลูก

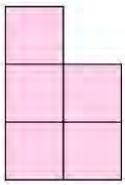
Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึ่งกระทำ บ้างไม่พึ่งกระทำ

ปราสาทเจ้าหญิง

นักโบราณคดีพบซากฐานปราสาทแห่งหนึ่งมีลักษณะเป็นตารางรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาดเท่า ๆ กัน และจากการค้นดูตามซากปราสาทที่ปรักหักพังเขาพบรอยจารึกแสดงภาพฐานและด้านข้างของปราสาท ดังรูปต่อไปนี้



ภาพฐานปราสาท



ภาพด้านข้าง

ให้นักเรียนใช้ลูกบาศก์ขนาดหนึ่งลูกบาศก์หน่วยสร้างแบบจำลองปราสาทหลังนี้ พร้อมทั้งเขียนภาพด้านหน้าตามที่นักเรียนคิด แล้วตรวจสอบกับเพื่อน ๆ ว่าแบบจำลองปราสาทที่นักเรียนสร้างขึ้นเหมือนของเพื่อน ๆ หรือไม่ และรวบรวมดูว่ามีภาพด้านหน้าต่าง ๆ กันได้กี่แบบ

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

บรรณานุกรม

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. (2541). **คู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ รายวิชา ค ๑๐๑ คณิตศาสตร์ ๑ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่หนึ่ง หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช ๒๕๒๑ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๓๓).** พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. (2541). **คู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ รายวิชา ค ๑๐๒ คณิตศาสตร์ ๒ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่หนึ่ง หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช ๒๕๒๑ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๓๓).** พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. (2537). **คู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ รายวิชา ค ๒๐๓ คณิตศาสตร์ ๓ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่สอง หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช ๒๕๒๑ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๓๓).** พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. (2540). **คู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ รายวิชา ค ๒๐๔ คณิตศาสตร์ ๔ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่สอง หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช ๒๕๒๑ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๓๓).** พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

ศึกษาธิการ, กระทรวง. (2541). **หนังสืออ่านเพิ่มเติม วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ทรงสามมิติ ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น.** พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

Boourke A., and others. (2000). **Cornerstone Mathematics Second Edition Book 1.** Australia : Addison Wesley Longman.

Charles, Randall I., and others. (1995). **Addison – Wesley Mathematics Teacher's Edition Grade 7.** New York, U.S.A. : Addison – Wesley Publishing Company, Inc.

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

Cooke, Charles, and Crust, Rita. (1992). **Shape and Space.** Cheltenham, England : Stanley Thornes (publishers) Ltd.

Eichoiz, Robert E., and others. (1995) . **Addison – Wesley Mathematics Teacher's Edition Grade 6.** New York, U.S.A. : Addison – Wesley Publishing Company, Inc.

Fey, James T., and others. (1998). **Moving Straight Ahead : Linear Relationships.** U.S.A. : Dale Seymour Publications.

Fey, James T., and others. (1998). **Ruins of Montarek : Spatial Visualization.** U.S.A. : Dale Seymour Publications.

Fey, James T., and others. (1998). **Shapes and Designs : Two – Dimensional Geometry.** U.S.A. : Dale Seymour Publications.

Fey, James T., and others. (1998). **Thinking with Mathematical Models : Representing Relationships.** U.S.A. : Dale Seymour Publications.

Fey, James T., and others. (1998). **Variables and Patterns : Introducing Algebra.** U.S.A. : Dale Seymour Publications.

Hong, Tay Choon, and others. (2001). **New Mathematics Counts For Secondary 1.** Singapore : Federal Publications.

Jurgensen, Ray C., and others. (1994). **Geometry.** Boston, MA. U.S.A. : Houghton Mifflin Company.

Rising, Gerald R., and others. (1989). **Houghton Mifflin Unified Mathematics, Book 2.** Boston, MA. U.S.A. : Houghton Mifflin Company.

Serra, Michael. (1993). **Discovering Geometry An Inductive Approach :** Berkeley, U.S.A. : Key Curriculum Press.

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

ภาคผนวก

บัญชีศัพท์

บทที่ 1

ทศนิยม	decimal
เศษส่วน	fraction
ตัวเศษ	numerator
ตัวส่วน	denominator
ค่าประจำหลัก	place value
ทศนิยมซ้ำ	repeating decimal

บทที่ 2

การประมาณค่า	estimation
การประมาณ	approximation
ค่าประมาณ	approximate value
การปัดเศษ	rounding

บทที่ 3

คู่อันดับ	ordered pair
กราฟ	graph
ระบบพิกัดฉาก	rectangular coordinate system
จุดกำเนิด	origin
แกนนอน	horizontal axis
แกนตั้ง	vertical axis
จตุภาค	quadrant
พิกัด	coordinate

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

บทที่ 4

สมการเชิงเส้น	linear equation
ตัวแปร	variable
คำตอบของสมการ	solution of the equation
การแก้สมการ	solving the equation
สมบัติของการเท่ากัน	properties of equality
สมบัติสมมาตร	symmetric property
สมบัติถ่ายทอด	transitive property
สมบัติการบวก	additive property
สมบัติการคูณ	multiplicative property

บทที่ 5

รูปเรขาคณิต	geometric figure
ทรงสามมิติ	solid
ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก	rectangular solid
ทรงกระบอก	cylinder
กรวย	cone
พีระมิด	pyramid
ทรงกลม	sphere
ปริซึม	prism
ภาพแบบไอโซเมตริก	isometric figure
หน้าตัด	plane section
ภาพที่ได้จากการมองทางด้านหน้า	front view
ภาพที่ได้จากการมองทางด้านข้าง	side view
ภาพที่ได้จากการมองทางด้านบน	top view

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

บัญชีสัญลักษณ์

บทที่ 1

$=$	เท่ากับ เท่ากัน
$>$	มากกว่า
$<$	น้อยกว่า
$\frac{a}{b}$	เศษ a ส่วน b
	a หารด้วย b (b ไม่เท่ากับศูนย์)

บทที่ 2

$\approx$	มีค่าประมาณ
%	เปอร์เซ็นต์ ร้อยละ

บทที่ 3

(a, b)	คู่อันดับที่มี a เป็นสมาชิกตัวที่หนึ่ง และ b เป็นสมาชิกตัวที่สอง
P(x, y)	จุด P มีพิกัดเป็น (x, y)

บทที่ 5

Δ ABC	รูปสามเหลี่ยม ABC
$\square$ ABCD	รูปสี่เหลี่ยม ABCD

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

คณะกรรมการจัดทำสื่อการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

นางปิยรัตน์ จาตุรันตบุตร	สถาบันราชภัฏสวนดุสิต
นางสาวลัดดาวัลย์ เพ็ญสุภา	มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์
นายปรีชา เนาว์เย็นผล	มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช
นางสาวสาคร บุญดาว	มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช
นายสมนึก บุญพาไสว	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีมหานคร
นางจรรยา ภูอุดม	โรงเรียนดอนเมืองจาตุรจินดา
นางยุพิน พิพิธกุล	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
นางจารุนี สูตะบุตร	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
นายสมพล เล็กสกุล	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
นางอารียา สุวรรณคำ	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
นางเจริญศรี จันไพบูลย์	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
นางสาวจันทร์เพ็ญ ชุมคช	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
นางสาวจารุวรรณ แสงทอง	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
นางสาวปานทอง กุลนาถศิริ	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
นางชุลีพร สุภธีระ	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
นางชมัยพร ตั้งตน	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
นางสาวรจนา รัตนานิคม	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
นางสาววันดี ตีระสหกุล	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
นางสาวดนิตา ชื่นอารมณ์	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
นางสาวพิลาลักษณ์ ทองทิพย์	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

คณะบรรณาธิการ

นางยุพิน พิพิธกุล	นางปิยรัตน์ จาตุรันตบุตร
นางจารุนี สูตะบุตร	นางสาวจารุวรรณ แสงทอง
นายสมพล เล็กสกุล	นางชุลีพร สุภธีระ

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

คณะบรรณาธิการดำเนินงานปรับปรุงหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์

นายดนัย ยังคง
นางสาวอัมพร ม้าคนอง
นางสาวลัดดาวัลย์ เพ็ญสุภา
นางชมัยพร ตั้งตน
นายปรีชา เนาว์เย็นผล
นายสมนึก บุญพาไสว

ภาพ

นางวรพรรณ ทิณพงษ์
นางสาวดนพร จรัสแสงสกุล

ผู้จัดพิมพ์ต้นฉบับ

นางสาวเสาวนีย์ ประมูลทรัพย์

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

พฐ.คณิตฯล.2ม.1
9 789740 162223
ราคา 52.00 บาท

ศึกษาภัณฑ์พาณิชย์
พิมพ์ที่โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว
บายซินมัตร ภูมิรัตน ผู้พิมพ์และผู้โฆษณา
๕๓๐๐๒๑๘
องค์การค้าของ สกสค.
www.suksapan.or.th

Inw Tong Physics
ลูกผู้ชายมีบ้างพึงกระทำ บ้างไม่พึงกระทำ