



ชุดพัฒนาความฉลาดรู้ ด้านคณิตศาสตร์

เล่มที่ 3

กิจกรรมการเรียนรู้
เพื่อพัฒนาความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์



สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน
สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
กระทรวงศึกษาธิการ



ชุดพัฒนาความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์

เล่มที่ 3

กิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์

SCAN ME



https://drive.google.com/drive/folders/1JUUp8dRwA2J_VJJq63k4VD-gA9TKGgCH

คำนำ

กิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์นี้ เป็นเอกสารที่จัดทำขึ้นเพื่อพัฒนาความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ซึ่งเป็นเอกสารเล่มที่ 3 ในชุดพัฒนาความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ โดยมีเอกสารประกอบในชุดทั้งหมด จำนวน 6 เล่ม ได้แก่

เล่มที่ 1 : คู่มือการใช้ชุดพัฒนาความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์

เล่มที่ 2 : กรอบแนวคิดและรูปแบบแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์

เล่มที่ 3 : กิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์

เล่มที่ 4 : แบบฝึกเพื่อพัฒนาความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์

เล่มที่ 5 : แนวการตอบคำถามตามแบบฝึกเพื่อพัฒนาความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์

เล่มที่ 6 : แบบฝึกเพิ่มเติมเพื่อพัฒนาทักษะการคิดวิเคราะห์และการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

เอกสารทั้ง 6 เล่มนี้ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) และ สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (สพฐ.) โดย สำนักบริหารงานความเป็นเลิศด้านวิทยาศาสตร์ศึกษา (สว.) สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา (สวก.) สำนักทดสอบทางการศึกษา (สทศ.) ศูนย์ขับเคลื่อนโครงการโรงเรียนคุณภาพประจำตำบล สำนักพัฒนานวัตกรรมการจัดการศึกษา (สนก.) ศูนย์ PISA สพฐ. และ เครือข่ายสถานศึกษากลุ่มโรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬารณราชวิทยาลัย ได้ร่วมกันจัดทำขึ้น เพื่อให้ครูนำไปใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้ เพื่อพัฒนาความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ตามกรอบการประเมินสมรรถนะนักเรียนมาตรฐานสากล (Programme for International Student Assessment-PISA) โดยองค์การเพื่อความร่วมมือทางเศรษฐกิจและการพัฒนา (Organisation for Economic Co-operation and Development-OECD)

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ตามรูปแบบในเอกสารทั้ง 6 เล่ม สามารถนำไปใช้ได้ในการจัดการเรียนรู้ใน 4 แนวทาง ดังนี้

- 1) จัดทำเป็นรายวิชาเพิ่มเติมขึ้นใหม่ เป็นการเฉพาะ จำนวน 0.5 หน่วยกิต
- 2) บูรณาการจัดเป็นกิจกรรมหนึ่งในการจัดการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน
- 3) บูรณาการจัดเป็นกิจกรรมหนึ่งในการจัดการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม
- 4) จัดในรูปแบบกิจกรรมการเรียนรู้อื่น ๆ ตามบริบทและความพร้อมของโรงเรียน

รูปแบบการจัดการเรียนรู้และกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ในเอกสารเล่มนี้ ได้จัดทำขึ้นเป็นตัวอย่างเท่านั้น ในการนำไปใช้จัดการเรียนรู้ในชั้นเรียน ครูอาจต้องนำไปปรับหรือทำขึ้นใหม่ให้เหมาะสมสอดคล้องกับบริบท ความถนัด และความสนใจของนักเรียนของตนเอง

อนึ่ง ในปัจจุบัน การทดสอบต่าง ๆ ได้เริ่มให้ผู้สอบทำข้อสอบบนคอมพิวเตอร์ (Computer-Based Test) มากขึ้น ดังนั้น เพื่อให้นักเรียนคุ้นเคยกับการทำข้อสอบบนคอมพิวเตอร์ดังกล่าว ครูควรจัดให้นักเรียนได้เข้าฝึกทำข้อสอบ PISA ที่ OECD อนุญาตให้เผยแพร่และข้อสอบ PISA-Like ที่พัฒนาโดย สสวท. ผ่านระบบออนไลน์ของ สสวท. <https://ipst-pisatest.ipst.ac.th/> และข้อสอบ PISA Style ผ่านระบบออนไลน์ของ ศูนย์ PISA สพฐ. <https://www.pisacenterobec.org/pisa-style/> เพื่อพัฒนาสมรรถนะความฉลาดรู้ทั้ง 3 ด้าน ได้แก่ ด้านการอ่าน ด้านคณิตศาสตร์ และด้านวิทยาศาสตร์ เพิ่มเติมด้วย

การจัดทำเอกสารทั้ง 6 เล่มนี้ ได้รับความอนุเคราะห์จากครูของโรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย ครูโรงเรียนเครือข่ายร่วมพัฒนา และครูของโรงเรียนเครือข่ายวิทยาศาสตร์พลังสิบ ในการร่วมกันระดมความคิด เพื่อนำสถานการณ์และคำถามจากข้อสอบวัดความฉลาดรู้ด้านวิทยาศาสตร์ตามกรอบการประเมินสมรรถนะนักเรียนมาตรฐานสากล (PISA) ที่ สสวท. ได้จัดทำและเผยแพร่ มาปรับให้เป็นสื่อในการจัดการเรียนรู้ ออกแบบและจัดทำกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ และนำไปทดลองจัดการเรียนรู้จริงในชั้นเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น แล้วนำข้อมูลจากการทดลองสอนมาปรับปรุงกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ให้มีความเหมาะสมมากยิ่งขึ้น นอกจากนั้นยังได้รับความอนุเคราะห์จากผู้ทรงคุณวุฒิจากมหาวิทยาลัย สถาบันการศึกษา และหน่วยงานองค์การทางการศึกษา ในการให้คำแนะนำและคำปรึกษาในการจัดทำกิจกรรมการเรียนรู้ ดังกล่าว

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) และ สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (สพฐ.) ขอขอบคุณคณะครูและผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวข้างต้นเป็นอย่างสูง และคาดหวังเป็นอย่างยิ่งว่าเอกสารทั้ง 6 เล่มนี้ จะเป็นส่วนหนึ่งที่ช่วยให้ครูสามารถวางแผนและจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อพัฒนาความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพเพิ่มมากขึ้น ซึ่งความฉลาดรู้ดังกล่าวเป็นเรื่องที่มีความสำคัญเป็นอย่างยิ่ง ทั้งเพื่อการศึกษาเรียนรู้ เพื่อการดำรงชีวิต และเพื่อการประกอบอาชีพ จากผลการศึกษาที่มีข้อบ่งชี้ว่า บุคคลผู้ที่มีความฉลาดรู้ทั้ง 3 ด้าน ได้แก่ ด้านการอ่าน ด้านคณิตศาสตร์ และด้านวิทยาศาสตร์อยู่ในระดับสูงจะมีโอกาสประสบความสำเร็จในด้านต่าง ๆ สูงขึ้นตามไปด้วย

คำชี้แจง

เอกสารฉบับนี้ นำเสนอแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับรายวิชาคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น จำนวน 18 กิจกรรม ครูสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในชั้นเรียนได้ตามบริบทของโรงเรียน การจัดทำเอกสารเล่มนี้อิงกับกรอบการประเมินความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์และข้อสอบของ PISA แต่ละกิจกรรม กำหนดเวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ไว้ 1 คาบ (50 – 60 นาที) โดยมีรายละเอียดของ 1) กระบวนการทางคณิตศาสตร์ 2) องค์ประกอบของกิจกรรม และ 3) ข้อเสนอแนะการใช้กิจกรรมและแบบประเมินพฤติกรรม การให้เหตุผล ดังนี้

1. กระบวนการทางคณิตศาสตร์ อิงกับกรอบการประเมินของ PISA 2022 ที่ประกอบด้วย การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหา โดยกระบวนการทางคณิตศาสตร์มี 4 กระบวนการ ดังนี้

1.1 **การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Reasoning)** เป็นการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เกี่ยวข้องกับการประเมินสถานการณ์ การเลือกกลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา การสรุปที่สมเหตุสมผล การปรับปรุงและอธิบายที่มาของคำตอบ และการตระหนักถึงวิธีการประยุกต์ใช้วิธีแก้ปัญหา

1.2 **การคิด/แปลงสถานการณ์ปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ หรือ “คิด/แปลงปัญหา” (Formulate)** เป็นสมรรถนะในการแยกแยะและรู้ถึงโอกาสที่จะใช้คณิตศาสตร์ และใช้ความรู้เกี่ยวกับโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ ที่จำเป็นในการแปลงสถานการณ์ให้เป็นรูปแบบทางคณิตศาสตร์ ในการแปลงสถานการณ์ให้เป็นบริบททางคณิตศาสตร์ แต่ละบุคคลจะต้องพิจารณาว่าจะนำความรู้คณิตศาสตร์ส่วนใดมาวิเคราะห์ จัดการ และแก้ปัญหา พวกเขาจะต้องแปลงสิ่งที่อยู่ในโลกชีวิตจริงให้อยู่ในบริบทของคณิตศาสตร์ กำหนดโครงสร้าง การแสดงแทน และข้อมูลทางคณิตศาสตร์ให้กับปัญหาในชีวิตจริงนั้น โดยต้องพิจารณาและทำความเข้าใจถึงข้อจำกัดและสมมติฐานต่าง ๆ ในปัญหา

1.3 **การใช้โมเดล ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา หรือ “ใช้คณิตศาสตร์” (Employ)** เป็นสมรรถนะในการประยุกต์ใช้โมเดล ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้สถานการณ์ปัญหาซึ่งได้แปลงให้อยู่ในรูปคณิตศาสตร์แล้ว เพื่อให้ได้ข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ในการประยุกต์ใช้โมเดล ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหานั้น แต่ละบุคคลต้องแสดงการดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นเพื่อให้ได้มาซึ่งผลลัพธ์และหาวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1.4 **การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ หรือ “ตีความและประเมินผลลัพธ์” (Interpret and Evaluate)** เป็นสมรรถนะในการสะท้อนวิธีแก้ปัญหา ผลลัพธ์ หรือข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ และตีความสิ่งเหล่านี้ในบริบทของปัญหาในชีวิตจริงที่เป็นปัญหาเริ่มต้นได้ รวมถึงการแปลความหมายของวิธีแก้ปัญหาหรือการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์กลับไปยังบริบทของปัญหาแล้วพิจารณาว่าผลลัพธ์ที่ได้นั้น มีความสมเหตุสมผลและความหมายในบริบทของปัญหาหรือไม่

2. องค์ประกอบของกิจกรรม ประกอบด้วย

2.1 ความเชื่อมโยงกับตัวชี้วัดในหลักสูตรแกนกลาง ระบุความเชื่อมโยงของกิจกรรมกับมาตรฐานการเรียนรู้ และตัวชี้วัด (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

2.2 จุดประสงค์การเรียนรู้ แสดงสิ่งที่ต้องการให้เกิดขึ้นกับผู้เรียนทั้งด้านความรู้และด้านกระบวนการ

2.3 กระบวนการ (PISA 2022) แสดงกระบวนการตามกรอบการประเมินของ PISA ที่ต้องการให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน

2.4 ความรู้ที่เกี่ยวข้อง อธิบายเนื้อหาสาระที่เกี่ยวข้องกับกิจกรรม

2.5 วัสดุ อุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้ ระบุวัสดุ อุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้ที่ใช้ในการทำกิจกรรม

2.6 การเตรียมตัวล่วงหน้าของผู้สอน ระบุสิ่งที่ผู้สอนจะต้องจัดเตรียมก่อนการจัดกิจกรรม

2.7 ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ แสดงลำดับขั้นตอนในการจัดกิจกรรม

2.8 ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมสำหรับผู้สอน ระบุคำแนะนำเพิ่มเติมในการจัดกิจกรรม

2.9 แหล่งการเรียนรู้เพิ่มเติม ระบุแหล่งความรู้สำหรับศึกษาเพิ่มเติม

2.10 การวัดและประเมินผล ระบุวิธีการ เครื่องมือ และเกณฑ์การประเมินที่ใช้ในกิจกรรม

ทั้งนี้ สื่อการเรียนรู้สำหรับใช้ประกอบการทำกิจกรรม เช่น ใบกิจกรรม ใบกิจกรรมพร้อมทั้งแนวคำตอบ และใบความรู้ (ถ้ามี) ได้แนบไว้ต่อท้ายรายละเอียดของแต่ละกิจกรรมแล้ว เพื่อความสะดวกในการใช้งาน โดยใบกิจกรรมได้เว้นที่ว่างไว้ให้ผู้เรียนสามารถเขียนคำตอบได้ ส่วนใบกิจกรรมพร้อมทั้งแนวคำตอบ ผู้สอนสามารถใช้เป็นแนวทางในการเฉลยหรืออธิบายคำตอบได้

3. ข้อเสนอแนะการใช้กิจกรรมและแบบประเมินพฤติกรรมทำให้เหตุผล

3.1 กิจกรรมการเรียนรู้ มีจำนวน 18 กิจกรรม แบ่งกลุ่มจากเนื้อหาหลักในกิจกรรม และจัดเรียงกิจกรรมการเรียนรู้ตามสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์และบทเรียนในหนังสือเรียน สสวท. ที่สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ทั้งนี้ ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ สามารถจัดตามลำดับที่ระบุไว้ หรือปรับใช้ได้ตามความเหมาะสม โดยมีรายละเอียดดังนี้

ตารางสรุปกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์

ลำดับที่	ชื่อกิจกรรม	ความเชื่อมโยง กับตัวชี้วัด ในหลักสูตรแกนกลาง	กระบวนการทางคณิตศาสตร์ (PISA 2022)				ความเชื่อมโยง กับบทเรียน ในหนังสือเรียน สสวท.
			ให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์	คิด/แปลง ปัญหา	ใช้คณิตศาสตร์	ตีความและ ประเมินผล	
สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต							
1	เคเบิลทีวี	ค 1.1 ม.1/3	✓	✓	✓	✓	อัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละ
2	เครื่องเล่นที่ชาร์จ	ค 1.1 ม.1/3 ค 3.2 ม.3/1	✓	✓		✓	อัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละ ความน่าจะเป็น
3	กระต่าย	ค 1.1 ม.1/2 ค 1.1 ม.1/3 ค 3.1 ม.1/1	✓	✓	✓	✓	เลขยกกำลัง อัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละ สถิติ (1)
4	เครื่องเล่น MP3	ค 1.1 ม.1/3 ค 1.3 ม.1/3	✓	✓	✓	✓	อัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละ กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น
5	การปั่นภูเขาฟูจิ	ค 1.1 ม.1/3 ค 1.3 ม.1/3	✓	✓	✓		อัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละ กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น
6	อัตราการหยด	ค 1.3 ม.1/1 ค 1.3 ม.1/3	✓		✓		สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น
7	อัตราเร็วของรถแข่ง	ค 1.3 ม.1/2	✓			✓	กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น
8	ขับรถ	ค 1.3 ม.1/2	✓			✓	กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต							
9	ตัวต่อ	ค 2.2 ม.1/2	✓		✓		รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ
10	ลูกเต๋า	ค 2.2 ม.1/2	✓	✓	✓	✓	รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ
11	โรงรถ	ค 2.2 ม.1/2 ค 2.2 ม.2/5	✓		✓	✓	รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ทฤษฎีบทพีทาโกรัส
12	ร้านไอศกรีม	ค 1.1 ป.6/3 ค 2.1 ป.6/2 ค 2.2 ม.2/5	✓		✓		ร้อยละและอัตราส่วน รูปหลายเหลี่ยม ทฤษฎีบทพีทาโกรัส
13	เรือเดินทะเล	ค 1.1 ม.1/3 ค 2.2 ม.2/5	✓	✓	✓		อัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละ ทฤษฎีบทพีทาโกรัส
14	พลังของลม	ค 1.1 ม.1/3 ค 1.3 ม.1/3 ค 2.1 ป.6/3 ค 2.2 ม.2/5	✓		✓	✓	อัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละ กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น วงกลม ทฤษฎีบทพีทาโกรัส
15	ประตูหมุน	ค 2.1 ป.6/3 ค 2.2 ม.3/3	✓	✓	✓		วงกลม วงกลม

ตารางสรุปกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ (ต่อ)

ลำดับที่	ชื่อกิจกรรม	ความเชื่อมโยง กับตัวชี้วัด ในหลักสูตรแกนกลาง	กระบวนการทางคณิตศาสตร์ (PISA 2022)				ความเชื่อมโยง กับบทเรียน ในหนังสือเรียน สสวท.
			ให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์	คิด/แปลงปัญหา	ใช้คณิตศาสตร์	ตีความและ ประเมินผลลัพธ์	
สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น							
16	แฟลชไดรฟ์	ค 3.1 ม.1/1	✓			✓	สถิติ (1)
17	ความสูง	ค 3.1 ม.2/1	✓	✓	✓	✓	สถิติ (2)
18	ห้องชุดสำหรับพักผ่อน	ค 3.1 ม.2/1	✓		✓	✓	สถิติ (2)

3.2 กิจกรรมการเรียนรู้เพิ่มเติม มีจำนวน 6 กิจกรรม ซึ่งอยู่ในภาคผนวก ก และแบ่งกลุ่มจากเนื้อหาหลัก ในกิจกรรมและจัดเรียงกิจกรรมการเรียนรู้ตามสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์และบทเรียนในหนังสือเรียน สสวท. ที่สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ทั้งนี้ ผู้สอนสามารถเลือกใช้กิจกรรมการเรียนรู้เพิ่มเติมในการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ของผู้เรียนเพิ่มเติมได้ตามความเหมาะสม โดยมีรายละเอียดดังนี้

ตารางสรุปกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์เพิ่มเติม

ลำดับที่	ชื่อกิจกรรม	ความเชื่อมโยง กับตัวชี้วัด ในหลักสูตรแกนกลาง	กระบวนการทางคณิตศาสตร์ (PISA 2022)				ความเชื่อมโยง กับบทเรียน ในหนังสือเรียน สสวท.
			ให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์	คิด/แปลงปัญหา	ใช้คณิตศาสตร์	ตีความและ ประเมินผลลัพธ์	
สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต							
19	การเช่าทีวีดี	ค 1.3 ม.1/1	✓	✓	✓		สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
20	การขายหนังสือพิมพ์	ค 1.3 ม.1/1 ค 1.3 ม.1/2	✓	✓	✓	✓	สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น
21	จักรยาน	ค 1.1 ม.1/3 ค 1.3 ม.1/3	✓	✓	✓		อัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละ กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต							
22	ชิงช้าสวรรค์	ค 2.2 ม.3/3	✓	✓			วงกลม
สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น							
23	รถยนต์คันไหน?	ค 1.1 ม.1/3 ค 3.1 ป.4/1	✓		✓	✓	อัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละ การนำเสนอข้อมูล
24	อันดับซีดีเพลงขายดี	ค 3.1 ม.1/1	✓		✓	✓	สถิติ (1)

เล่มที่ 3 กิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์

3.3 แบบประเมินพฤติกรรมกาให้เหตุผล ซึ่งอยู่ในภาคผนวก ข เป็นเครื่องมือสำหรับให้ผูสอนใช้เป็นแนวทางในการสังเกตและประเมินพฤติกรรมกาให้เหตุผลของผูเรียน โดยให้ผูสอนบันทึกคะแนนของพฤติกรรมที่ผูเรียนแสดงออกในแต่ละกิจกรรม และสรุปผลพฤติกรรมของผูเรียนในภาพรวมของทั้งภาคการศึกษาเป็นระดับคุณภาพ ได้แก่ ดี พอใช้ หรือต้องปรับปรุง

3.4 ในกิจกรรมการเรียนรู้มีการระบุว่าคำถามสอดคล้องกับกระบวนการทางคณิตศาสตร์ใดบ้าง แต่มีบางคำถามที่ไม่ได้ระบุกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไว้ เนื่องจากเป็นคำถามที่ใช้ถามเพื่อนำเข้าสู่บทเรียน หรือเป็นคำถามที่ใช้ตรวจสอบความเข้าใจในเบื้องต้น

สารบัญ

	หน้า
คำนำ	ก
คำชี้แจง	ค
กิจกรรมที่ 1 เรื่อง เคเบิลทีวี	1
กิจกรรมที่ 2 เรื่อง เครื่องเล่นที่ชำรุด	10
กิจกรรมที่ 3 เรื่อง กระต่าย	21
กิจกรรมที่ 4 เรื่อง เครื่องเล่น MP3	37
กิจกรรมที่ 5 เรื่อง การปิ่นภูเขาฟูจิ	50
กิจกรรมที่ 6 เรื่อง อัตราการหยด	62
กิจกรรมที่ 7 เรื่อง อัตราเร็วของรถแข่ง	71
กิจกรรมที่ 8 เรื่อง ขับรถ	81
กิจกรรมที่ 9 เรื่อง ตัวต่อ	92
กิจกรรมที่ 10 เรื่อง ลูกเต๋า	104
กิจกรรมที่ 11 เรื่อง โรงรถ	121
กิจกรรมที่ 12 เรื่อง ร้านไอศกรีม	141
กิจกรรมที่ 13 เรื่อง เรือเดินทะเล	164
กิจกรรมที่ 14 เรื่อง พลังของลม	175
กิจกรรมที่ 15 เรื่อง ประตูลม	189
กิจกรรมที่ 16 เรื่อง แพลชไดรฟ์	198
กิจกรรมที่ 17 เรื่อง ความสูง	209
กิจกรรมที่ 18 เรื่อง ห้องชุดสำหรับพักผ่อน	223
ภาคผนวก	237
ภาคผนวก ก กิจกรรมการเรียนรู้เพิ่มเติม (กิจกรรมที่ 19 – 24)	238
ภาคผนวก ข แบบประเมินพฤติกรรมกาให้เหตุผล	303
บรรณานุกรม	305
คณะผู้จัดทำ	307

กิจกรรมที่ 1

รายวิชา การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างฉลาดรู้

ระดับ มัธยมศึกษาตอนต้น

เรื่อง เคเบิลทีวี

เวลาเรียน 1 คาบ

1. ความเชื่อมโยงกับตัวชี้วัดในหลักสูตรแกนกลาง

ค 1.1 ม.1/3

2. จุดประสงค์การเรียนรู้ ผู้เรียนสามารถ

- 1) ใช้ความรู้เกี่ยวกับสัดส่วนและร้อยละในการแก้ปัญหาสถานการณ์เคเบิลทีวี
- 2) ระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลในตารางเพื่อแก้ปัญหาในสถานการณ์เคเบิลทีวี
- 3) ตีความข้อมูลที่อยู่ในรูปตารางของสถานการณ์เคเบิลทีวี
- 4) อธิบายหรือให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนหรือโต้แย้ง รวมถึงอธิบายกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์เคเบิลทีวี

3. กระบวนการ (PISA 2022)

- ☒ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- ☒ การคิด/แปลงสถานการณ์ปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์
- ☒ การใช้โมเดล ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา
- ☒ การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์

4. ความรู้ที่เกี่ยวข้อง

- 1) ร้อยละหรือเปอร์เซ็นต์ เป็นอัตราส่วนแสดงการเปรียบเทียบปริมาณใดปริมาณหนึ่งต่อ 100
- 2) สัดส่วน คือ ประโยคที่แสดงการเท่ากันของอัตราส่วนสองอัตราส่วน

5. วัสดุ อุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้

ใบกิจกรรม เรื่อง เคเบิลทีวี ตามจำนวนผู้เรียน คนละ 1 ชุด

6. การเตรียมตัวล่วงหน้าของผู้สอน

- 1) เตรียมวัสดุ อุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้สำหรับผู้เรียน
- 2) ศึกษาและตรวจสอบสื่อการเรียนรู้
- 3) ศึกษาขั้นตอนการจัดกิจกรรม

7. ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

- 1) ผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันสนทนาทบทวนความรู้เรื่องร้อยละ โดยผู้สอนใช้การถามตอบ เพื่อกระตุ้นความคิด ดังนี้
 - นักเรียนเคยพบเรื่องใดบ้างที่เกี่ยวข้องกับร้อยละในชีวิตประจำวัน

แนวคำตอบ ดอกเบี้ยเงินฝาก การซื้อขายของ (ส่วนลด, ขาดทุน, กำไร)
- 2) ผู้สอนทบทวนความหมายของร้อยละและการนำความรู้เกี่ยวกับร้อยละไปใช้ ดังนี้
 - ประเทศหนึ่งมีประชากรที่เป็นเด็กอายุต่ำกว่า 18 ปีอยู่ 40% หมายความว่าอย่างไร

แนวคำตอบ ถ้ามีประชากร 100 คน จะมีประชากรที่เป็นเด็กอายุต่ำกว่า 18 ปี อยู่ 40 คน

 - ถ้าประเทศ A และประเทศ B มีประชากรที่เป็นเด็กอายุต่ำกว่า 18 ปี อยู่ 40% เท่ากัน แสดงว่า ทั้งสองประเทศมีประชากรที่เป็นเด็กอายุต่ำกว่า 18 ปี เป็นจำนวนเท่ากันใช่หรือไม่ พร้อมให้เหตุผลประกอบคำตอบ

แนวคำตอบ สามารถตอบได้ทั้ง “ใช่” หรือ “ไม่ใช่” ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับเหตุผลประกอบคำตอบ

“ใช่” เมื่อประเทศ A และประเทศ B มีจำนวนประชากรเท่ากัน

“ไม่ใช่” เมื่อประเทศ A และประเทศ B มีจำนวนประชากรไม่เท่ากัน
- 3) ผู้สอนให้ผู้เรียนพิจารณาตารางข้อมูลของสถานการณ์ในใบกิจกรรม เรื่อง เคเบิลทีวี จากนั้น ผู้สอนใช้ข้อมูลจากตารางของสถานการณ์ในการถามตอบเพื่อตรวจสอบความเข้าใจในการอ่านตาราง เช่น
 - ประเทศใดมีร้อยละของครัวเรือนที่มีโทรทัศน์เทียบกับจำนวนครัวเรือนทั้งหมดน้อยที่สุด

แนวคำตอบ สวิตเซอร์แลนด์

 - ประเทศฝรั่งเศสมีจำนวนครัวเรือนทั้งหมดประมาณกี่ครัวเรือน (ตอบเป็นทศนิยมสองตำแหน่ง)

แนวคำตอบ 25.26 ล้านครัวเรือน
- 4) ผู้สอนให้ผู้เรียนตอบคำถามในใบกิจกรรม เรื่อง เคเบิลทีวี คำถามข้อที่ 1 จากนั้น สุ่มผู้เรียนให้บอกคำตอบ และแสดงเหตุผลประกอบคำตอบ ทั้งนี้ ผู้สอนควรกระตุ้นให้ผู้เรียนที่เหลือตรวจสอบคำตอบของตนเอง

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม : ในกรณีที่ผู้เรียนทำกิจกรรมได้เร็ว ผู้สอนอาจถามคำถามในลักษณะเดิม โดยเปลี่ยนให้ผู้เรียนไปตอบข้อมูลประเทศอื่น เช่น ประเทศเบลเยียมมีร้อยละของครัวเรือนที่ไม่เป็นสมาชิกเคเบิลทีวีเทียบกับครัวเรือนที่มีโทรทัศน์เท่าใด

แนวคำตอบ $(100 - 91.7)\% = 8.3\%$

คำถามข้อที่ 3 โดยเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แสดงผลประกอบคำตอบที่หลากหลาย และให้ผู้เรียนพิจารณาความสมเหตุสมผลในการให้เหตุผลของเพื่อน เช่น

- “ประเทศที่มีร้อยละของครัวเรือนที่เป็นสมาชิกเคเบิลทีวีเทียบกับครัวเรือนที่มีโทรทัศน์มาก ก็จะมีจำนวนครัวเรือนมาก” ข้อสรุปนี้ถูกต้องหรือไม่ เพราะเหตุใด

แนวคำตอบ ไม่ถูกต้อง เช่น ประเทศฝรั่งเศสมีร้อยละของครัวเรือนที่เป็นสมาชิกเคเบิลทีวีเทียบกับครัวเรือนที่มีโทรทัศน์ 15.4% แต่มีจำนวนครัวเรือนที่มีโทรทัศน์ 24.5 ล้าน จึงมีจำนวนครัวเรือนมากกว่าประเทศสวิตเซอร์แลนด์ซึ่งมีร้อยละของครัวเรือนที่เป็นสมาชิกเคเบิลทีวีเทียบกับครัวเรือนที่มีโทรทัศน์ 98.0% แต่มีจำนวนครัวเรือนที่มีโทรทัศน์ 2.8 ล้าน

- 7) ผู้สอนให้ผู้เรียนตอบคำถามในใบกิจกรรม เรื่อง เคเบิลทีวี คำถามข้อที่ 3 จากนั้น ให้ผู้เรียนตรวจสอบคำตอบกับเพื่อน โดยในระหว่างที่ทำการกิจกรรมผู้สอนควรคอยสังเกตและให้คำแนะนำหรือให้ความช่วยเหลือในกรณีที่ผู้เรียนมีคำตอบที่ไม่ตรงกันและไม่แน่ใจว่าคำตอบใดที่ถูกต้อง นอกจากนี้ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แสดงผลประกอบคำตอบที่หลากหลาย และให้ผู้เรียนพิจารณาความสมเหตุสมผลในการให้เหตุผลของเพื่อน
- 8) ผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันสรุปการดำเนินกิจกรรม โดยมีแนวทางการสรุป ดังนี้
ผู้เรียนได้ใช้ความรู้เกี่ยวกับสัดส่วนและร้อยละ การใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหา และได้ฝึกทักษะการให้เหตุผลเพื่อตีความและประเมินผลลัพธ์

8. ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมสำหรับผู้สอน

- 1) หากเวลาการจัดกิจกรรมไม่เพียงพอ ผู้สอนสามารถจัดกิจกรรมตามขั้นตอนที่เหลือให้ผู้เรียนในคาบเรียนถัดไป
- 2) หากจัดกิจกรรมเสร็จแล้ว และพอมีเวลาเหลือ ผู้สอนสามารถเลือกแนวทางการจัดกิจกรรมอื่นที่อยู่ในภาคผนวก ก มาจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนตามความเหมาะสม

9. แหล่งการเรียนรู้เพิ่มเติม

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เล่ม 2 (สสวท.)

10. การวัดและประเมินผล

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
1) ใช้ความรู้เกี่ยวกับสัดส่วนและร้อยละในการแก้ปัญหาสถานการณ์เคเบิลทีวี	• พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม	• ใบกิจกรรม เรื่อง เคเบิลทีวี คำถามข้อที่ 1, 2.2 และ 4	• ตอบคำถามข้อที่ 1 ได้ถูกต้อง • อธิบายแนวคิดในการหาคำตอบของคำถามข้อที่ 2.2 หรือ 4 ได้อย่างสมเหตุสมผลและเพียงพอที่จะนำไปสู่

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
			คำตอบที่ถูกต้อง ตั้งแต่ 1 ข้อขึ้นไป จากทั้งหมด 2 ข้อ
2) ระบุความสัมพันธ์ของข้อมูล ในตารางเพื่อแก้ปัญหาใน สถานการณ์เคเบิลทีวี	• พิจารณาการตอบ คำถามในใบกิจกรรม	• ใบกิจกรรม เรื่อง เคเบิลทีวี คำถามข้อที่ 2.1	• ตอบคำถามข้อที่ 2.1 ได้ถูกต้อง
3) ตีความข้อมูลที่อยู่ในรูปตาราง ของสถานการณ์เคเบิลทีวี	• พิจารณาการตอบ คำถามในใบกิจกรรม	• ใบกิจกรรม เรื่อง เคเบิลทีวี คำถามข้อที่ 3	• อธิบายแนวคิดใน การหาคำตอบของ คำถามข้อที่ 3 ได้ อย่างสมเหตุสมผล และเพียงพอที่จะ นำไปสู่คำตอบที่ ถูกต้อง
4) อธิบายหรือให้เหตุผลเพื่อ สนับสนุนหรือโต้แย้ง รวมถึง อธิบายกระบวนการที่ใช้ ในการแก้ปัญหาสถานการณ์ เคเบิลทีวี	• พิจารณาการตอบ คำถามในใบกิจกรรม • สังเกตพฤติกรรม การให้เหตุผลจาก การตอบคำถามหรือ อภิปรายในชั้นเรียน	• ใบกิจกรรม เรื่อง เคเบิลทีวี คำถามข้อที่ 3 • แบบประเมิน พฤติกรรมการให้ เหตุผล	• อธิบายแนวคิด ในการหาคำตอบ ของคำถามข้อที่ 3 ได้อย่างสมเหตุสมผล และเพียงพอที่จะ นำไปสู่คำตอบที่ ถูกต้อง • ได้ระดับพอใช้ขึ้นไป เมื่อพิจารณา ในภาพรวมของ ทั้งภาคการศึกษา (ดูภาคผนวก ข)

หมายเหตุ เกณฑ์ที่กำหนดไว้ข้างต้น ถือเป็นเกณฑ์ในระดับที่คาดหวัง ในกรณีที่ผู้เรียนทำได้น้อยกว่าเกณฑ์ที่กำหนด ผู้สอนต้องพิจารณาเสริมกระบวนการในด้านนั้นเพิ่มเติม

ชื่อ ห้อง เลขที่

ใบกิจกรรม เรื่อง เคเบิลทีวี

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนอ่านสถานการณ์และตอบคำถามต่อไปนี้

(อนุญาตให้ใช้เครื่องคิดเลขในการหาคำตอบได้)

ตารางข้อมูลข้างล่าง แสดงข้อมูลเกี่ยวกับครัวเรือนที่มีโทรทัศน์ในห้าประเทศ รวมทั้งร้อยละของครัวเรือนเหล่านั้นที่มีโทรทัศน์และเป็นสมาชิกเคเบิลทีวีด้วย

ประเทศ	จำนวนครัวเรือนที่มีโทรทัศน์	ร้อยละของครัวเรือนที่มีโทรทัศน์เทียบกับจำนวนครัวเรือนทั้งหมด	ร้อยละของครัวเรือนที่เป็นสมาชิกเคเบิลทีวีเทียบกับครัวเรือนที่มีโทรทัศน์
ญี่ปุ่น	48.0 ล้าน	99.8%	51.4%
ฝรั่งเศส	24.5 ล้าน	97.0%	15.4%
เบลเยียม	4.4 ล้าน	99.0%	91.7%
สวิตเซอร์แลนด์	2.8 ล้าน	85.8%	98.0%
นอร์เวย์	2.0 ล้าน	97.2%	42.7%

แหล่งที่มา : ITU, World Telecommunication Indicators 2004/2005

ITU, World Telecommunication/ICT Development Report 2006

- จากข้อมูลในตาราง ประเทศญี่ปุ่นมีครัวเรือนที่ไม่เป็นสมาชิกเคเบิลทีวีคิดเป็นร้อยละเท่าใดเมื่อเทียบกับจำนวนครัวเรือนที่มีโทรทัศน์ทั้งหมด

ตอบ

- จากตารางข้อมูลแสดงว่าในประเทศสวิตเซอร์แลนด์ 85.8% ของครัวเรือนทั้งหมดมีโทรทัศน์
2.1 ถ้าต้องการหาจำนวนครัวเรือนทั้งหมดในประเทศสวิตเซอร์แลนด์ ต้องนำข้อมูลอะไรในตารางมาใช้

ตอบ

.....

.....

.....

.....

2.2 จำนวนครัวเรือนทั้งหมดในประเทศสวีตเซอร์แลนด์เป็นเท่าใด (ตอบเป็นค่าประมาณใกล้เคียง
ทศนิยม 1 ตำแหน่ง) จงแสดงวิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

3. กวิน พิจารณาข้อมูลประเทศฝรั่งเศสและนอร์เวย์ที่อยู่ในตาราง

กวิน กล่าวว่า “เนื่องจากร้อยละของครัวเรือนทั้งหมดที่มีโทรทัศน์ของสองประเทศนี้เกือบเท่ากัน

ดังนั้นประเทศนอร์เวย์มีครัวเรือนที่เป็นสมาชิกเคเบิลทีวีมากกว่า”

จงอธิบายว่า เพราะเหตุใดข้อความนี้จึงไม่ถูกต้อง ให้เหตุผลอธิบายคำตอบของนักเรียน

.....

.....

.....

.....

.....

4. ประเทศฝรั่งเศสมีครัวเรือนที่เป็นสมาชิกเคเบิลทีวีมากกว่าหรือน้อยกว่าประเทศเบลเยียมอยู่ประมาณ
กี่ครัวเรือน (ตอบเป็นค่าประมาณใกล้เคียงทศนิยม 1 ตำแหน่ง) จงแสดงวิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แนวคำตอบ

ใบกิจกรรม เรื่อง เคเบิลทีวี

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนอ่านสถานการณ์และตอบคำถามต่อไปนี้

(อนุญาตให้ใช้เครื่องคิดเลขในการหาคำตอบได้)

ตารางข้อมูลข้างล่าง แสดงข้อมูลเกี่ยวกับครัวเรือนที่มีโทรทัศน์ในห้าประเทศ รวมทั้งร้อยละของครัวเรือนเหล่านั้นที่มีโทรทัศน์และเป็นสมาชิกเคเบิลทีวีด้วย

ประเทศ	จำนวนครัวเรือนที่มีโทรทัศน์	ร้อยละของครัวเรือนที่มีโทรทัศน์เทียบกับจำนวนครัวเรือนทั้งหมด	ร้อยละของครัวเรือนที่เป็นสมาชิกเคเบิลทีวีเทียบกับครัวเรือนที่มีโทรทัศน์
ญี่ปุ่น	48.0 ล้าน	99.8%	51.4%
ฝรั่งเศส	24.5 ล้าน	97.0%	15.4%
เบลเยียม	4.4 ล้าน	99.0%	91.7%
สวิตเซอร์แลนด์	2.8 ล้าน	85.8%	98.0%
นอร์เวย์	2.0 ล้าน	97.2%	42.7%

แหล่งที่มา : ITU, World Telecommunication Indicators 2004/2005

ITU, World Telecommunication/ICT Development Report 2006

- จากข้อมูลในตาราง ประเทศญี่ปุ่นมีครัวเรือนที่ไม่เป็นสมาชิกเคเบิลทีวีคิดเป็นร้อยละเท่าใดเมื่อเทียบกับจำนวนครัวเรือนที่มีโทรทัศน์ทั้งหมด

ตอบ48.6%.....

(กระบวนการ: การใช้หมอนัทสน์ ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา)

แนวคิด

จากตารางข้อมูล ประเทศญี่ปุ่นมีร้อยละของครัวเรือนที่เป็นสมาชิกเคเบิลทีวีเทียบกับครัวเรือนที่มีโทรทัศน์เท่ากับ 51.4%

ดังนั้น ประเทศญี่ปุ่นมีครัวเรือนที่ไม่เป็นสมาชิกเคเบิลทีวีคิดเป็น 48.6% เมื่อเทียบกับจำนวนครัวเรือนที่มีโทรทัศน์ทั้งหมด

2. จากตารางข้อมูลแสดงว่าในประเทศสวิตเซอร์แลนด์ 85.8% ของครัวเรือนทั้งหมดมีโทรทัศน์

2.1 ถ้าต้องการหาจำนวนครัวเรือนทั้งหมดในประเทศสวิตเซอร์แลนด์ ต้องนำข้อมูลอะไรในตารางมาใช้

ตอบ ดูแนวคำตอบได้จากแนวคิดต่อไปนี้

(กระบวนการ: การคิด/แปลงสถานการณ์ปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์)

แนวคิด

จำนวนครัวเรือนที่มีโทรทัศน์ของประเทศสวิตเซอร์แลนด์ และ ร้อยละของครัวเรือนที่มีโทรทัศน์
เทียบกับจำนวนครัวเรือนทั้งหมด

2.2 จำนวนครัวเรือนทั้งหมดในประเทศสวิตเซอร์แลนด์เป็นเท่าใด (ตอบเป็นค่าประมาณใกล้เคียง
ทศนิยม 1 ตำแหน่ง) จงแสดงวิธีทำ

..... ดูแนวคำตอบได้จากแนวคิดต่อไปนี้

(กระบวนการ: การใช้สมโนทัศน์ ข้อเท็จจริง วิธีการและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการ แก้ปัญหา)

แนวคิด

กำหนดให้ a แทนจำนวนครัวเรือนทั้งหมดในประเทศสวิตเซอร์แลนด์

$$\text{จาก } \frac{a}{2.8} = \frac{100}{85.8}$$

$$\text{จะได้ } a = \frac{100 \times 2.8}{85.8}$$

$$\text{จึงได้ว่า } a = \frac{2,800}{85.8} = \frac{1,400}{42.9} \approx 3.2634...$$

ดังนั้น จำนวนครัวเรือนทั้งหมดในประเทศสวิตเซอร์แลนด์มีประมาณ 3.3 ล้านครัวเรือน

3. กวิน พิจารณาข้อมูลประเทศฝรั่งเศสและนอร์เวย์ที่อยู่ในตาราง

กวิน กล่าวว่า “เนื่องจากร้อยละของครัวเรือนทั้งหมดที่มีโทรทัศน์ของสองประเทศนี้เกือบเท่ากัน

ดังนั้นประเทศนอร์เวย์มีครัวเรือนที่เป็นสมาชิกเคเบิลทีวีมากกว่า”

จงอธิบายว่า เพราะเหตุใดข้อความนี้จึงไม่ถูกต้อง ให้เหตุผลอธิบายคำตอบของนักเรียน

..... ดูแนวคำตอบได้จากแนวคิดต่อไปนี้

(กระบวนการ: การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์)

แนวคิด

คำตอบเช่น

- เขาพูดผิด เพราะว่าในประเทศฝรั่งเศสมีเกิน 22 ล้านครัวเรือนที่มีโทรทัศน์
- เพราะว่าประชากรของประเทศฝรั่งเศสมีมากกว่านอร์เวย์ประมาณ 10 เท่า
- เพราะประเทศฝรั่งเศสมีคนมากกว่า จำนวนคนที่มีโทรทัศน์จึงมากกว่ามาก ดังนั้น จำนวนการเป็นสมาชิกเคเบิลทีวีจึงมากกว่า
- เพราะประเทศฝรั่งเศสมี $(24.5 \times 0.154) \approx 3.7$ ล้านครัวเรือนที่เป็นสมาชิกเคเบิลทีวี ในขณะที่ประเทศนอร์เวย์ $(2.0 \times 0.427) \approx 0.8$ ล้านครัวเรือน ประเทศฝรั่งเศสจึงมีสมาชิกเคเบิลทีวีมากกว่า

4. ประเทศฝรั่งเศสมีครัวเรือนที่เป็นสมาชิกเคเบิลทีวีมากกว่าหรือน้อยกว่าประเทศเบลเยียมอยู่ประมาณกี่ครัวเรือน (ตอบเป็นค่าประมาณใกล้เคียงทศนิยม 1 ตำแหน่ง) จงแสดงวิธีทำ

ดูแนวคำตอบได้จากแนวคิดต่อไปนี้

(กระบวนการ: การใช้โน้ตสโนว์ ข้อเท็จจริง วิธีการและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา)

แนวคิดกำหนดให้ x แทนจำนวนครัวเรือนของประเทศฝรั่งเศสที่เป็นสมาชิกเคเบิลทีวี

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } \frac{x}{24.5} &= \frac{15.4}{100} \\ x &= \frac{377.3}{100} \end{aligned}$$

จึงได้ว่า จำนวนครัวเรือนของประเทศฝรั่งเศสที่เป็นสมาชิกเคเบิลทีวีเท่ากับ $3.773 \approx 3.8$ ล้านครัวเรือน

กำหนดให้ y แทนจำนวนครัวเรือนของประเทศเบลเยียมเป็นสมาชิกเคเบิลทีวี

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } \frac{y}{4.4} &= \frac{91.7}{100} \\ y &= \frac{403.48}{100} \end{aligned}$$

จึงได้ว่า จำนวนครัวเรือนของประเทศเบลเยียมที่เป็นสมาชิกเคเบิลทีวีเท่ากับ $4.0348 \approx 4.0$ ล้านครัวเรือน

ดังนั้น ประเทศฝรั่งเศสมีครัวเรือนที่เป็นสมาชิกเคเบิลทีวีน้อยกว่าประเทศเบลเยียมอยู่ประมาณ

$$4.0 - 3.8 = 0.2 \text{ ล้านครัวเรือน หรือประมาณ } 2 \text{ แสนครัวเรือน}$$

กิจกรรมที่ 2

รายวิชา การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างฉลาดรู้

ระดับ มัธยมศึกษาตอนต้น

เรื่อง เครื่องเล่นที่ชำรุด

เวลาเรียน 1 คาบ

1. ความเชื่อมโยงกับตัวชี้วัดในหลักสูตรแกนกลาง

ค 1.1 ม.1/3 และ ค 3.2 ม.3/1

2. จุดประสงค์การเรียนรู้ ผู้เรียนสามารถ

- 1) ระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลเชิงสถิติที่เกี่ยวข้องกับความไม่แน่นอนเพื่อแก้ปัญหาในสถานการณ์เครื่องเล่นที่ชำรุด
- 2) ตีความในสถานการณ์ปัญหาเครื่องเล่นที่ชำรุด โดยใช้ความสัมพันธ์ของข้อมูลเชิงสถิติเกี่ยวกับความไม่แน่นอน
- 3) อธิบายหรือให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนหรือโต้แย้ง รวมถึงอธิบายกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์เครื่องเล่นที่ชำรุด

3. กระบวนการ (PISA 2022)

- ☒ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- ☒ การคิด/แปลงสถานการณ์ปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์
- ☐ การใช้โมเดล ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา
- ☒ การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์

4. ความรู้ที่เกี่ยวข้อง

- 1) ร้อยละหรือเปอร์เซ็นต์ เป็นอัตราส่วนแสดงการเปรียบเทียบปริมาณใดปริมาณหนึ่งต่อ 100
- 2) ความน่าจะเป็น สามารถหาได้จากสูตร

$$\text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์} = \frac{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์}}{\text{จำนวนผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม}}$$

เมื่อผลลัพธ์แต่ละแบบที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม มีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่า ๆ กัน

5. วัสดุ อุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้

ใบกิจกรรม เรื่อง เครื่องเล่นที่ชำรุด ตามจำนวนผู้เรียน คนละ 1 ชุด

6. การเตรียมตัวล่วงหน้าของผู้สอน

- 1) เตรียมวัสดุ อุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้สำหรับผู้เรียน
- 2) ศึกษาและตรวจสอบสื่อการเรียนรู้

3) ศึกษาขั้นตอนการจัดกิจกรรม

7. ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

- 1) ผู้สอนเกริ่นนำเกี่ยวกับร้อยละ โดยให้ผู้เรียนพิจารณาสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน ดังตัวอย่างต่อไปนี้
ร้านค้าตั้งราคาขายน้ำผลไม้ปั่นแก้วละ 40 บาท โดยมีส่วนลดให้ลูกค้าเลือกแบบใดแบบหนึ่งดังนี้
แบบที่ 1 : ซื้อ 4 แก้ว แถม 1 แก้ว
แบบที่ 2 : ซื้อแก้วที่ 3 เป็นต้นไป ลด 30%
แบบที่ 3 : ลด 25% ทุกแก้ว

จากนั้น ผู้สอนใช้การถามตอบกับผู้เรียนโดยใช้แนวคำถามดังนี้

- ถ้านักเรียนต้องการซื้อน้ำปั่นจำนวน 5 แก้ว และต้องการจ่ายเงินน้อยที่สุด นักเรียนต้องเลือกส่วนลดแบบใดและต้องจ่ายเงินกี่บาท มีวิธีการคำนวณอย่างไร

แนวคำตอบ แบบที่ 1 คำนวณจาก $4 \times 40 = 160$ บาท

$$\text{แบบที่ 2 คำนวณจาก } (2 \times 40) + \left(120 \times \frac{70}{100}\right) = 80 + 84 = 164 \text{ บาท}$$

$$\text{แบบที่ 3 คำนวณจาก } 200 \times \frac{75}{100} = 150 \text{ บาท}$$

ดังนั้น นักเรียนต้องเลือกส่วนลดแบบที่ 3 และต้องจ่ายเงิน 150 บาท

- นอกจากตัวอย่างสถานการณ์ข้างต้นแล้ว สถานการณ์ในชีวิตจริงที่ผู้เรียนพบเจอเกี่ยวกับร้อยละ มีสถานการณ์แบบใดบ้าง

แนวคำตอบ บ้ายลดราคาสินค้า การจ่ายดอกเบี้ยธนาคาร การนับจำนวนสิ่งของต่างๆ

- 2) ผู้สอนให้ผู้เรียนจับคู่ตอบคำถามในใบกิจกรรม เรื่อง เครื่องเล่นที่ชำรุด คำถามข้อที่ 1 เพื่อตรวจสอบความเข้าใจ เมื่อผู้เรียนตอบคำถามข้อที่ 1 แล้ว ผู้สอนอาจสุ่มผู้เรียนให้บอกคำตอบที่ได้ และถามผู้เรียนว่า ทำไมถึงได้คำตอบเช่นนั้น และในกรณีที่คำตอบไม่ตรงกันกับเพื่อน ทำไมถึงเป็นเช่นนั้น

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม: หลังจากผู้เรียนตอบคำถามในใบกิจกรรมแล้ว

- 1) ผู้สอนควรระมัดระวังการใช้ข้อมูลที่คลาดเคลื่อนของผู้เรียน กล่าวคือ ผู้เรียนใช้ข้อมูลเพียงบางส่วน ไม่ได้ใช้ข้อมูลทั้งหมด เช่น เข้าใจว่า เครื่องเล่นวิดีโอที่ผลิตได้คิดเป็น $\frac{2,000}{6,000} = \frac{1}{3}$ ของเครื่องเล่นที่ผลิตได้ในแต่ละวัน
- 2) ผู้สอนควรเน้นย้ำความหมายของค่าเฉลี่ย เนื่องจากข้อมูลที่นำมาเป็นร้อยละของเครื่องเล่นที่ชำรุดโดยเฉลี่ยต่อวัน ดังนั้น ในกลุ่มเครื่องเล่นวิดีโอ 100 เครื่อง จึงอาจมีเครื่องที่ชำรุด มากกว่า น้อยกว่า หรือเท่ากับ 5 เครื่อง ก็ได้

- 3) ผู้สอนให้ผู้เรียนตอบคำถามข้อที่ 2 เพื่อตรวจสอบความเข้าใจเกี่ยวกับร้อยละและแก้ปัญหาในสถานการณ์เกี่ยวกับร้อยละ เมื่อผู้เรียนตอบคำถามข้อที่ 2 แล้ว ผู้สอนอาจสุ่มผู้เรียนให้บอกคำตอบที่ได้ ทั้งนี้ผู้สอนควรกระตุ้นให้ผู้เรียนที่เหลือตรวจสอบคำตอบของตนเองและเปิดโอกาสให้ผู้เรียนให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนคำตอบของเพื่อนหรือโต้แย้งในกรณีที่คำตอบไม่ตรงกัน เช่น ผู้สอนอาจใช้คำถามว่า
 - นักเรียนได้คำตอบเหมือนเพื่อนหรือไม่
 - นักเรียนมีเหตุผลอื่นที่สนับสนุนคำตอบของเพื่อนหรือไม่
 - นักเรียนคิดว่าคำตอบของเพื่อนถูกหรือผิด เพราะเหตุใด
- 4) ผู้สอนให้ผู้เรียนตอบคำถามข้อที่ 3 จากนั้น ผู้สอนให้ผู้เรียนจับคู่กันเพื่อเปรียบเทียบคำตอบและแลกเปลี่ยนวิธีการหาคำตอบ โดยในระหว่างที่ผู้เรียนทำกิจกรรม ผู้สอนต้องคอยสังเกต ให้คำแนะนำหรือให้ความช่วยเหลือในกรณีที่นักเรียนไม่สามารถหาคำตอบที่ถูกต้องได้ จากนั้น ผู้สอนอาจสุ่มผู้เรียนให้แสดงวิธีการคำนวณหน้าชั้นเรียน ทั้งนี้ผู้สอนควรกระตุ้นให้ผู้เรียนที่เหลือตรวจสอบคำตอบของตนเองและเปิดโอกาสให้ผู้เรียนให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนคำตอบของเพื่อนหรือโต้แย้งในกรณีที่คำตอบไม่ตรงกัน เช่น ผู้สอนอาจใช้คำถามว่า
 - นักเรียนได้คำตอบเหมือนเพื่อนหรือไม่
 - นักเรียนคิดว่าคำตอบของเพื่อนถูกหรือผิด เพราะเหตุใด

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม: หลังจากผู้เรียนตอบคำถามในใบกิจกรรมแล้ว ผู้สอนควรเน้นย้ำการแสดงวิธีการคำนวณ ควรเปรียบเทียบเป็นร้อยละของเครื่องเล่นที่ชำรุดทั้งหมดของแต่ละบริษัท

- 5) ผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันสรุปผลจากการปฏิบัติกิจกรรม โดยมีแนวทางการสรุปดังนี้
 ผู้เรียนได้ใช้ความรู้เกี่ยวกับร้อยละและความน่าจะเป็นในการแก้ปัญหาที่กำหนด และได้ฝึกทักษะการให้เหตุผลและการแก้ปัญหา

8. ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมสำหรับผู้สอน

- 1) หากเวลาการจัดกิจกรรมไม่เพียงพอ ผู้สอนสามารถจัดกิจกรรมตามขั้นตอนที่เหลือให้ผู้เรียนในคาบเรียนถัดไป
- 2) หากจัดกิจกรรมเสร็จแล้ว และพอมีเวลาเหลือ ผู้สอนสามารถเลือกแนวทางการจัดกิจกรรมอื่นที่อยู่ในภาคผนวก ก มาจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนตามความเหมาะสม

9. แหล่งการเรียนรู้เพิ่มเติม

- 1) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เล่ม 2 (สสวท.)
- 2) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เล่ม 2 (สสวท.)

10. การวัดและประเมินผล

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
1) ระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลเชิงสถิติที่เกี่ยวข้องกับความไม่แน่นอนเพื่อแก้ปัญหาในสถานการณ์เครื่องเล่นที่ชำรุด	• พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม	• ใบกิจกรรม เรื่อง เครื่องเล่นที่ชำรุด คำถามข้อที่ 1 และ 3	• ตอบคำถามข้อที่ 1 ได้ถูกต้องตั้งแต่ 2 ข้อย่อยขึ้นไป จากทั้งหมด 3 ข้อย่อย • อธิบายแนวคิดในการหาคำตอบของคำถามข้อที่ 3 ได้อย่างสมเหตุสมผล และเพียงพอที่จะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง
2) ตีความในสถานการณ์ปัญหาเครื่องเล่นที่ชำรุด โดยใช้ความสัมพันธ์ของข้อมูลเชิงสถิติที่เกี่ยวข้องกับความไม่แน่นอน	• พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม	• ใบกิจกรรม เรื่อง เครื่องเล่นที่ชำรุด คำถามข้อที่ 2	• อธิบายแนวคิดในการหาคำตอบของคำถามข้อที่ 2 ได้อย่างสมเหตุสมผล และเพียงพอที่จะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง
3) อธิบายหรือให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนหรือโต้แย้ง รวมถึงอธิบายกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์เครื่องเล่นที่ชำรุด	• พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม • สังเกตพฤติกรรมการให้เหตุผลจากการตอบคำถามหรืออภิปรายในชั้นเรียน	• ใบกิจกรรม เรื่อง เครื่องเล่นที่ชำรุด คำถามข้อที่ 2 • แบบประเมินพฤติกรรมการให้เหตุผล	• อธิบายแนวคิดในการหาคำตอบของคำถามข้อที่ 2 ได้อย่างสมเหตุสมผล และเพียงพอที่จะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง • ได้ระดับพอใช้ขึ้นไปเมื่อพิจารณาในภาพรวมของทั้งภาคการศึกษา (ดูภาคผนวก ข)

หมายเหตุ เกณฑ์ที่กำหนดไว้ข้างต้น ถือเป็นเกณฑ์ในระดับที่คาดหวัง ในกรณีที่ผู้เรียนทำได้น้อยกว่าเกณฑ์ที่กำหนด ผู้สอนต้องพิจารณาเสริมกระบวนการในด้านนั้นเพิ่มเติม

ชื่อ ห้อง เลขที่

ใบกิจกรรม เรื่อง เครื่องเล่นที่ชำรุด

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนอ่านสถานการณ์และตอบคำถามต่อไปนี้

บริษัท อีเล็กทริกส์ ผลิตเครื่องใช้ไฟฟ้าสองชนิดคือ เครื่องเล่นวิดีโอ และเครื่องเล่นเพลง ในขั้นตอนสุดท้ายของการผลิตแต่ละวัน เครื่องเล่นจะถูกทดสอบและหากเครื่องเล่นเหล่านั้นชำรุดจะถูกคัดออกแล้วส่งไปซ่อมตารางต่อไปนี้ แสดงจำนวนเครื่องเล่นแต่ละชนิดที่ผลิตโดยเฉลี่ยต่อวัน และร้อยละของเครื่องเล่นที่ชำรุดโดยเฉลี่ยต่อวัน

ชนิดของเครื่องเล่น	จำนวนเครื่องเล่นที่ผลิตโดยเฉลี่ยต่อวัน	ร้อยละของเครื่องเล่นที่ชำรุดโดยเฉลี่ยต่อวัน
เครื่องเล่นวิดีโอ	2,000	5%
เครื่องเล่นเพลง	6,000	3%

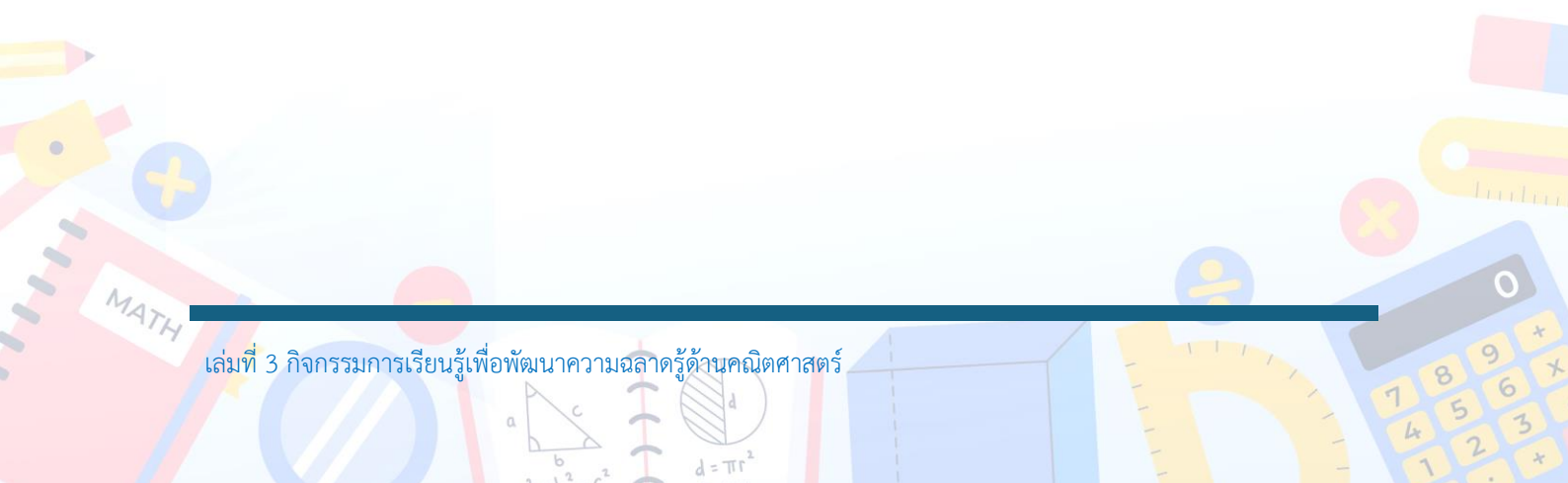
1. ข้อความต่อไปนี้เกี่ยวกับการผลิตในแต่ละวันของบริษัท อีเล็กทริกส์ ข้อความเหล่านี้ถูกต้อง ใช่หรือไม่ จงเขียนวงกลมล้อมรอบคำว่า “ใช่” หรือ “ไม่ใช่” ในแต่ละข้อความ

ข้อความ	ข้อความถูกต้องใช่หรือไม่
1) หนึ่งในสามของเครื่องเล่นที่ผลิตแต่ละวันเป็นเครื่องเล่นวิดีโอ	ใช่ / ไม่ใช่
2) ในแต่ละกลุ่มของเครื่องเล่นวิดีโอที่ผลิตทุก ๆ 100 เครื่อง จะมีเครื่องที่ชำรุด 5 เครื่องพอดี	ใช่ / ไม่ใช่
3) ถ้าสุ่มเลือกเครื่องเล่นเพลงที่ผลิตในแต่ละวันไปทดสอบความน่าจะเป็นที่เครื่องเล่นเพลงที่สุ่มได้จะต้องนำไปซ่อมเป็น 0.03	ใช่ / ไม่ใช่

2. ผู้ทดสอบคนหนึ่งได้กล่าวอ้างดังต่อไปนี้

“โดยเฉลี่ย จำนวนเครื่องเล่นวิดีโอที่ส่งซ่อมต่อวันมีมากกว่าจำนวนเครื่องเล่นเพลงที่ส่งซ่อมต่อวัน”

ให้นักเรียนตัดสินใจว่า คำกล่าวอ้างของผู้ทดสอบถูกต้องหรือไม่ จงใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เพื่อสนับสนุนคำตอบของนักเรียน

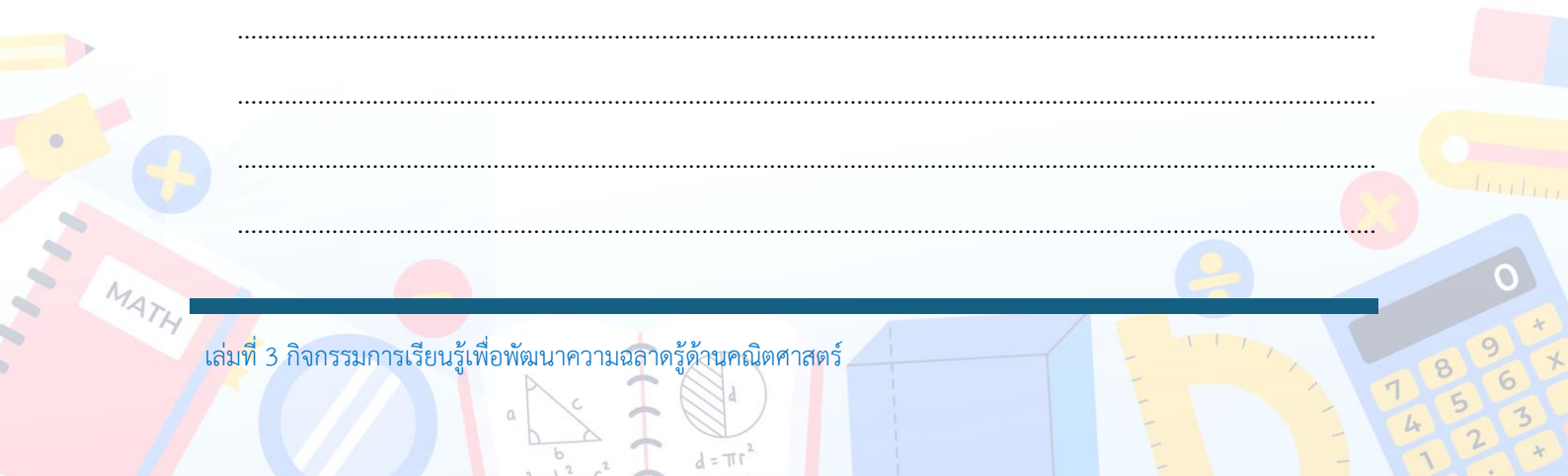
[illegible]

3. บริษัท โทรนิคส์ ผลิตเครื่องเล่นวิดีโอและเครื่องเล่นเพลงด้วยเช่นกัน ในขั้นตอนสุดท้ายของการผลิตในแต่ละวัน เครื่องเล่นจะถูกทดสอบและหากเครื่องเล่นเหล่านั้นชำรุดจะถูกคัดออกแล้วส่งไปซ่อม ตารางข้างล่างเปรียบเทียบจำนวนเครื่องเล่นแต่ละชนิดที่ผลิตโดยเฉลี่ยต่อวัน และร้อยละของเครื่องเล่นที่ชำรุดโดยเฉลี่ยต่อวันของสองบริษัท

บริษัท	จำนวนเครื่องเล่น <u>วิดีโอ</u> ที่ผลิตโดยเฉลี่ยต่อวัน	ร้อยละของเครื่องเล่น ที่ชำรุดโดยเฉลี่ยต่อวัน
บริษัท อีเล็กทริกส์	2,000	5%
บริษัท โทรนิกส์	7,000	4%

บริษัท	จำนวนเครื่องเล่นเพลง ที่ผลิตโดยเฉลี่ยต่อวัน	ร้อยละของเครื่องเล่น ที่ชำรุดโดยเฉลี่ยต่อวัน
บริษัท อีเล็กทริกส์	6,000	3%
บริษัท โทรอนิกส์	1,000	2%

บริษัทใดในสองบริษัท บริษัท อิเล็กทรอนิกส์ หรือ บริษัท โทรอนิกส์ ที่มีร้อยละของเครื่องเล่นที่ชำรุดทั้งหมดน้อยกว่า จงแสดงวิธีการคำนวณโดยใช้ข้อมูลจากตารางข้างบน

[illegible]

แนวคำตอบ

ใบกิจกรรม เรื่อง เครื่องเล่นที่ชำรุด

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนอ่านสถานการณ์และตอบคำถามต่อไปนี้

บริษัท อีเล็กทริกส์ ผลิตเครื่องใช้ไฟฟ้าสองชนิดคือ เครื่องเล่นวิดีโอ และเครื่องเล่นเพลง ในขั้นตอนสุดท้ายของการผลิตแต่ละวัน เครื่องเล่นจะถูกทดสอบและหากเครื่องเล่นเหล่านั้นชำรุดจะถูกคัดออกแล้วส่งไปซ่อมตารางต่อไปนี้ แสดงจำนวนเครื่องเล่นแต่ละชนิดที่ผลิตโดยเฉลี่ยต่อวัน และร้อยละของเครื่องเล่นที่ชำรุดโดยเฉลี่ยต่อวัน

ชนิดของเครื่องเล่น	จำนวนเครื่องเล่นที่ผลิตโดยเฉลี่ยต่อวัน	ร้อยละของเครื่องเล่นที่ชำรุดโดยเฉลี่ยต่อวัน
เครื่องเล่นวิดีโอ	2,000	5%
เครื่องเล่นเพลง	6,000	3%

1. ข้อความต่อไปนี้เกี่ยวกับการผลิตในแต่ละวันของบริษัท อีเล็กทริกส์ ข้อความเหล่านี้ถูกต้อง ใช่หรือไม่ จงเขียนวงกลมล้อมรอบคำว่า “ใช่” หรือ “ไม่ใช่” ในแต่ละข้อความ

ข้อความ	ข้อความถูกต้องใช่หรือไม่
1) หนึ่งในสามของเครื่องเล่นที่ผลิตแต่ละวันเป็นเครื่องเล่นวิดีโอ	ใช่ / ☒ ไม่ใช่
2) ในแต่ละกลุ่มของเครื่องเล่นวิดีโอที่ผลิตทุก ๆ 100 เครื่อง จะมีเครื่องที่ชำรุด 5 เครื่องพอดี	ใช่ / ☒ ไม่ใช่
3) ถ้าสุ่มเลือกเครื่องเล่นเพลงที่ผลิตในแต่ละวันไปทดสอบความน่าจะเป็นที่เครื่องเล่นเพลงที่สุ่มได้จะต้องนำไปซ่อมเป็น 0.03	☒ ใช่ / ไม่ใช่

(กระบวนการ: การคิด/แปลงสถานการณ์ปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์)

แนวคิด

พิจารณาข้อความในแต่ละข้อได้ดังนี้

ข้อความ 1) ไม่ใช่ เพราะว่า เครื่องเล่นวิดีโอผลิตได้เฉลี่ยวันละ 2,000 เครื่อง จากทั้งหมด

$$2,000 + 6,000 = 8,000 \text{ เครื่อง}$$

ดังนั้น หนึ่งในสี่ของเครื่องเล่นที่ผลิตแต่ละวันเป็นเครื่องเล่นวิดีโอ

ข้อความ 2) ไม่ใช่ เพราะว่า ข้อมูลที่ให้มาเป็นร้อยละของเครื่องเล่นที่ชำรุดโดยเฉลี่ยต่อวัน

ดังนั้น ในกลุ่มเครื่องเล่นวิดีโอ 100 เครื่อง จึงอาจมีเครื่องที่ชำรุด มากกว่า น้อยกว่า หรือเท่ากับ 5 เครื่อง ก็ได้

ข้อความ 3) ใช่ เพราะว่า เครื่องเล่นเพลงที่ชำรุดโดยเฉลี่ยต่อวันเป็น 3%

$$\text{ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่เครื่องเล่นเพลงที่สุ่มได้จะต้องนำไปซ่อมเป็น } \frac{3}{100} = 0.03$$

2. ผู้ทดสอบคนหนึ่งได้กล่าวอ้างดังต่อไปนี้

“โดยเฉลี่ย จำนวนเครื่องเล่นวิดีโอที่ส่งซ่อมต่อวันมีมากกว่าจำนวนเครื่องเล่นเพลงที่ส่งซ่อมต่อวัน”

ให้นักเรียนตัดสินใจว่า คำกล่าวอ้างของผู้ทดสอบถูกต้องหรือไม่ จงใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

เพื่อสนับสนุนคำตอบของนักเรียน

.....**ดูแนวคำตอบได้จากแนวคิดต่อไปนี้**.....

(กระบวนการ: การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์)

แนวคิดที่ 1

ไม่ถูกต้อง เนื่องจาก เครื่องเล่นวิดีโอที่ชำรุดโดยเฉลี่ยต่อวันเป็น 5% จากจำนวนเครื่องเล่นที่ผลิตโดยเฉลี่ยต่อวัน 2,000 เครื่อง

$$\text{จะได้ว่า โดยเฉลี่ย จำนวนเครื่องเล่นวิดีโอที่ส่งซ่อมต่อวันเป็น } \frac{5}{100} \times 2,000 = 100 \text{ เครื่อง}$$

เครื่องเล่นเพลงที่ชำรุดโดยเฉลี่ยต่อวันเป็น 3% จากจำนวนเครื่องเล่นที่ผลิตโดยเฉลี่ยต่อวัน 6,000 เครื่อง

$$\text{จะได้ว่า โดยเฉลี่ย จำนวนเครื่องเล่นเพลงที่ส่งซ่อมต่อวันเป็น } \frac{3}{100} \times 6,000 = 180 \text{ เครื่อง}$$

ดังนั้น โดยเฉลี่ย จำนวนเครื่องเล่นวิดีโอที่ส่งซ่อมต่อวันมีน้อยกว่าจำนวนเครื่องเล่นเพลงที่ส่งซ่อมต่อวัน

แนวคิดที่ 2

ไม่ถูกต้อง เนื่องจาก อัตราชำรุดของเครื่องเล่นวิดีโอเป็น 5% ซึ่งน้อยกว่าสองเท่าของอัตราชำรุดของเครื่องเล่นเพลงเล็กน้อย แต่พวกเขาผลิตเครื่องเล่นเพลง 6,000 เครื่อง ซึ่งเป็นสามเท่าของเครื่องเล่นวิดีโอ ดังนั้น จำนวนเครื่องเล่นเพลงจริง ๆ ที่ส่งซ่อมจะมีมากกว่าจำนวนเครื่องเล่นวิดีโอ

3. บริษัท โทรนิคส์ ผลิตเครื่องเล่นวิดีโอและเครื่องเล่นเพลงด้วยเช่นกัน ในขั้นตอนสุดท้ายของการผลิตในแต่ละวัน เครื่องเล่นจะถูกทดสอบและหากเครื่องเล่นเหล่านั้นชำรุดจะถูกคัดออกแล้วส่งไปซ่อม ตารางข้างล่างเปรียบเทียบจำนวนเครื่องเล่นแต่ละชนิดที่ผลิตโดยเฉลี่ยต่อวัน และร้อยละของเครื่องเล่นที่ชำรุดโดยเฉลี่ยต่อวันของสองบริษัท

บริษัท	จำนวนเครื่องเล่นวิดีโอที่ผลิตโดยเฉลี่ยต่อวัน	ร้อยละของเครื่องเล่นที่ชำรุดโดยเฉลี่ยต่อวัน
บริษัท อิเล็กทริกส์	2,000	5%
บริษัท โทรนิคส์	7,000	4%

บริษัท	จำนวนเครื่องเล่นเพลงที่ผลิตโดยเฉลี่ยต่อวัน	ร้อยละของเครื่องเล่นที่ชำรุดโดยเฉลี่ยต่อวัน
บริษัท อิเล็กทริกส์	6,000	3%
บริษัท โทรนิคส์	1,000	2%

บริษัทใดในสองบริษัท บริษัท อิเล็กทริกส์ หรือ บริษัท โทรนิคส์ ที่มีร้อยละของเครื่องเล่นที่ชำรุดทั้งหมดน้อยกว่า จงแสดงวิธีการคำนวณโดยใช้ข้อมูลจากตารางข้างบน

ดูแนวคำตอบได้จากแนวคิดต่อไปนี้

(กระบวนการ: การคิด/แปลงสถานการณ์ปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์)

แนวคิด

พิจารณาข้อมูลของบริษัทอิเล็กทริกส์

เนื่องจาก มีเครื่องเล่นวิดีโอที่ชำรุดโดยเฉลี่ยต่อวันเป็น 5% จากจำนวนเครื่องเล่นวิดีโอที่ผลิตโดยเฉลี่ยต่อวัน 2,000 เครื่อง

จะได้ว่า โดยเฉลี่ย จำนวนเครื่องเล่นวิดีโอที่ชำรุดต่อวันเป็น $\frac{5}{100} \times 2,000 = 100$ เครื่อง

และมีเครื่องเล่นเพลงที่ชำรุดโดยเฉลี่ยต่อวันเป็น 3% จากจำนวนเครื่องเล่นเพลงที่ผลิตโดยเฉลี่ยต่อวัน 6,000 เครื่อง

จะได้ว่า โดยเฉลี่ย จำนวนเครื่องเล่นเพลงที่ชำรุดต่อวันเป็น $\frac{3}{100} \times 6,000 = 180$ เครื่อง

นั่นคือ การผลิตแต่ละวันของบริษัทอิเล็กทริกส์ มีเครื่องเล่นที่ชำรุดโดยเฉลี่ย 280 เครื่อง จากเครื่องเล่นที่ผลิตโดยเฉลี่ย 8,000 เครื่อง

ดังนั้น เครื่องเล่นที่ชำรุดทั้งหมดของบริษัทอิเล็กทรอนิกส์ คิดเป็น $\frac{280}{8,000} \times 100 = 3.5\%$

พิจารณาข้อมูลของบริษัทโทรนิคส์

เนื่องจาก มีเครื่องเล่นวิดีโอที่ชำรุดโดยเฉลี่ยต่อวันเป็น 4% จากจำนวนเครื่องเล่นวิดีโอที่ผลิตโดยเฉลี่ยต่อวัน 7,000 เครื่อง

จะได้ว่า โดยเฉลี่ย จำนวนเครื่องเล่นวิดีโอที่ชำรุดต่อวันเป็น $\frac{4}{100} \times 7,000 = 280$ เครื่อง

และมีเครื่องเล่นเพลงที่ชำรุดโดยเฉลี่ยต่อวันเป็น 2% จากจำนวนเครื่องเล่นเพลงที่ผลิตโดยเฉลี่ยต่อวัน 1,000 เครื่อง

จะได้ว่า โดยเฉลี่ย จำนวนเครื่องเล่นเพลงที่ชำรุดต่อวันเป็น $\frac{2}{100} \times 1,000 = 20$ เครื่อง

นั่นคือ การผลิตแต่ละวันของบริษัทโทรนิคส์ มีเครื่องเล่นที่ชำรุดโดยเฉลี่ย 300 เครื่อง จากเครื่องเล่นที่ผลิตโดยเฉลี่ย 8,000 เครื่อง

ดังนั้น เครื่องเล่นที่ชำรุดทั้งหมดของบริษัทโทรนิคส์ คิดเป็น $\frac{300}{8,000} \times 100 = 3.75\%$

ดังนั้น บริษัทอิเล็กทรอนิกส์ มีร้อยละของเครื่องเล่นที่ชำรุดทั้งหมด น้อยกว่า บริษัทโทรนิคส์

กิจกรรมที่ 3

รายวิชา การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างฉลาดรู้

ระดับ มัธยมศึกษาตอนต้น

เรื่อง กระต่าย

เวลาเรียน 1 คาบ

1. ความเชื่อมโยงกับตัวชี้วัดในหลักสูตรแกนกลาง

ค 1.1 ม.1/2, ค 1.1 ม.1/3 และ ค 3.1 ม.1/1

2. จุดประสงค์การเรียนรู้ ผู้เรียนสามารถ

- 1) ใช้หลักการทางคณิตศาสตร์คำนวณเกี่ยวกับร้อยละในสถานการณ์การขยายกระต่าย
- 2) คำนวณหาจำนวนกระต่ายที่มีอยู่จากการเปลี่ยนแปลงจำนวนกระต่ายในสถานการณ์ที่กำหนดให้
- 3) ใช้ประโยชน์จากข้อมูลที่กำหนดให้ในการเลือกใช้ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์การขยายพันธุ์กระต่ายได้อย่างเหมาะสม
- 4) ตีความในสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับรายได้จากการเพาะพันธุ์กระต่าย โดยใช้การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างแผนภูมิแท่งที่กำหนดให้
- 5) อธิบายหรือให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนหรือโต้แย้ง รวมถึงอธิบายกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์กระต่าย

3. กระบวนการ (PISA 2022)

- ☒ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- ☒ การคิด/แปลงสถานการณ์ปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์
- ☒ การใช้โมเดล ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา
- ☒ การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์

4. ความรู้ที่เกี่ยวข้อง

- 1) การคูณเลขยกกำลังที่มีฐานเป็นจำนวนเดียวกันและมีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวก มีสมบัติดังนี้
เมื่อ a เป็นจำนวนใด ๆ m และ n เป็นจำนวนเต็มบวก $a^m \times a^n = a^{m+n}$
- 2) ร้อยละหรือเปอร์เซ็นต์ เป็นอัตราส่วนแสดงการเปรียบเทียบปริมาณใดปริมาณหนึ่งต่อ 100
- 3) การนำเสนอข้อมูลที่แสดงด้วยแท่งสี่เหลี่ยมมุมฉากโดยความสูงหรือความยาวของแท่งแทนจำนวนหรือปริมาณของข้อมูล เรียกว่า แผนภูมิแท่ง

5. วัสดุ อุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้

- 1) การ์ดชวนคิด ตามจำนวนผู้เรียน กลุ่มละ 1 ใบ
- 2) ใบกิจกรรม เรื่อง กระต่าย ตามจำนวนผู้เรียน คนละ 1 ชุด

6. การเตรียมตัวล่วงหน้าของผู้สอน

- 1) เตรียมวัสดุ อุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้สำหรับผู้เรียน
- 2) ศึกษาและตรวจสอบสื่อการเรียนรู้
- 3) ศึกษาขั้นตอนการจัดกิจกรรม

7. ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

- 1) ผู้สอนชวนผู้เรียนสนทนาเกี่ยวกับร้อยละในชีวิตจริง ผู้สอนใช้การถามตอบกับผู้เรียนโดยใช้แนวคำถาม ดังนี้
 - สถานการณ์ในชีวิตประจำวันที่เกี่ยวข้องกับร้อยละที่นักเรียนรู้จัก มีอะไรบ้าง

แนวคำตอบ การซื้อขาย กำไร ขาดทุน การลดหรือการเพิ่มที่คิดเป็นร้อยละ การคิดภาษีมูลค่าเพิ่ม อัตราดอกเบี้ย

เมื่อผู้เรียนตอบคำถามแล้วผู้สอนอาจชวนสนทนาเพื่อให้ผู้เรียนอธิบายสิ่งที่ยกตัวอย่างเพิ่มเติม เช่น กำไรร้อยละ 10 หมายถึง ต้นทุน 100 บาท ได้กำไร 10 บาท

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม: ในกรณีที่ผู้เรียนทำกิจกรรมได้เร็ว ผู้สอนสามารถให้ผู้เรียนตอบคำถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจเกี่ยวกับปัญหาร้อยละเพิ่มเติม ดังนี้

วาสนาซื้อเสื้อมาราคา 500 บาท แล้วนำมาขายต่อโดยติดป้ายราคาขายเสื้อตัวนี้ไว้ 700 บาท เมื่อมีผู้ซื้อมาต่อรองราคา วาสนาขายไปในราคา 600 บาท วาสนาขายเสื้อไปได้กำไรกี่เปอร์เซ็นต์

แนวคำตอบ 20%

ฐิตาภาติดป้ายราคาขายกางเกงตัวหนึ่งไว้ โดยคิดกำไร 30% เมื่อลูกค้ามาซื้อกางเกงตัวนี้

ฐิตาภาลดราคาให้กับลูกค้า 20% ฐิตาภาได้กำไรหรือขาดทุนกี่เปอร์เซ็นต์

แนวคำตอบ ได้กำไร 4%

- 2) ผู้สอนใช้กิจกรรมการ์ดชวนคิด เพื่อให้ผู้เรียนฝึกแปลความ ตีความ และสื่อความหมายของปัญหาเกี่ยวกับร้อยละ โดยมีขั้นตอนการดำเนินกิจกรรม ดังนี้
 - ผู้สอนแบ่งผู้เรียนออกเป็น 8 กลุ่ม
 - ผู้สอนให้ตัวแทนกลุ่มออกมาเลือกการ์ดชวนคิด กลุ่มละ 1 ใบ หลังจากนั้นให้สมาชิกในกลุ่มช่วยกันอภิปรายว่าข้อความในการ์ดชวนคิดที่ได้รับเป็นไปได้อย่างไรหรือไม่ แล้วช่วยกันสรุปคำตอบพร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ
 - ผู้สอนสุ่มผู้เรียนบางกลุ่มให้ออกมานำเสนอคำตอบของกลุ่มตัวเองและผู้เรียนกลุ่มอื่นๆ ช่วยกันอภิปรายคำตอบของกลุ่มที่มานำเสนอว่าคำตอบสมเหตุสมผลหรือไม่ และมีคำตอบที่นอกเหนือจากที่เพื่อนนำเสนอหรือไม่ อย่างไร พร้อมทั้งให้เหตุผลสนับสนุนหรือโต้แย้งคำตอบของเพื่อน
- 3) ผู้สอนให้ผู้เรียนแต่ละคนตอบคำถามในใบกิจกรรม เรื่อง กระต่าย คำถามข้อที่ 1 – 2 จากนั้น ผู้สอนให้ผู้เรียนจับคู่เพื่อเปรียบเทียบคำตอบและแลกเปลี่ยนวิธีการหาคำตอบกับเพื่อน โดยในระหว่างที่ผู้เรียนทำกิจกรรม ผู้สอนต้องคอยสังเกต ให้คำแนะนำหรือให้ความช่วยเหลือในกรณีที่ผู้เรียนไม่

สามารถหาคำตอบที่ถูกต้องได้ ทั้งนี้ ผู้สอนอาจเลือกผู้เรียนที่มีวิธีการหาคำตอบที่แตกต่างกัน ออกมา
นำเสนอวิธีการหาคำตอบ

- 4) ผู้สอนให้ผู้เรียนจับคู่และช่วยกันตอบคำถามข้อที่ 3 – 4 จากนั้น ผู้สอนให้ผู้เรียนเปรียบเทียบคำตอบ
และแลกเปลี่ยนวิธีการหาคำตอบกับเพื่อนคู่อื่น โดยในระหว่างที่ผู้เรียนทำกิจกรรม ผู้สอนต้องคอย
สังเกต ให้คำแนะนำหรือให้ความช่วยเหลือในกรณีที่ผู้เรียนไม่สามารถหาคำตอบที่ถูกต้องได้ ทั้งนี้
ผู้สอนอาจเลือกผู้เรียนคู่ที่มีวิธีการหาคำตอบที่แตกต่างกัน ออกมานำเสนอวิธีการหาคำตอบ
- 5) ผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันสรุปผลจากการปฏิบัติกิจกรรม โดยมีแนวทางการสรุป ดังนี้
ผู้เรียนได้ใช้ความรู้เกี่ยวกับร้อยละ เลขยกกำลัง และได้ฝึกการแปลความหมายข้อมูลและ
ตีความข้อมูลที่นำเสนอด้วยแผนภูมิแท่ง พร้อมทั้งได้ฝึกทักษะการให้เหตุผลและการแก้ปัญหา

8. ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมสำหรับผู้สอน

- 1) หากเวลาในการจัดกิจกรรมไม่เพียงพอ ผู้สอนสามารถจัดกิจกรรมตามขั้นตอนที่เหลือให้ผู้เรียนใน
คาบเรียนถัดไป
- 2) หากจัดกิจกรรมเสร็จแล้ว และพอมีเวลาเหลือ ผู้สอนสามารถเลือกแนวทางการจัดกิจกรรมอื่นที่อยู่ใน
ภาคผนวก ก มาจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนตามความเหมาะสม

9. แหล่งการเรียนรู้เพิ่มเติม

- 1) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เล่ม 1 (สสวท.)
- 2) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เล่ม 2 (สสวท.)

10. การวัดและประเมินผล

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
1) ใช้หลักการทางคณิตศาสตร์ คำนวณเกี่ยวกับร้อยละ ในสถานการณ์การขาย กระต่าย	• พิจารณาการตอบ คำถามในใบกิจกรรม	• ใบกิจกรรม เรื่อง กระต่าย คำถามข้อที่ 1	• อธิบายแนวคิดใน การหาคำตอบของ คำถามข้อที่ 1 ได้ อย่างสมเหตุสมผล และเพียงพอที่จะ นำไปสู่คำตอบที่ ถูกต้อง
2) คำนวณหาจำนวนกระต่าย ที่มีอยู่จากการเปลี่ยนแปลง จำนวนกระต่าย ในสถานการณ์ที่กำหนดให้	• พิจารณาการตอบ คำถามในใบกิจกรรม	• ใบกิจกรรม เรื่อง กระต่าย คำถามข้อที่ 2	• อธิบายแนวคิดใน การหาคำตอบของ คำถามข้อที่ 2 ได้ อย่างสมเหตุสมผล และเพียงพอที่จะ

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
			นำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง
3) ใช้ประโยชน์จากข้อมูลที่กำหนดให้ในการเลือกใช้ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์การขยายพันธุ์กระต่ายได้อย่างเหมาะสม	พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม	ใบกิจกรรม เรื่อง กระต่าย คำถามข้อที่ 3	อธิบายแนวคิดในการหาคำตอบของคำถามข้อที่ 3 ได้อย่างสมเหตุสมผล และเพียงพอที่จะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง
4) ตีความในสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับรายได้จากการเพาะพันธุ์กระต่าย โดยใช้การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างแผนภูมิแท่งที่กำหนดให้	พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม	ใบกิจกรรม เรื่อง กระต่าย คำถามข้อที่ 4	ตอบคำถามข้อที่ 4 ได้ถูกต้องตั้งแต่ 3 ข้อขึ้นไป จากทั้งหมด 4 ข้อ
5) อธิบายหรือให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนหรือโต้แย้ง รวมถึงอธิบายกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์กระต่าย	- พิจารณาการตอบคำถามในกิจกรรมการ์ดชวนคิด - สังเกตพฤติกรรม การให้เหตุผลจากการตอบคำถามหรืออภิปรายในชั้นเรียน	- ใบกิจกรรมการ์ดชวนคิด - แบบประเมินพฤติกรรม การให้เหตุผล	- อธิบายหรือให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนหรือโต้แย้งได้ถูกต้องอย่างน้อย 1 สถานการณ์ - ได้ระดับพอใช้ขึ้นไปเมื่อพิจารณาในภาพรวมของทั้งภาคการศึกษา (ดูภาคผนวก ข)

หมายเหตุ เกณฑ์ที่กำหนดไว้ข้างต้น ถือเป็นเกณฑ์ในระดับที่คาดหวัง ในกรณีที่ผู้เรียนทำได้น้อยกว่าเกณฑ์ที่กำหนด ผู้สอนต้องพิจารณาเสริมกระบวนการในด้านนั้นเพิ่มเติม

การ์ดชวนคิด

1

เบเนสอบวิชาคณิตศาสตร์ได้ 80%
และสอบวิชาวิทยาศาสตร์ได้ 50%
เบเนบอกกับเพื่อน ๆ ว่า
“เราทำคะแนนสอบทั้งสองวิชาได้เท่ากัน”

2

มณิรัตน์และวันชัยได้รับการพิจารณา
ให้ได้รับเงินเดือนขึ้นคนละ 3% เท่ากัน
แสดงว่า
“ทั้งสองคนได้รับเงินเดือนเพิ่มขึ้นเท่ากัน”

3

ปีนี้ดวงทิพย์ได้รับเงินเดือนขึ้น 2 ครั้ง
ครั้งละ 3% ของเงินเดือนที่ได้รับ
ดวงทิพย์บอกเพื่อน ๆ ว่า
“ปีนี้เราได้รับเงินเดือนขึ้น 6%”

4

มริสาขายกระเป๋าให้เพื่อนในราคา 1,200
บาท ซึ่งได้กำไร 20% ถ้าเขาขายกระเป๋า
รุ่นเดียวกันอีก 1 ใบให้เพื่อน โดยลดราคา
ให้เพื่อน 20% และบอกเพื่อนว่า
“การขายครั้งนี้ยอมขายให้ในราคาเท่าทุน”

5

พีพีกับอัญญาร่วมกันลงทุนขายของ
ปรากฏว่า ได้กำไร 500 บาท แบ่งให้พีพี
300 บาท แบ่งให้อัญญา 200 บาท สรุปว่า
“ส่วนแบ่งกำไรของทั้งสองคนยุติธรรม”

6

รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ 20 เซนติเมตร
ถ้าเพิ่มความยาวของด้านทุกด้านขึ้นด้านละ
10% แล้ว
“พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสจะเพิ่มขึ้น
จากเดิม 20%”

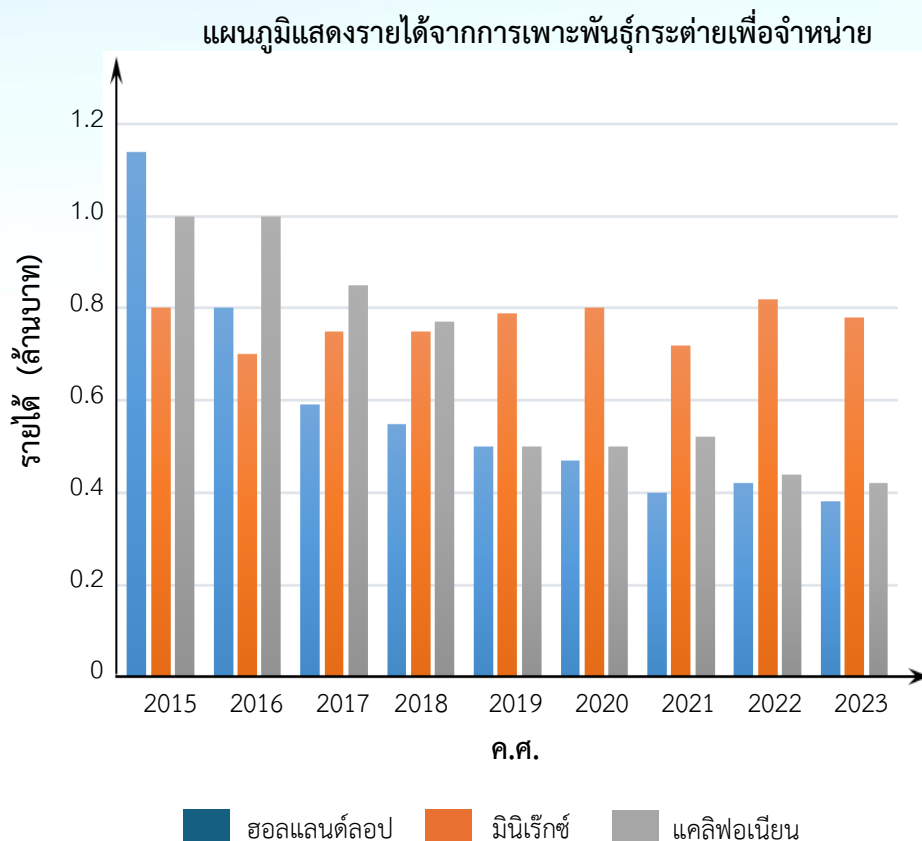
7

ลูกบาศก์ลูกหนึ่งมีความยาวด้านละ 10
เซนติเมตร
ถ้าลดความยาวของทุกด้านลงด้านละ 10%
แล้ว “ลูกบาศก์ใหม่จะมีปริมาตรลดลง
จากเดิม 30%”

8

รายได้ในปีของร้าน ก และ ร้าน ข ลดลง
จากปีก่อนหน้า 12% เท่ากัน
“ร้าน ก และร้าน ข มีรายได้ในปี
ไม่เท่ากัน”

4. หลังจากที่เจ้าของโรงเรือนเพาะพันธุ์กระต่ายได้ทดลองเพาะพันธุ์และเลี้ยงกระต่ายจนเชี่ยวชาญแล้ว จึงนำกระต่ายมาเลี้ยงเพื่อเพาะพันธุ์จำหน่ายเพิ่มอีก 3 สายพันธุ์ ได้แก่ พันธุ์ฮอลแลนด์ลอป พันธุ์มินิเร็กซ์ และพันธุ์แคลิฟอร์เนีย โดยมียรายได้จากการจำหน่ายกระต่ายทั้ง 3 สายพันธุ์ ตั้งแต่ ค.ศ. 2015 ถึง ค.ศ. 2023 ดังนี้



จากแผนภูมิข้างต้น ข้อความเกี่ยวกับรายได้จากการเพาะพันธุ์กระต่ายทั้งสามชนิดเป็นจริงหรือเท็จ จงเขียนวงกลมล้อมรอบคำว่า “จริง” หรือ “เท็จ” ในแต่ละข้อความ

ข้อความ	ข้อความ เป็นจริงหรือเท็จ
1) ใน ค.ศ. 2015 มีรายได้มากกว่า 6 แสนบาท	จริง / เท็จ
2) ใน ค.ศ. 2021 มีรายได้น้อยกว่าใน ค.ศ.2020	จริง / เท็จ
3) การจำหน่ายกระต่ายพันธุ์ฮอลแลนด์ลอปใน ค.ศ. 2016 มีรายได้เป็น 3 เท่าของรายได้จากการจำหน่ายกระต่ายพันธุ์ฮอลแลนด์ลอป ใน ค.ศ. 2021	จริง / เท็จ
4) รายได้จากการจำหน่ายกระต่าย ลดลงในระหว่าง ค.ศ. 2016 ถึง ค.ศ. 2019	จริง / เท็จ

แนวคำตอบ

การ์ดชวนคิด

1 เบเน่สอบวิชาคณิตศาสตร์ได้ 80% และสอบวิชาวิทยาศาสตร์ได้ 50% เบเน่บอกกับเพื่อน ๆ ว่า “เราทำคะแนนสอบทั้งสองวิชาได้เท่ากัน” แนวคำตอบ เป็นไปได้ เช่น ถ้าคะแนนเต็มวิชาคณิตศาสตร์คือ 100 คะแนน เบเน่สอบได้ 80% คิดเป็น 80 คะแนน และคะแนนเต็มวิชาวิทยาศาสตร์คือ 160 คะแนน เบเน่สอบได้ 50% คิดเป็น 80 คะแนน จะได้ว่าคะแนนสอบทั้งสองวิชาเท่ากัน	2 มณิรัตน์และวันชัยได้รับการพิจารณาให้ได้รับเงินเดือนขึ้นคนละ 3% เท่ากัน แสดงว่า “ทั้งสองคนได้รับเงินเดือนเพิ่มขึ้นเท่ากัน” แนวคำตอบ เป็นไปได้ ถ้าทั้งสองคนมีเงินเดือนเท่ากัน เงินเดือนจะเพิ่มขึ้นเท่ากัน แต่ถ้าทั้งสองคนเงินเดือนไม่เท่ากัน เงินเดือนที่เพิ่มขึ้นจะไม่เท่ากัน
3 ปีนี้ดวงทิพย์ได้รับเงินเดือนขึ้น 2 ครั้ง ครั้งละ 3% ของเงินเดือนที่ได้รับ ดวงทิพย์บอกเพื่อน ๆ ว่า “ปีนี้เราได้รับเงินเดือนขึ้น 6%” แนวคำตอบ เป็นไปไม่ได้ เพราะ ฐานเงินเดือนในการคิดครั้งที่สองจะต้องรวมเงินเดือนที่เพิ่มขึ้นครั้งแรกด้วย เช่น ถ้าเงินเดือน 10,000 บาท ครั้งที่ 1 เพิ่ม 3% คิดเป็นเงิน 300 บาท รวมเป็น 10,300 บาท ครั้งที่ 2 เพิ่มขึ้น 3% จากเงินเดือน 10,300 บาท คิดเป็นเงิน 309 บาท รวมเป็น 10,609 บาท ซึ่งคิดเป็นเปอร์เซ็นต์เทียบกับต้นปีได้เป็น $\frac{609}{10,000} \times 100 = 6.09\% \text{ ซึ่งไม่เท่ากับ } 6\%$	4 มริสาขายกระเป่าให้เพื่อนในราคา 1,200 บาท ซึ่งได้กำไร 20% เขาขายกระเป่ารุ่นเดียวกันอีก 1 ใบ ให้เพื่อนโดยลดราคาให้เพื่อน 20% และบอกเพื่อนว่า “การขายครั้งนี้ยอมขายให้ในราคาเท่าทุน” แนวคำตอบ เป็นไปไม่ได้ เพราะ การขายกระเป่าในราคา 1,200 บาท ซึ่งได้กำไร 20% มีราคาทุน $\frac{1,200}{120} \times 100 = 1,000$ บาท เมื่อลดราคาให้เพื่อน 20% จากราคา 1,200 บาท จะขายในราคา $\frac{1,200}{100} \times 80 = 960$ บาท ซึ่งไม่เท่ากับราคาทุน

๕ พี่พีกับอัญญาร่วมกันลงทุนขายของ ปรากฏว่า ได้กำไร 500 บาท แบ่งให้พี่พี 300 บาท แบ่งให้อัญญา 200 บาท สรุปว่า “ส่วนแบ่งกำไรของทั้งสองคนยุติธรรม” แนวคำตอบ เป็นไปได้ เช่น ถ้าพี่พีลงทุน 1,500 บาท และอัญญาลงทุน 1,000 บาท รวมเป็นเงินลงทุน 2,500 บาท ได้กำไร 500 บาท คิดเป็น $\frac{500}{2,500} \times 100 = 20\%$ แบ่งให้พี่พี 20% ของเงินที่พี่พีลงทุน นั่นคือ พี่พีได้ $\frac{20}{100} \times 1,500 = 300$ บาท แบ่งให้อัญญา 20% ของเงินที่อัญญาลงทุน นั่นคือ อัญญาได้ส่วนแบ่งกำไร $\frac{20}{100} \times 1,000 = 200$ บาท ซึ่งส่วนแบ่งกำไรของทั้งสองคนยุติธรรม เพราะได้ คนละ 20% ของเงินลงทุน	๖ รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ 20 เซนติเมตร ถ้าเพิ่ม ความยาวของทุกด้านขึ้นด้านละ 10% แล้ว “พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสจะเพิ่มขึ้นจากเดิม 20%” แนวคำตอบ เป็นไปไม่ได้ เพราะ รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ 20 เซนติเมตร ถ้าเพิ่ม ความยาวของด้านทุกด้านขึ้นด้านละ 10% จะทำให้แต่ละด้านยาว 22 เซนติเมตร พื้นที่เดิมคือ $20 \times 20 = 400$ ตารางเซนติเมตร พื้นที่ใหม่คือ $22 \times 22 = 484$ ตารางเซนติเมตร พื้นที่ที่เพิ่มขึ้นคือ 84 ตารางเซนติเมตรคิดเป็น $\frac{84}{400} \times 100 = 21\%$ ซึ่งไม่เท่ากับ 20%
๗ ลูกบาศก์ลูกหนึ่งมีความยาวด้านละ 10 เซนติเมตร ถัดความยาวของทุกด้านลงด้านละ 10% แล้ว “ลูกบาศก์ใหม่จะมีปริมาตรลดลงจากเดิม 30%” แนวคำตอบ เป็นไปไม่ได้ เพราะ ลูกบาศก์ยาวด้านละ 10 เซนติเมตร ถัดความยาว ของทุกด้านลงด้านละ 10% เหลือความยาวด้านละ 9 เซนติเมตร ปริมาตรเดิมคือ $10 \times 10 \times 10 = 1,000$ ลูกบาศก์ เซนติเมตร ปริมาตรใหม่คือ $9 \times 9 \times 9 = 729$ ลูกบาศก์ เซนติเมตร ปริมาตรลดลง 271 ลูกบาศก์เซนติเมตร คิดเป็น $\frac{271}{1,000} \times 100 = 27.1\%$ ซึ่งไม่เท่ากับ 30%	๘ รายได้ในปีนี้ของร้าน ก และ ร้าน ข ลดลงจากปี ก่อนหน้า 12% เท่ากัน “ร้าน ก และร้าน ข มีรายได้ในปีนี้อันไม่เท่ากัน” แนวคำตอบ เป็นไปได้ เช่น ร้าน ก มีรายได้ในปีก่อนหน้า 100,000 บาท เมื่อรายได้ปีนี้อันลดลง 12% เหลือรายได้ 88,000 บาท ร้าน ข มีรายได้ในปีก่อนหน้า 120,000 บาท เมื่อรายได้ปีนี้อันลดลง 12% เหลือรายได้ 105,600 บาท ซึ่งร้าน ก และร้าน ข มีรายได้ในปีนี้อันไม่เท่ากัน

แนวคำตอบ

ใบกิจกรรม เรื่อง กระต่าย



คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนอ่านสถานการณ์และตอบคำถามต่อไปนี้

1. ในประเทศไทย มีผู้ที่ทำโรงเรือนเพาะพันธุ์กระต่ายเพื่อจำหน่ายเป็นจำนวนมาก มีผู้ที่ทำโรงเรือนแล้วประสบความสำเร็จรายหนึ่งกล่าวว่า

“ในการเลี้ยงกระต่ายเพื่อจำหน่ายในครั้งแรก ผมซื้อกระต่ายพันธุ์ไทยมาเป็นพ่อพันธุ์แม่พันธุ์ 1 คู่

ในราคา 6,500 บาท และเพาะพันธุ์ได้กระต่ายรุ่นลูกเป็นพันธุ์ไทย 3 ตัว

ผมขายลูกกระต่ายหนึ่งตัวไปในราคา 5,200 บาท”

ราคากระต่ายที่ผู้ทำโรงเรือนเพาะพันธุ์กระต่ายผู้นี้ขายได้ มากกว่าราคาที่เขาซื้อมาก็เปอร์เซ็นต์
จงแสดงวิธีทำ

.....**ดูแนวคำตอบได้จากแนวคิดต่อไปนี้**.....

(กระบวนการ: การใช้โน้ตสโนว์ ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา)

แนวคิด

เจ้าของโรงเรือนซื้อกระต่ายมา 1 คู่ ในราคา 6,500 บาท คิดเป็นราคาตัวละ 3,250 บาท

เขาขายกระต่ายไปในราคาตัวละ 5,200 บาท

ราคาขายมากกว่าราคาซื้อ $5,200 - 3,250 = 1,950$ บาท คิดเป็น $\frac{1,950 \times 100}{3,250} = 60\%$

ดังนั้น ราคากระต่ายที่ผู้ทำโรงเรือนเพาะพันธุ์กระต่ายผู้นี้ขายได้ มากกว่าราคาที่เขาซื้อมา 60%

2. เจ้าของโรงเรือนเพาะพันธุ์กระต่ายเลี้ยงกระต่ายไว้ 2 โรงเรือน เขาได้พัฒนาวิธีการและขั้นตอนในการเลี้ยงจนสามารถเลี้ยงกระต่ายเพื่อจำหน่ายได้ และเขาจดบันทึกข้อมูลไว้เพื่อพัฒนาวิธีการเลี้ยงต่อไป

ข้อมูลโดยสรุปของโรงเรือนเพาะพันธุ์ที่ 1 เป็นดังนี้

- กระต่ายตัวเมียจะเริ่มสืบพันธุ์และออกลูกได้เมื่ออายุครบ 7 เดือน
- เจ้าของโรงเรือนควบคุมให้กระต่ายตัวเมียในโรงเรือนนี้ที่สืบพันธุ์และออกลูกได้แล้ว ตั้งท้องและออกลูกทุก ๆ 5 เดือน
- โดยเฉลี่ยแล้วในโรงเรือนนี้ กระต่ายที่เป็นแม่พันธุ์ 1 ตัว ออกลูกครอกละ 3 ตัว โดยลูกกระต่ายในโรงเรือนนี้เป็นตัวผู้และตัวเมียจำนวนเท่า ๆ กัน
- จากสถิติทั้งปี พบว่า เมื่อครบ 1 ปี จะมีกระต่ายในโรงเรือนแห่งนี้ตายคิดเป็น 20% ของจำนวนกระต่ายทั้งหมด

จากข้อมูลข้างต้น ถ้ามีกระต่ายที่เป็นพ่อพันธุ์แม่พันธุ์ทั้งหมดของโรงเรือนนี้ จำนวน 50 คู่ และในวันที่ 1 มกราคม กระต่ายตัวเมียทุกตัวได้ออกลูกครอกแรกออกมา แล้วในวันที่ 31 ธันวาคม ของปีนั้น จะมีกระต่ายในโรงเรือนนี้ทั้งหมดกี่ตัว จงแสดงวิธีทำ

.....**ดูแนวคำตอบได้จากแนวคิดต่อไปนี้**.....

(กระบวนการ: การคิด/แปลงสถานการณ์ปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์)

แนวคิด

มีกระต่ายจำนวน 50 คู่ นั่นคือ มีตัวผู้ 50 ตัว และตัวเมีย 50 ตัว รวมกันเป็น 100 ตัว

วันที่ 1 มกราคม ตัวเมียทุกตัวออกลูก เฉลี่ยครอกละ 3 ตัว จะได้ลูกรุ่นแรก 150 ตัว

5 เดือนต่อมา ตัวเมียแม่พันธุ์ออกลูกอีก 150 ตัว และ 5 เดือนต่อมา ตัวเมียแม่พันธุ์ออกลูกอีก 150 ตัว รวมในปีนั้น ตัวเมียแม่พันธุ์ออกลูกได้ทั้งหมด 3 รุ่น ได้ลูกกระต่าย 450 ตัว

ลูกกระต่ายที่ออกมาในรุ่นแรกจะเริ่มสืบพันธุ์และออกลูกได้เมื่ออายุครบ 7 เดือน

และสามารถออกลูกได้หนึ่งครอกในปีนั้น นั่นคือ ลูกรุ่นแรก 150 ตัว เป็นตัวเมีย 75 ตัว

ออกลูกได้ $75 \times 3 = 225$ ตัว

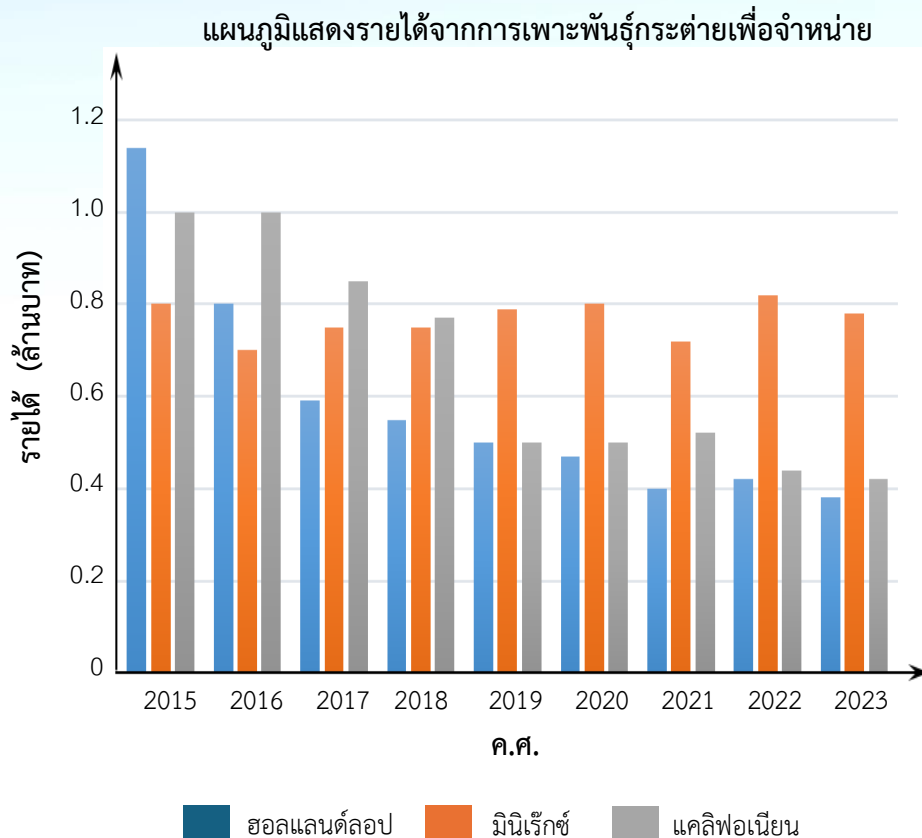
ลูกกระต่ายที่ออกมาในรุ่นที่สองและรุ่นที่สามยังไม่สามารถออกลูกได้ในปีนั้น

จึงได้ว่า เมื่อครบ 1 ปี จะมีกระต่ายทั้งหมด $100 + 450 + 225 = 775$ ตัว

เมื่อครบ 1 ปี กระต่ายตายลง 20% ของกระต่ายทั้งหมด ทำให้เหลือกระต่าย $\frac{775 \times 80}{100} = 620$ ตัว

ดังนั้น ในวันที่ 31 ธันวาคม ของปีนั้น จะมีกระต่ายในโรงเรือนนี้ทั้งหมด 620 ตัว

4. หลังจากที่เจ้าของโรงเรือนเพาะพันธุ์กระต่ายได้ทดลองเพาะพันธุ์และเลี้ยงกระต่ายจนเชี่ยวชาญแล้ว จึงนำกระต่ายมาเลี้ยงเพื่อเพาะพันธุ์จำหน่ายเพิ่มอีก 3 สายพันธุ์ ได้แก่ พันธุ์ฮอลแลนด์ลอป พันธุ์มินิเร็กซ์และพันธุ์แคลิฟอร์เนีย โดยมีรายได้จากการจำหน่ายกระต่ายทั้ง 3 สายพันธุ์ ตั้งแต่ ค.ศ. 2015 ถึง ค.ศ. 2023 ดังนี้



จากแผนภูมิข้างต้น ข้อความเกี่ยวกับรายได้จากการเพาะพันธุ์กระต่ายทั้งสามชนิดเป็นจริงหรือเท็จ จงเขียนวงกลมล้อมรอบคำว่า “จริง” หรือ “เท็จ” ในแต่ละข้อความ

ข้อความ	ข้อความเป็นจริงหรือเท็จ
1) ใน ค.ศ. 2015 มีรายได้มากกว่า 6 แสนบาท	จริง / เท็จ
2) ใน ค.ศ. 2021 มีรายได้น้อยกว่าใน ค.ศ.2020	จริง / เท็จ
3) การจำหน่ายกระต่ายพันธุ์ฮอลแลนด์ลอปใน ค.ศ. 2016 มีรายได้เป็น 3 เท่าของรายได้จากการจำหน่ายกระต่ายพันธุ์ฮอลแลนด์ลอป ใน ค.ศ. 2021	จริง / เท็จ
4) รายได้จากการจำหน่ายกระต่าย ลดลงในระหว่าง ค.ศ. 2016 ถึง ค.ศ. 2019	จริง / เท็จ

(กระบวนการ: การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์)

แนวคิด

พิจารณาข้อความในแต่ละข้อได้ดังนี้

- ข้อความ 1) จริง เพราะว่า จากแผนภูมิ ใน ค.ศ. 2015 การจำหน่ายกระต่ายพันธุ์ฮอลแลนด์ลอปเพียงสายพันธุ์เดียว มีรายได้ประมาณ 1.15 ล้านบาท
ดังนั้น ใน ค.ศ. 2015 มีรายได้มากกว่า 6 แสนบาท
- ข้อความ 2) จริง เพราะว่า จากแผนภูมิ ใน ค.ศ. 2021 การขายกระต่ายพันธุ์ฮอลแลนด์ลอปและพันธุ์มินิเร็กซ์ มีรายได้น้อยกว่าใน ค.ศ. 2020 ถึงแม้ว่า ใน ค.ศ. 2021 การขายกระต่ายพันธุ์แคลิฟอร์เนีย จะมียาได้มากกว่า ค.ศ. 2020 ก็ตาม แต่โดยรวมใน ค.ศ. 2021 มีรายได้น้อยกว่าใน ค.ศ. 2020
- ข้อความ 3) เท็จ เพราะว่า จากแผนภูมิ ใน ค.ศ. 2021 มีรายได้จากการจำหน่ายกระต่ายพันธุ์ฮอลแลนด์ลอป ประมาณ 0.4 ล้านบาท ส่วน ค.ศ. 2016 มีรายได้จากการจำหน่ายกระต่ายพันธุ์ฮอลแลนด์ลอปประมาณ 0.8 ล้านบาท ซึ่งคิดเป็น 2 เท่าของรายได้จากการจำหน่ายกระต่ายพันธุ์ฮอลแลนด์ลอปใน ค.ศ. 2021
- ข้อความ 4) จริง เพราะว่า จากแผนภูมิ สังเกตได้ว่าแท่งกราฟโดยรวมมีความสูงลดลงในระหว่าง ค.ศ. 2016 ถึง ค.ศ. 2019

กิจกรรมที่ 4

รายวิชา การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างฉลาดรู้

ระดับ มัธยมศึกษาตอนต้น

เรื่อง เครื่องเล่น MP3

เวลาเรียน 1 คาบ

1. ความเชื่อมโยงกับตัวชี้วัดในหลักสูตรแกนกลาง

ค 1.1 ม.1/3 และ ค 1.3 ม.1/3

2. จุดประสงค์การเรียนรู้ ผู้เรียนสามารถ

- 1) ระบุสาเหตุของข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากการคำนวณในสถานการณ์เครื่องเล่น MP3
- 2) วิเคราะห์โจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องร้อยละเพื่อหาคำตอบในสถานการณ์เครื่องเล่น MP3
- 3) แสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหาร้อยละและสมการในสถานการณ์เครื่องเล่น MP3
- 4) อธิบายหรือให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนหรือโต้แย้ง รวมถึงอธิบายกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์เครื่องเล่น MP3

3. กระบวนการ (PISA 2022)

- ☒ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- ☒ การคิด/แปลงสถานการณ์ปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์
- ☒ การใช้โมเดล ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา
- ☒ การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์

4. ความรู้ที่เกี่ยวข้อง

- 1) ร้อยละ
 - ร้อยละหรือเปอร์เซ็นต์ เป็นอัตราส่วนแสดงการเปรียบเทียบปริมาณใดปริมาณหนึ่งต่อ 100
 - การหาค่าไรเป็นร้อยละ เป็นการหาค่าไรเมื่อเทียบกับทุน 100 บาท
 - การหาการลดราคาเป็นร้อยละ เป็นการหาส่วนลดเมื่อเทียบกับราคาที่ติดไว้ 100 บาท
- 2) สัดส่วน คือ ประโยคที่แสดงการเท่ากันของอัตราส่วนสองอัตราส่วน
- 3) สมการ เป็นประโยคที่แสดงการเท่ากันของจำนวนหรือนิพจน์พีชคณิต โดยมีเครื่องหมายเท่ากับ (ใช้สัญลักษณ์ =) บอกการเท่ากัน

5. วัสดุ อุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้

- 1) เครื่องคิดเลข ตามจำนวนผู้เรียน คนละ 1 เครื่อง
- 2) บัตรข้อความที่บอกสาเหตุของความผิดพลาดในการคำนวณ ตามจำนวนผู้เรียน คนละ 1 ใบ
- 3) ใบกิจกรรม เรื่อง เครื่องเล่น MP3 ตามจำนวนผู้เรียน คนละ 1 ชุด

6. การเตรียมตัวล่วงหน้าของผู้สอน

- 1) เตรียมวัสดุ อุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้สำหรับผู้เรียน
- 2) ศึกษาและตรวจสอบสื่อการเรียนรู้
- 3) ศึกษาขั้นตอนการจัดกิจกรรม

7. ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

- 1) ผู้สอนทบทวนความหมายของร้อยละและการนำร้อยละไปใช้ในชีวิตจริงให้กับผู้เรียน

โดยผู้สอนยกตัวอย่างสถานการณ์และคำถาม ดังนี้

- เตี้ยขายนาฬิกาเรือนหนึ่งได้กำไร 30% ถ้าเตี้ยซื้อนาฬิกาในราคา 100 บาท เตี้ยจะขายนาฬิกาเรือนนี้ราคากี่บาท

แนวคำตอบ ราคา 130 บาท

- คิดเป็นกำไรกี่บาท

แนวคำตอบ กำไร 30 บาท

- อัตราส่วนของกำไร ต่อ ราคาซื้อ (หรือทุน) เขียนได้อย่างไร

แนวคำตอบ 30 : 100 หรือ เขียนในรูปเศษส่วน คือ $\frac{30}{100}$

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม: ในกรณีที่ผู้เรียนทำกิจกรรมได้เร็ว ผู้สอนสามารถให้ผู้เรียนตอบคำถามต่อไปนี้
ถ้าเตี้ยซื้อนาฬิกาในราคา 200 บาท ขายได้กำไร 30% เตี้ยได้กำไรและขายนาฬิกาในราคากี่บาท

แนวคำตอบ ได้กำไร 60 บาท และขายนาฬิกาในราคา 260 บาท

- 2) ผู้สอนเขียนตัวเลขบนกระดาน คือ 24, 89, 114 และ 59 ผู้สอนบอกผู้เรียนว่า

“จ้อมแจ่มหาผลรวมของจำนวน 4 จำนวน นี้ ได้เป็น 310”

จากนั้น ผู้สอนนำผู้เรียนอภิปรายร่วมกันว่าผลลัพธ์ดังกล่าวถูกต้องหรือไม่ และถ้าไม่ถูกต้องเกิดจากความผิดพลาดในการคำนวณอย่างไร ซึ่งผู้เรียนควรได้ข้อสรุปว่า ไม่ถูกต้อง เพราะ คำตอบที่ถูกต้องคือ 286 น้อยกว่าคำตอบที่จ้อมแจ่มหาจำนวนได้อยู่ 24 โดยอาจมีสาเหตุของความผิดพลาดได้หลากหลาย เช่น จ้อมแจ่มบวกจำนวนแรก คือ 24 ซ้ำสองครั้ง

- 3) ผู้สอนให้ผู้เรียนจับคู่กับเพื่อน และผู้สอนแจกบัตรข้อความที่บอกสาเหตุของความผิดพลาดในการคำนวณให้กับผู้เรียนคนละ 1 ใบ อย่างสุ่ม จากนั้นให้ผู้เรียนแต่ละคนหาผลลัพธ์ที่ผิดพลาดตามสาเหตุที่ได้รับ แล้วบอกผลลัพธ์นั้นกับคู่ของตนเอง เพื่อให้เพื่อนหาว่าผลลัพธ์ที่ไม่ถูกต้องนั้นเกิดจากสาเหตุอะไร เมื่อผู้เรียนแต่ละคู่สามารถหาสาเหตุของความผิดพลาดได้แล้ว ให้ผู้เรียนตรวจสอบความถูกต้องกับคู่ของตนเอง จากนั้น ผู้สอนสุ่มผู้เรียนหนึ่งคู่ออกมาหน้าชั้นเรียน แล้วให้นำเสนอผลการทำกิจกรรมของคู่ของตนเอง

- 4) ผู้สอนแจกใบกิจกรรม เรื่อง เครื่องเล่น MP3 แล้วให้ผู้เรียนแต่ละคู่ตอบคำถามข้อที่ 1 ในใบกิจกรรม หากผู้สอนสังเกตเห็นว่า ผู้เรียนยังไม่สามารถตอบได้ ผู้สอนอาจแนะนำให้ผู้เรียนใช้เครื่องคิดเลขได้ เมื่อผู้เรียนตอบคำถามข้อที่ 1 แล้ว ผู้สอนสุ่มผู้เรียนมา 2 คู่ ให้บอกคำตอบที่ได้ และถามผู้เรียนคนอื่น โดยใช้คำถาม เช่น
 - นักเรียนได้คำตอบเหมือนเพื่อนหรือไม่
 - นักเรียนคิดว่าคำตอบของเพื่อนถูกหรือผิด เพราะเหตุใด
 - ตัวเลขที่นักเรียนไม่เลือก นักเรียนคิดว่า ตัวเลขนั้นเป็นไปได้หรือไม่ เพราะเหตุใด
 ผู้สอนให้ผู้เรียนสาธิตการใช้เครื่องคิดเลขเพื่อแสดงการทำผิดพลาดโดยไม่ได้ใส่ตัวเลขหลักสุดท้ายของราคาของชิ้นหนึ่ง (เครื่องเล่น MP3 หูฟัง ลำโพง) ประกอบการเฉลยและในการตรวจสอบคำตอบ
- 5) ผู้สอนให้ผู้เรียนแต่ละคู่ตอบคำถามข้อที่ 2 – 3 ในใบกิจกรรม โดยในระหว่างที่ผู้เรียนทำกิจกรรม ผู้สอนต้องคอยสังเกต ให้คำแนะนำ หรือให้ความช่วยเหลือในกรณีที่ผู้เรียนไม่สามารถหาคำตอบที่ถูกต้องได้ จากนั้น ผู้สอนเลือกผู้เรียนคู่ที่มีแนวทางการหาคำตอบแตกต่างกัน ออกมานำเสนอวิธีการหาคำตอบของตนเองหน้าชั้นเรียน พร้อมทั้งให้ผู้เรียนร่วมกันอภิปรายวิธีในการหาคำตอบที่แตกต่างกัน โดยผู้สอนคอยให้คำแนะนำและสรุปคำตอบที่ถูกต้อง
- 6) ผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันสรุปผลจากการปฏิบัติกิจกรรม โดยมีแนวทางการสรุปดังนี้

ผู้เรียนได้ใช้ความรู้เกี่ยวกับร้อยละ สัดส่วน และสมการในการแก้ปัญหาที่กำหนด และได้ฝึกทักษะการให้เหตุผลและการแก้ปัญหา

8. ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมสำหรับผู้สอน

- 1) หากเวลาการจัดกิจกรรมไม่เพียงพอ ผู้สอนสามารถจัดกิจกรรมตามขั้นตอนที่เหลือให้ผู้เรียนในคาบเรียนถัดไป
- 2) หากจัดกิจกรรมเสร็จแล้ว และพอมีเวลาเหลือ ผู้สอนสามารถเลือกแนวทางการจัดกิจกรรมอื่นที่อยู่ในภาคผนวก ก มาจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนตามความเหมาะสม

9. แหล่งการเรียนรู้เพิ่มเติม

- 1) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 1 (สสวท.)
- 2) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เล่ม 2 (สสวท.)

10. การวัดและประเมินผล

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
1) ระบุสาเหตุของข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากการคำนวณในสถานการณ์เครื่องเล่น MP3	• พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม	• ใบกิจกรรม เรื่อง เครื่องเล่น MP3 คำถามข้อที่ 1	• อธิบายแนวคิดในการหาคำตอบของคำถามข้อที่ 1 ได้อย่างสมเหตุสมผล และเพียงพอที่จะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง
2) วิเคราะห์โจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องร้อยละเพื่อหาคำตอบในสถานการณ์เครื่องเล่น MP3	• พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม	• ใบกิจกรรม เรื่อง เครื่องเล่น MP3 คำถามข้อที่ 2	• ตอบคำถามข้อที่ 2 ได้ถูกต้องตั้งแต่ 2 ข้อขึ้นไป จากทั้งหมด 3 ข้อ
3) แสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหาร้อยละและสมการในสถานการณ์เครื่องเล่น MP3	• พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม	• ใบกิจกรรม เรื่อง เครื่องเล่น MP3 คำถามข้อที่ 3	• ตอบคำถามข้อที่ 3 ได้ถูกต้องตั้งแต่ 3 ข้อขึ้นไป จากทั้งหมด 4 ข้อ
4) อธิบายหรือให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนหรือโต้แย้ง รวมถึงอธิบายกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์เครื่องเล่น MP3	• พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม • สังเกตพฤติกรรมการให้เหตุผลจากการตอบคำถามหรืออภิปรายในชั้นเรียน	• ใบกิจกรรม เรื่อง เครื่องเล่น MP3 คำถามข้อที่ 1 – 3 • แบบประเมินพฤติกรรมการให้เหตุผล	• อธิบายแนวคิดในการหาคำตอบของคำถามข้อที่ 1 – 3 ได้อย่างสมเหตุสมผล และเพียงพอที่จะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้องตั้งแต่ 2 ข้อขึ้นไป จากทั้งหมด 3 ข้อ • ได้ระดับพอใช้ขึ้นไป เมื่อพิจารณาในภาพรวมของทั้งภาคการศึกษา (ดูภาคผนวก ข)

หมายเหตุ เกณฑ์ที่กำหนดไว้ข้างต้น ถือเป็นเกณฑ์ในระดับที่คาดหวัง ในกรณีที่ผู้เรียนทำได้น้อยกว่าเกณฑ์ที่กำหนด ผู้สอนต้องพิจารณาเสริมกระบวนการในด้านนั้นเพิ่มเติม

บัตรข้อความ

บวกจำนวนจำนวนหนึ่งสองครั้ง	ไม่ได้ใส่ตัวเลขหลักแรก ของจำนวนจำนวนหนึ่ง
ลบจำนวนจำนวนหนึ่งแทนที่จะบวก	ลืมหักจำนวนไปจำนวนหนึ่ง
ไม่ได้ใส่ตัวเลขหลักสุดท้าย ของจำนวนจำนวนหนึ่ง	ใส่ตัวเลขหลักสุดท้าย ของจำนวนจำนวนหนึ่งซ้ำสองครั้ง

ชื่อ ห้อง เลขที่

ใบกิจกรรม เรื่อง เครื่องเล่น MP3

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนตอบคำถามต่อไปนี้

มิวสิคจีดี ผู้เชี่ยวชาญด้าน MP3		
เครื่องเล่น MP3  155 เซต	หูฟัง  86 เซต	ลำโพง  79 เซต

1. โอริสับวราคาเครื่องเล่น MP3 หูฟัง ลำโพง ด้วยเครื่องคิดเลขของเธอ
คำตอบที่เธอได้เป็น 248



คำตอบของโอริส่าไม่ถูกต้อง เธอได้ทำผิดพลาดไปข้อหนึ่งในข้อผิดพลาดต่อไปนี้
เธอได้ทำผิดพลาดในข้อใด จงให้เหตุผลประกอบ

1. เธอบวกราคาของชิ้นหนึ่งสองครั้ง
2. เธอลืมรวมราคาของชิ้นหนึ่งในสามชิ้น
3. เธอไม่ได้ใส่ตัวเลขหลักสุดท้ายของราคาของชิ้นหนึ่ง
4. เธอลบราคาของชิ้นหนึ่งแทนที่จะบวก

.....

.....

.....

.....

.....

2. มีวสิคชิตี จัดงานลดราคา เมื่อคุณซื้อสินค้าสองชิ้นหรือมากกว่าในงานลดราคานี้

มีวสิคชิตีจะลดราคาให้ **20%** จากราคาขายของสินค้าเหล่านี้

เจษฎา มีเงินสำหรับใช้ซื้อของอยู่ 200 เซต

ในงานลดราคานี้ เขาสามารถซื้ออะไรได้บ้าง

จงเขียนวงกลมล้อมรอบคำว่า “ใช่” หรือ “ไม่ใช่” ในแต่ละตัวเลือกต่อไปนี้ พร้อมให้เหตุผลประกอบ

สินค้า	จะสามารถซื้อสินค้าด้วยเงิน 200 บาท ได้หรือไม่
1) เครื่องเล่น MP3 และ หูฟัง	ใช่ / ไม่ใช่
2) เครื่องเล่น MP3 และ ลำโพง	ใช่ / ไม่ใช่
3) สินค้าทั้ง 3 ชนิด – เครื่องเล่น MP3 หูฟัง และลำโพง	ใช่ / ไม่ใช่

This image shows a full page of white paper with horizontal dashed lines, typical of primary school handwriting practice paper. The lines are evenly spaced and run across the entire width of the page. There are no margins, text, or other markings present.

3. ราคาขายของเครื่องเล่น MP3 ได้รวมกำไรไว้ 37.5% ราคาที่ไม่รวมกำไร เรียกว่าราคาต้นทุน ถ้าบริษัทนี้คิดกำไรเป็นเปอร์เซ็นต์ของราคาต้นทุน

สูตรข้างล่างต่อไปนี้แสดงความสัมพันธ์ระหว่างราคาต้นทุน (w) กับ ราคาขาย (s)

ได้ถูกต้องใช่หรือไม่

จงเขียนวงกลมล้อมรอบคำว่า “ใช่” หรือ “ไม่ใช่” ในแต่ละสูตรต่อไปนี้ พร้อมให้เหตุผลประกอบ

สูตร	สูตรถูกต้องใช่หรือไม่
1) $s = w + 0.375$	ใช่ / ไม่ใช่
2) $w = s - 0.375s$	ใช่ / ไม่ใช่
3) $s = 1.375w$	ใช่ / ไม่ใช่
4) $w = 0.625s$	ใช่ / ไม่ใช่

แนวคำตอบ

ใบกิจกรรม เรื่อง เครื่องเล่น MP3

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนตอบคำถามต่อไปนี้

มิวสิคจีดี ผู้เชี่ยวชาญด้าน MP3		
เครื่องเล่น MP3  155 เซต	หูฟัง  86 เซต	ลำโพง  79 เซต

1. โอริสาบวราคาเครื่องเล่น MP3 หูฟัง ลำโพง ด้วยเครื่องคิดเลขของเธอ
คำตอบที่เธอได้เป็น 248



คำตอบของโอริสาไม่ถูกต้อง เธอได้ทำผิดพลาดไปข้อหนึ่งในข้อผิดพลาดต่อไปนี้
เธอได้ทำผิดพลาดในข้อใด จงให้เหตุผลประกอบ

- เธอตรวจสอบราคาของชิ้นหนึ่งสองครั้ง
- เธอห้รวมราคาของชิ้นหนึ่งในสามชิ้น
- เธอไม่ได้ใส่ตัวเลขหลักสุดท้ายของราคาของชิ้นหนึ่ง
- เธอลบราคาของชิ้นหนึ่งแทนที่จะบวก

.....ดูแนวคำตอบได้จากแนวคิดต่อไปนี้.....

(กระบวนการ: การใช้โน้ตค้น ข้อเท็จจริง วิธีการ และ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา)

แนวคิด

พิจารณาตัวเลือกในแต่ละข้อได้ดังนี้

ตัวเลือก 1. ไม่ถูกต้อง เพราะว่า การบวกราคาของชิ้นหนึ่งสองครั้งที่เกินไปได้ทั้งหมดมีดังนี้

ของที่บวกราคาสองครั้ง	ผลลัพธ์ (เซต)
เครื่องเล่น MP3 (155 เซต)	$(155 + 86 + 79) + 155 = 475$
หูฟัง (86 เซต)	$(155 + 86 + 79) + 86 = 406$
ลำโพง (79 เซต)	$(155 + 86 + 79) + 79 = 399$

ดังนั้น โอริสาไม่ได้บวกราคาของชิ้นหนึ่งสองครั้ง

ตัวเลือก 2. ไม่ถูกต้อง เพราะว่า การลีสรวมราคาของชิ้นหนึ่งในสามชิ้นที่เกินไปได้ทั้งหมดมีดังนี้

ของที่ลีสรวมราคา	ของ 2 ชิ้น ที่รวมราคา	ผลลัพธ์ (เซต)
เครื่องเล่น MP3	หูฟังและลำโพง	$86 + 79 = 165$
หูฟัง	เครื่องเล่น MP3 และลำโพง	$155 + 79 = 234$
ลำโพง	เครื่องเล่น MP3 และหูฟัง	$155 + 86 = 241$

ดังนั้น โอริสาไม่ได้ลีสรวมราคาของชิ้นหนึ่งในสามชิ้น

ตัวเลือก 3. ถูกต้อง เพราะว่า การไม่ใส่ตัวเลขหลักสุดท้ายของราคาของชิ้นหนึ่งที่เป็นไปได้ทั้งหมดมีดังนี้

ของ 1 ชิ้นที่ไม่ได้ใส่ตัวเลขหลักสุดท้าย	ผลลัพธ์ (เซต)
เครื่องเล่น MP3	$15 + 86 + 79 = 180$
หูฟัง	$155 + 8 + 79 = 242$
ลำโพง	$155 + 86 + 7 = 248$

จะพบว่า โอริสาไม่ได้ใส่ตัวเลขหลักสุดท้ายของราคาของลำโพง

จึงทำให้โอริسابวกราคาเครื่องเล่น MP3 หูฟัง ลำโพง ด้วยเครื่องคิดเลขของเธอ
ได้คำตอบเป็น 248

ดังนั้น โอริสาทำผิดพลาดโดยการไม่ใส่ตัวเลขหลักสุดท้ายของราคาของชิ้นหนึ่ง

ตัวเลือก 4. ไม่ถูกต้อง เพราะว่า การลบราคาของชิ้นหนึ่งแทนการบวกที่เกินไปได้ทั้งหมดมีดังนี้

ของที่นำราคาไปลบแทนการบวก	ผลลัพธ์ (เซต)
เครื่องเล่น MP3	$86 + 79 - 155 = 10$
หูฟัง	$155 + 79 - 86 = 148$
ลำโพง	$155 + 86 - 79 = 162$

ดังนั้น โอริสาไม่ได้ลบราคาของชิ้นหนึ่งแทนการบวก

2. มิวสิคซิตี จัดงานลดราคา เมื่อคุณซื้อสินค้าสองชิ้นหรือมากกว่าในงานลดราคานี้

มิวสิคซิตีจะลดราคาให้ 20% จากราคาขายของสินค้าเหล่านี้

เจษฎา มีเงินสำหรับใช้ซื้อของอยู่ 200 เซต

ในงานลดราคานี้ เขาสามารถซื้ออะไรได้บ้าง

จงเขียนวงกลมล้อมรอบคำว่า “ใช่” หรือ “ไม่ใช่” ในแต่ละตัวเลือกต่อไปนี้ พร้อมให้เหตุผลประกอบ

สินค้า	เจษฎาสามารถซื้อสินค้าด้วยเงิน 200 เซต ได้ใช่หรือไม่
1) เครื่องเล่น MP3 และ หูฟัง	ใช่ / ไม่ใช่
2) เครื่องเล่น MP3 และ ลำโพง	ใช่ / ไม่ใช่
3) สินค้าทั้ง 3 ชนิด - เครื่องเล่น MP3 หูฟัง และลำโพง	ใช่ / ไม่ใช่

(กระบวนการ: การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์)

แนวคิด

พิจารณาสินค้าในแต่ละข้อได้ดังนี้

สินค้า 1) ใช่ เพราะว่า เครื่องเล่น MP3 และหูฟัง มีราคารวมกันเท่ากับ 241 เซต

เมื่อลดราคาให้ 20% เจษฎาจะซื้อได้ในราคา 192.80 เซต

จึงมีเงินเพียงพอที่จะซื้อของได้

สินค้า 2) ใช่ เพราะว่า เครื่องเล่น MP3 และลำโพง มีราคารวมกันเท่ากับ 234 เซต

เมื่อลดราคาให้ 20% เจษฎาจะซื้อได้ในราคา 187.20 เซต

จึงมีเงินเพียงพอที่จะซื้อของได้

สินค้า 3) ไม่ใช่ เพราะว่า เครื่องเล่นทั้งสามชนิด มีราคารวมกันเท่ากับ 320 เซต

เมื่อลดราคาให้ 20% เจษฎาจะซื้อได้ในราคา 256 เซต

จึงไม่มีเงินเพียงพอที่จะซื้อของได้

3. ราคาขายของเครื่องเล่น MP3 ได้รวมกำไรไว้ 37.5% ราคาที่ไม่รวมกำไร เรียกว่าราคาต้นทุน ถ้าบริษัทนี้คิดกำไรเป็นเปอร์เซ็นต์ของราคาต้นทุน

สูตรข้างล่างต่อไปนี้แสดงความสัมพันธ์ระหว่างราคาต้นทุน (w) กับ ราคาขาย (s)

ได้ถูกต้องใช่หรือไม่

จงเขียนวงกลมล้อมรอบคำว่า “ใช่” หรือ “ไม่ใช่” ในแต่ละสูตรต่อไปนี้ พร้อมให้เหตุผลประกอบ

สูตร	สูตรถูกต้องใช่หรือไม่
1) $s = w + 0.375$	ใช่ / ไม่ใช่
2) $w = s - 0.375s$	ใช่ / ไม่ใช่
3) $s = 1.375w$	ใช่ / ไม่ใช่
4) $w = 0.625s$	ใช่ / ไม่ใช่

(กระบวนการ: การคิด/แปลงสถานการณ์ปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์)

แนวคิด

จากโจทย์ ราคาขายของเครื่องเล่น MP3 ได้รวมกำไรไว้ 37.5% ของราคาต้นทุน

จะได้ว่า ขายเครื่องเล่น MP3 ได้กำไร $\frac{37.5}{100} w = 0.375w$ เซด

เนื่องจาก ราคาขาย (s) = ต้นทุน (w) + กำไร

จะได้ว่า $s = w + 0.375w$

$$s = 1.375w$$

$$\text{หรือ } w = \frac{1}{1.375} s$$

$$w \approx 0.727s$$

พิจารณาสูตรในแต่ละข้อได้ดังนี้

สูตร 1) ไม่ใช่ เพราะว่า $w + 0.375 = w + 0.375w$ ก็ต่อเมื่อ $w = 1$

$$\text{แต่ } s = 155 \text{ จึงได้ว่า } w = \frac{1}{1.375} \times 155 \approx 112.73$$

$$\text{ดังนั้น } s \neq w + 0.375$$

สูตร 2) ไม่ใช่ เพราะว่า $w \approx 0.727s$ และ $s - 0.375s = (1 - 0.375)s = 0.625s$

$$\text{ดังนั้น } w \neq s - 0.375s$$

สูตร 3) ใช่ เพราะว่า $s = 1.375w$

สูตร 4) ไม่ใช่ เพราะว่า $w \approx 0.727s$

กิจกรรมที่ 5

รายวิชา การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างฉลาดรู้

ระดับ มัธยมศึกษาตอนต้น

เรื่อง การปีนภูเขาฟูจิ

เวลาเรียน 1 คาบ

1. ความเชื่อมโยงกับตัวชี้วัดในหลักสูตรแกนกลาง

ค 1.1 ม.1/3 และ ค 1.3 ม.1/3

2. จุดประสงค์การเรียนรู้ ผู้เรียนสามารถ

- 1) ระบุอัตราเฉลี่ยรายวันจากจำนวนรวมและช่วงเวลาเฉพาะที่กำหนดให้ในสถานการณ์การปีนภูเขาฟูจิ
- 2) ใช้ความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างอัตราเร็ว ระยะทาง และเวลา และความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยความยาวที่กำหนดให้ ในการแก้ปัญหสถานการณ์การปีนภูเขาฟูจิ
- 3) อธิบายหรือให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนหรือโต้แย้ง รวมถึงอธิบายกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหสถานการณ์การปีนภูเขาฟูจิ

3. กระบวนการ (PISA 2022)

- ☒ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- ☒ การคิด/แปลงสถานการณ์ปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์
- ☒ การใช้โมเดล ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา
- ☐ การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์

4. ความรู้ที่เกี่ยวข้อง

- 1) อัตราส่วน เป็นความสัมพันธ์ที่แสดงการเปรียบเทียบปริมาณสองปริมาณ ซึ่งอาจมีหน่วยเดียวกันหรือหน่วยต่างกันก็ได้
- 2) อัตราเร็วเป็นอัตราส่วนระหว่างระยะทางกับเวลา หาได้จากสูตร $\text{อัตราเร็ว} = \frac{\text{ระยะทาง}}{\text{เวลา}}$

5. วัสดุ อุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้

- 1) ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง อัตราเร็ว ตามจำนวนผู้เรียน คนละ 1 ชุด
- 2) ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง การปีนภูเขาฟูจิ ตามจำนวนผู้เรียน คนละ 1 ชุด

6. การเตรียมตัวล่วงหน้าของผู้สอน

- 1) เตรียมวัสดุ อุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้สำหรับผู้เรียน
- 2) ศึกษาและตรวจสอบสื่อการเรียนรู้
- 3) ศึกษาขั้นตอนการจัดกิจกรรม

7. ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

- 1) ผู้สอนเกริ่นนำโดยถามกระตุ้นความคิดผู้เรียนว่า ในการแข่งขันวิ่งครั้งหนึ่งมีผู้เข้าแข่งขัน 100 คน ระยะทางการวิ่ง คือ 5 กิโลเมตร ผู้เรียนคิดว่าผู้เข้าแข่งขันมีโอกาสเข้าเส้นชัยพร้อมกันได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

แนวคำตอบ คำตอบขึ้นอยู่กับเหตุผลของผู้เรียน เช่น

- ไม่พร้อมกันทุกคน เพราะว่า ผู้เข้าแข่งขันแต่ละคนใช้เวลาในการวิ่งถึงเส้นชัยไม่เท่ากัน
- พร้อมกัน เพราะว่า อาจมีผู้เข้าแข่งขันใช้เวลาในการวิ่งถึงเส้นชัยเท่ากัน

จากนั้น ผู้สอนถามผู้เรียนว่า ผู้เรียนคิดว่ามีอะไรที่ส่งผลต่อลำดับการเข้าเส้นชัยของผู้เข้าแข่งขัน

แนวคำตอบ เวลา ความเร็วในการวิ่ง อายุ การฝึกฝน อื่น ๆ

จากสถานการณ์ข้างต้น ผู้สอนและอภิปรายร่วมกันได้ว่าการวิ่งระยะทางที่เท่ากัน แต่ใช้เวลาที่แตกต่างกัน ทำให้อัตราเร็วเฉลี่ยในการวิ่งแตกต่างกัน โดยที่อัตราเร็ว ระยะทาง และเวลา มีความสัมพันธ์กันดังนี้

$$\text{อัตราเร็ว} = \frac{\text{ระยะทาง}}{\text{เวลา}}$$

- 2) ผู้สอนให้ผู้เรียนตอบคำถามในใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง อัตราเร็ว คำถามข้อที่ 1 – 3 จากนั้น ผู้สอนสุ่มผู้เรียนจำนวน 3 คนออกมาแสดงวิธีคิด โดยผู้สอนควรกระตุ้นให้ผู้เรียนที่เหลืตรวจสอบคำตอบของตนเอง และเปิดโอกาสให้ผู้เรียนซักถามหรืออธิบายเหตุผลเพื่อสนับสนุนคำตอบของเพื่อนหรือโต้แย้งในกรณีที่ได้อำตอบไม่ตรงกัน
- 3) ผู้สอนให้ผู้เรียนจับคู่เพื่อทำใบกิจกรรม เรื่อง การปั่นภูเขาฟูจิ คำถามข้อที่ 1 – 3 จากนั้น ผู้สอนสุ่มให้ผู้เรียนนำเสนอหน้าชั้นเรียนและเปิดโอกาสให้ผู้เรียนคนอื่น ๆ ที่ได้คำตอบ หรือมีเหตุผลและแนวคิดในการหาคำตอบที่ต่างกันได้นำเสนอและให้ผู้เรียนในชั้นเรียนได้ร่วมกันแสดงความคิดเห็นโดยการอภิปรายเพิ่มเติม โดยผู้สอนทำหน้าที่ในการตั้งคำถามกระตุ้น เช่น ผู้สอนใช้คำถามว่า

- นักเรียนได้คำตอบเหมือนเพื่อนหรือไม่
- นักเรียนคิดว่าคำตอบของเพื่อนถูกหรือผิด เพราะเหตุใด

โดยเฉพาะคำถามข้อที่ 2 ผู้สอนอาจเพิ่มเติมคำถามที่ว่า ผู้เรียนมีวิธีการที่แตกต่างในการหาคำตอบหรือไม่ อย่างไร

แนวคำตอบ การวาดภาพ การสร้าง Mapping การเขียนตารางเวลา

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม: ในกรณีที่ผู้เรียนทำกิจกรรมได้เร็ว ผู้สอนสามารถให้ผู้เรียนตอบคำถามต่อไปนี้

อรวีและสมรขี่จักรยานออกจากจุดเริ่มต้นเดียวกันและเวลาเดียวกัน แต่ขี่จักรยานไปคนละเส้นทาง เมื่อทั้งสองคนขี่จักรยานเป็นเวลา 15 นาที โดยไม่หยุดพัก จะได้ระยะทางรวมกันเป็น 7 กิโลเมตร ถ้าสมรขี่จักรยานด้วยอัตราเร็วเฉลี่ยน้อยกว่าอรวีอยู่ 4 กิโลเมตรต่อชั่วโมง แล้วอรวีขี่จักรยานด้วยอัตราเร็วเฉลี่ยกี่กิโลเมตรต่อชั่วโมง

แนวคำตอบ

ให้ อรวี ขี่จักรยานด้วยอัตราเร็วเฉลี่ย a กิโลเมตรต่อชั่วโมง

และ สมร ขี่จักรยานด้วยอัตราเร็วเฉลี่ย $a - 4$ กิโลเมตรต่อชั่วโมง

เนื่องจาก ทั้งสองคนขี่จักรยานเป็นเวลา 15 นาที หรือ $\frac{1}{4}$ ชั่วโมง

จะได้ว่า อรวี ขี่จักรยานได้ระยะทาง $a \times \frac{1}{4} = \frac{a}{4}$ กิโลเมตร

และ สมร ขี่จักรยานได้ระยะทาง $(a - 4) \times \frac{1}{4} = \frac{a - 4}{4}$ กิโลเมตร

เนื่องจาก ทั้งสองคนขี่จักรยานได้ระยะทางรวมกันเป็น 7 กิโลเมตร

$$\text{จะได้สมการเป็น } \frac{a}{4} + \left(\frac{a - 4}{4} \right) = 7$$

$$\frac{a}{4} + \frac{a}{4} - 1 = 7$$

$$\frac{a}{2} = 8$$

$$a = 16$$

ดังนั้น อรวีขี่จักรยานด้วยอัตราเร็วเฉลี่ย 16 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

- 4) ผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันสรุปผลจากการปฏิบัติกิจกรรม โดยมีแนวทางการสรุปดังนี้
ผู้เรียนได้ใช้ความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างอัตราเร็ว ระยะทาง เวลา และความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยความยาวในการแก้ปัญหาที่กำหนด และได้ฝึกทักษะการให้เหตุผลและการแก้ปัญหา

8. ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมสำหรับผู้สอน

- 1) หากเวลาการจัดกิจกรรมไม่เพียงพอ ผู้สอนสามารถจัดกิจกรรมตามขั้นตอนที่เหลือให้ผู้เรียนในคาบเรียนถัดไป
- 2) หากจัดกิจกรรมเสร็จแล้ว และพอมีเวลาเหลือ ผู้สอนสามารถเลือกแนวทางการจัดกิจกรรมอื่นที่อยู่ในภาคผนวก ก มาจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนตามความเหมาะสม

9. แหล่งการเรียนรู้เพิ่มเติม

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เล่ม 2 (สสวท.)

10. การวัดและประเมินผล

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
1) ระบุอัตราเฉลี่ยรายวันจากจำนวนรวมและช่วงเวลาเฉพาะที่กำหนดให้ในสถานการณ์การป็นภูเขาฟูจิ	• พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม	• ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่องการป็นภูเขาฟูจิ คำถามข้อที่ 1	• ตอบคำถามข้อที่ 1 ได้ถูกต้อง
2) ใช้ความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างอัตราเร็ว ระยะทาง และเวลา และความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยความยาวที่กำหนดให้ ในการแก้ปัญหาสถานการณ์การป็นภูเขาฟูจิ	• พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม	• ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่องการป็นภูเขาฟูจิ คำถามข้อที่ 2 – 3	• อธิบายแนวคิดในการหาคำตอบของคำถามข้อที่ 2 ได้อย่างสมเหตุสมผล และเพียงพอที่จะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง • ตอบคำถามข้อที่ 3 ได้ถูกต้อง
3) อธิบายหรือให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนหรือโต้แย้ง รวมถึงอธิบายกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์การป็นภูเขาฟูจิ	• สังเกตพฤติกรรม การให้เหตุผลจาก การตอบคำถามหรือ อภิปรายในชั้นเรียน	• แบบประเมิน พฤติกรรมทำให้ เหตุผล	• ได้ระดับพอใช้ขึ้นไปเมื่อพิจารณาในภาพรวมของทั้งภาคการศึกษา (ดูภาคผนวก ข)

หมายเหตุ เกณฑ์ที่กำหนดไว้ข้างต้น ถือเป็นเกณฑ์ในระดับที่คาดหวัง ในกรณีที่ผู้เรียนทำได้น้อยกว่าเกณฑ์ที่กำหนด ผู้สอนต้องพิจารณาเสริมกระบวนการในด้านนั้นเพิ่มเติม

ชื่อ ห้อง เลขที่

ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง อัตราเร็ว

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. รตาเดินจากบ้านไปตลาดได้ระยะทาง 240 เมตร จะใช้เวลาในการเดินทาง 2 นาที
รตาเดินด้วยอัตราเร็วกี่เมตรต่อวินาที

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. ปาณีเดินทางโดยเครื่องบินด้วยอัตราเร็ว 900 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ได้ระยะทาง 450 กิโลเมตร
จะใช้เวลาในการเดินทางกี่นาที

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. ปัทมาซื้อจักรยานไปร้านอาหารด้วยอัตราเร็ว 15 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ใช้เวลาในการเดินทาง 6 นาที
ระยะทางที่ไปร้านอาหารเป็นกิโลเมตร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ชื่อ ห้อง เลขที่

ชื่อ ห้อง เลขที่

ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง การปีนภูเขาฟูจิ

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนอ่านสถานการณ์และตอบคำถามต่อไปนี้

ภูเขาฟูจิ เป็นภูเขาไฟสงบแล้วที่มีชื่อเสียงโด่งดังในญี่ปุ่น



1. ภูเขาฟูจิเปิดให้คนขึ้นไปปีนเขาเฉพาะช่วงตั้งแต่ 1 กรกฎาคม ถึง 27 สิงหาคมของแต่ละปี
ในช่วงเวลาดังกล่าวมีคนขึ้นไปปีนภูเขาฟูจิประมาณ 200,000 คน
โดยเฉลี่ยมีคนขึ้นไปปีนภูเขาฟูจิวันละประมาณกี่คน
 1. 340
 2. 710
 3. 3,400
 4. 7,100
 5. 7,400

2. เส้นทางเดินโกเทมบะเป็นทางเดินขึ้นภูเขาฟูจิ มีระยะทางประมาณ 9 กิโลเมตร การเดินขึ้นภูเขาไปและกลับคิดเป็นระยะทาง 18 กิโลเมตร โดยต้องกลับมาถึงก่อนเวลา 20.00 น. โตชิคาดว่า เขาสามารถเดินขึ้นภูเขาได้ในอัตราเร็วเฉลี่ย 1.5 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และเดินลงด้วยอัตราเร็วเป็นสองเท่า ที่อัตราเร็วนี้รวมเวลาพักทานอาหารและหยุดพักแล้ว จงแสดงวิธีทำโดยใช้อัตราเร็วเฉลี่ยที่โตชิประมาณไว้ เพื่อหาว่าเขาควรเริ่มออกเดินอย่างช้าที่สุดในเวลาเท่าใด เพื่อจะกลับมาให้ทันเวลา 20.00 น.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. โตชิสวมเครื่องวัดจำนวนก้าว เพื่อนับจำนวนก้าวที่เขาเดินตามเส้นทางโกเทมบะ เครื่องวัดจำนวนก้าวของเขาแสดงว่า เขาเดินขึ้นมาได้ 22,500 ก้าว จงประมาณระยะทางเฉลี่ยต่อก้าวของโตชิ เมื่อเขาเดินขึ้นตามเส้นทางโกเทมบะระยะทาง 9 กิโลเมตร ให้นักเรียนเขียนคำตอบในหน่วยเซนติเมตร

ตอบ เซนติเมตร

แนวคำตอบ

ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง อัตราเร็ว

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. รตาเดินจากบ้านไปตลาดได้ระยะทาง 240 เมตร จะใช้เวลาในการเดินทาง 2 นาที
รตาเดินด้วยอัตราเร็วกี่เมตรต่อวินาที

.....ดูแนวคำตอบได้จากแนวคิดต่อไปนี้.....
.....

แนวคิด

เวลาในการเดินทาง 2 นาที คิดเป็น 120 วินาที

จาก อัตราเร็ว = $\frac{\text{ระยะทาง}}{\text{เวลา}}$

จะได้ อัตราเร็ว = $\frac{240}{120} = 2$ เมตรต่อวินาที

ดังนั้น รตาเดินด้วยอัตราเร็ว 2 เมตรต่อวินาที

2. ปาณเดินทางโดยเครื่องบินด้วยอัตราเร็ว 900 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ได้ระยะทาง 450 กิโลเมตร
จะใช้เวลาในการเดินทางกี่นาที

.....ดูแนวคำตอบได้จากแนวคิดต่อไปนี้.....
.....

แนวคิด

จาก อัตราเร็ว = $\frac{\text{ระยะทาง}}{\text{เวลา}}$

จะได้ $900 = \frac{450}{\text{เวลา}}$

จึงได้ว่า เวลา = $\frac{450}{900} = \frac{1}{2}$ ชั่วโมง หรือ 30 นาที

ดังนั้น จะใช้เวลาในการเดินทาง 30 นาที

3. ปัทมาขี่จักรยานไปร้านอาหารด้วยอัตราเร็ว 15 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ใช้เวลาในการเดินทาง 6 นาที
ระยะทางที่ไปร้านอาหารเป็นกิโลเมตร

.....ดูแนวคำตอบได้จากแนวคิดต่อไปนี้.....

แนวคิด

เวลาในการเดินทาง 6 นาที คิดเป็น $\frac{1}{10}$ ชั่วโมง

จาก อัตราเร็ว = $\frac{\text{ระยะทาง}}{\text{เวลา}}$

จะได้ $15 = \frac{\text{ระยะทาง}}{\frac{1}{10}}$

จึงได้ว่า ระยะทาง = $15 \times \frac{1}{10} = 1.5$ กิโลเมตร หรือ 1,500 เมตร

ดังนั้น ระยะทางที่ไปร้านอาหารเป็น 1,500 เมตร

แนวคำตอบ

ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง การปีนภูเขาฟูจิ

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนอ่านสถานการณ์และตอบคำถามต่อไปนี้

ภูเขาฟูจิ เป็นภูเขาไฟสงบแล้วที่มีชื่อเสียงโด่งดังในญี่ปุ่น



1. ภูเขาฟูจิเปิดให้คนขึ้นไปปีนเขาเฉพาะช่วงตั้งแต่ 1 กรกฎาคม ถึง 27 สิงหาคมของแต่ละปี
ในช่วงเวลาดังกล่าวมีคนขึ้นไปปีนภูเขาฟูจิประมาณ 200,000 คน
โดยเฉลี่ยมีคนขึ้นไปปีนภูเขาฟูจิวันละประมาณกี่คน

1. 340
2. 710
3. 3,400
4. 7,100
5. 7,400

(กระบวนการ: การคิด/แปลงสถานการณ์ปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์)

แนวคิด

ช่วงเวลา 1 ก.ค. – 31 ก.ค. เป็นเวลา 31 วัน

และ 1 ส.ค. – 27 ส.ค. เป็นเวลา 27 วัน

ดังนั้น ช่วงเวลาในการให้ไปปีนเขารวมเป็น $31 + 27 = 58$ วัน

เนื่องจาก มีคนขึ้นไปปีนภูเขาฟูจิประมาณ 200,000 คน

ดังนั้น โดยเฉลี่ยมีคนขึ้นไปปีนเขาวันละประมาณ $\frac{200,000}{58} = 3,488.28 \approx 3,400$ คน

2. เส้นทางเดินโกเทมบะเป็นทางเดินขึ้นภูเขาฟูจิ มีระยะทางประมาณ 9 กิโลเมตร การเดินขึ้นภูเขาไปและกลับคิดเป็นระยะทาง 18 กิโลเมตร โดยต้องกลับมาถึงก่อนเวลา 20.00 น. โตชิคาว่า เขาสามารถเดินขึ้นภูเขาได้ในอัตราเร็วเฉลี่ย 1.5 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และเดินลงด้วยอัตราเร็วเป็นสองเท่า ที่อัตราเร็วนี้รวมเวลาพักทานอาหารและหยุดพักแล้ว จงแสดงวิธีทำโดยใช้อัตราเร็วเฉลี่ยที่โตชิประมาณไว้ เพื่อหาว่าเขาควรเริ่มออกเดินอย่างช้าที่สุดในเวลาเท่าใด เพื่อจะกลับมาให้ทันเวลา 20.00 น.

ดูแนวคำตอบได้จากแนวคิดต่อไปนี้

(กระบวนการ: การใช้โน้ตค้น ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา)

แนวคิด

หาเวลาในการเดินขึ้นภูเขาฟูจิระยะทาง 9 กิโลเมตร ด้วยอัตราเร็ว 1.5 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

จาก อัตราเร็ว = $\frac{\text{ระยะทาง}}{\text{เวลา}}$

จะได้ $1.5 = \frac{9}{\text{เวลา}}$

ดังนั้น $\text{เวลา} = \frac{9}{1.5} = 6$ ชั่วโมง

หาเวลาในการเดินทางเขาด้วยอัตราเร็วเป็นสองเท่า ซึ่งเท่ากับ $2 \times 1.5 = 3$ กิโลเมตรต่อชั่วโมง

จาก อัตราเร็ว = $\frac{\text{ระยะทาง}}{\text{เวลา}}$

จะได้ $3 = \frac{9}{\text{เวลา}}$

ดังนั้น $\text{เวลา} = \frac{9}{3} = 3$ ชั่วโมง

จะได้ว่า เวลาที่ใช้ในการเดินทางขึ้นและลงภูเขาฟูจิรวมเป็น $6 + 3 = 9$ ชั่วโมง

ดังนั้น เพื่อให้เดินทางกลับมาให้ทัน 20.00 น. จะต้องเริ่มออกเดินทางอย่างช้าที่สุดเวลา 11.00 น.

3. โตชิรวมเครื่องวัดจำนวนก้าว เพื่อนับจำนวนก้าวที่เขาเดินตามเส้นทางโกเทมบะ เครื่องวัดจำนวนก้าวของเขาแสดงว่า เขาเดินขึ้นมาได้ 22,500 ก้าว
จงประมาณระยะทางเฉลี่ยต่อก้าวของโตชิ เมื่อเขาเดินขึ้นตามเส้นทางโกเทมบะระยะทาง 9 กิโลเมตร
ให้นักเรียนเขียนคำตอบในหน่วยเซนติเมตร

ตอบ40..... เซนติเมตร

(กระบวนการ: การใช้โน้ตสโน้ต ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา)

แนวคิดที่ 1

โตชิเดินได้ 22,500 ก้าว ตามเส้นทางโกเทมบะระยะทาง 9 กิโลเมตร

เนื่องจาก 1 กิโลเมตร เท่ากับ 100,000 เซนติเมตร

จะได้ 9 กิโลเมตร เท่ากับ 900,000 เซนติเมตร

ดังนั้น ระยะทางเฉลี่ยต่อก้าวของโตชิเป็น $\frac{900,000}{22,500} = 40$ เซนติเมตร

แนวคิดที่ 2

โตชิเดินได้ 22,500 ก้าว ตามเส้นทางโกเทมบะระยะทาง 9 กิโลเมตร

เนื่องจาก 1 กิโลเมตร เท่ากับ 100,000 เซนติเมตร

จะได้ 9 กิโลเมตร เท่ากับ 900,000 เซนติเมตร

กำหนดให้ s คือระยะทางเฉลี่ยต่อก้าวของโตชิ

$$\text{จะได้ } \frac{900,000}{22,500} = \frac{s}{1}$$

$$s = 40$$

ดังนั้น ระยะทางเฉลี่ยต่อก้าวของโตชิเท่ากับ 40 เซนติเมตร

กิจกรรมที่ 6

รายวิชา การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างฉลาดรู้

ระดับ มัธยมศึกษาตอนต้น

เรื่อง อัตราการหยด

เวลาเรียน 1 คาบ

1. ความเชื่อมโยงกับตัวชี้วัดในหลักสูตรแกนกลาง

ค 1.3 ม.1/1 และ ค 1.3 ม.1/3

2. จุดประสงค์การเรียนรู้ ผู้เรียนสามารถ

- 1) ใช้ความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์ของตัวแปรในสูตรที่กำหนดให้ ในการแก้ปัญหาสถานการณ์อัตราการหยด
- 2) แก่สมการเพื่อหาคำตอบในสถานการณ์อัตราการหยด
- 3) อธิบายหรือให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนหรือโต้แย้ง รวมถึงอธิบายกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหา สถานการณ์อัตราการหยด

3. กระบวนการ (PISA 2022)

- ☒ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- ☐ การคิด/แปลงสถานการณ์ปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์
- ☒ การใช้โมเดล ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา
- ☐ การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์

4. ความรู้ที่เกี่ยวข้อง

- 1) สมการ เป็นประโยคที่แสดงการเท่ากันของจำนวนหรือนิพจน์พีชคณิต โดยมีเครื่องหมายเท่ากับ (ใช้สัญลักษณ์ =) บอกการเท่ากัน
- 2) คำตอบของสมการ คือ จำนวนที่แทนตัวแปรในสมการแล้วทำให้ได้สมการที่เป็นจริง

5. วัสดุ อุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้

ใบกิจกรรม เรื่อง อัตราการหยด ตามจำนวนผู้เรียน คนละ 1 ชุด

6. การเตรียมตัวล่วงหน้าของผู้สอน

- 1) เตรียมวัสดุ อุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้สำหรับผู้เรียน
- 2) ศึกษาและตรวจสอบสื่อการเรียนรู้
- 3) ศึกษาขั้นตอนการจัดกิจกรรม

7. ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

- 1) ผู้สอนยกตัวอย่างความสัมพันธ์ของความยาวด้านกับพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม แล้วใช้คำถามต่อไปนี้
 - รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีพื้นที่ 24 ตารางหน่วย รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้จะมีความยาวและความกว้างเป็นเท่าใดได้บ้าง

แนวคำตอบ ยาว 6 หน่วยและกว้าง 4 หน่วย ยาว 8 หน่วยและกว้าง 3 หน่วย ยาว 12 หน่วยและกว้าง 2 หน่วย ยาว 24 หน่วยและกว้าง 1 หน่วย หรือ ยาว 48 หน่วยและกว้าง 0.5 หน่วย

- ถ้าเพิ่มความยาวของด้านยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าให้เป็นสองเท่า แล้วความยาวของด้านกว้างของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้านี้จะเป็นอย่างไร เพื่อให้พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ายังคงเท่าเดิมคือ 24 ตารางหน่วย

แนวคำตอบ ความยาวของด้านกว้างของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าจะลดลงครึ่งหนึ่ง

- ถ้าเพิ่มความยาวของด้านยาวและด้านกว้างของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าให้เป็นสองเท่า แล้วพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้านี้จะเป็นเท่าใด

แนวคำตอบ รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าจะมีพื้นที่ 96 ตารางหน่วย หรือพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเป็นสี่เท่าของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปเดิม

- 2) ผู้สอนชวนผู้เรียนสนทนาเกี่ยวกับสถานการณ์การให้น้ำเกลือ โดยแสดงภาพหรืออาจใช้อุปกรณ์การให้น้ำเกลือ (ถ้ามี) เพื่อให้ผู้เรียนทำความเข้าใจสถานการณ์ก่อนทำใบกิจกรรม เรื่องอัตราการหยด
- 3) ผู้สอนให้ผู้เรียนทำใบกิจกรรม เรื่อง อัตราการหยด คำถามข้อที่ 1 โดยผู้สอนสังเกตพฤติกรรมและควรใช้การถามตอบเพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนตรวจสอบความเข้าใจเกี่ยวกับขั้นตอนในการหาคำตอบตัวอย่างคำถาม

- จากสถานการณ์ที่กำหนด โจทย์บอกอะไรให้บ้าง

แนวคำตอบ

$$\text{จากสูตร } D = \frac{dv}{60n}$$

เมื่อ D แทน อัตราการหยด

d แทน สัมประสิทธิ์การหยด หน่วยเป็นจำนวนหยดต่อมิลลิลิตร

v แทน ปริมาตรของยาที่ผู้ป่วยทางหลอดเลือด หน่วยเป็นมิลลิลิตร

n แทน เวลาของการให้ยาทางหลอดเลือด หน่วยเป็นชั่วโมง

- จากสถานการณ์ที่กำหนด โจทย์ต้องการทราบอะไร

แนวคำตอบ D เปลี่ยนแปลงอย่างไร ถ้า n เพิ่มขึ้นสองเท่า แต่ d และ v ไม่เปลี่ยนแปลง

- จากสถานการณ์ที่กำหนด นักเรียนมีวิธีการหาคำตอบได้อย่างไร

แนวคำตอบ

จากสูตร $D = \frac{dv}{60n}$ เมื่อ n เพิ่มขึ้นเป็น 2 เท่า แต่ d และ v ไม่เปลี่ยนแปลง

จะได้ว่า $D_1 = \frac{dv}{60 \times 2n}$

$$D_1 = \frac{1}{2} \times \frac{dv}{60n}$$

$$D_1 = \frac{1}{2} \times D$$

ดังนั้น ถ้า n เพิ่มขึ้นสองเท่า แต่ d และ v ไม่เปลี่ยนแปลง แล้ว D ลดลงครึ่งหนึ่ง

ในกรณีที่ผู้เรียนไม่สามารถจัดรูป $D_1 = \frac{1}{2} \times D$ ได้ ผู้สอนอาจจะให้ผู้เรียนหาอัตราระหว่าง D_1 ต่อ D เพื่อสรุปได้ว่า D ลดลงครึ่งหนึ่ง

- 4) ผู้สอนใช้คำถามให้ผู้เรียนร่วมหาคำตอบเพิ่มเติมโดยการเพิ่มเงื่อนไขหรือปรับเปลี่ยนเงื่อนไขจากคำถามข้อที่ 1 เพื่อตรวจสอบความเข้าใจของผู้เรียน ทั้งนี้ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนอธิบายที่มาของคำตอบ

ตัวอย่างคำถาม

- ถ้าสัมประสิทธิ์การหยุด (d) เพิ่มขึ้นสองเท่า แล้วอัตราการหยุด (D) จะเปลี่ยนแปลงเป็นอย่างไร

แนวคำตอบ จะเพิ่มขึ้นสองเท่า เนื่องจาก $D_2 = \frac{2dv}{60n} = 2D$

- ถ้าปริมาตรของยาที่ให้ผู้ป่วยทางหลอดเลือด (v) ลดลงครึ่งหนึ่ง แล้วอัตราการหยุด (D) จะเปลี่ยนแปลงเป็นอย่างไร

แนวคำตอบ ลดลงครึ่งหนึ่ง เนื่องจาก $D_3 = \frac{d\left(\frac{v}{2}\right)}{60n} = \frac{1}{2}D$

- 5) ผู้สอนให้ผู้เรียนทำใบกิจกรรม เรื่อง อัตราการหยุด คำถามข้อที่ 2 โดยผู้สอนสังเกตพฤติกรรมและควรใช้การถามตอบ เพื่อตรวจสอบความเข้าใจของผู้เรียน ทั้งนี้ ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนอธิบายที่มาของคำตอบ

ตัวอย่างคำถาม

- จากสถานการณ์ที่กำหนด โจทย์บอกอะไรให้บ้าง

แนวคำตอบ อัตราการหยุด (D) การให้ยาทางหลอดเลือด โดยใช้อัตราการหยุด 50 หยดต่อนาที กับผู้ป่วยคนหนึ่งเป็นเวลา 3 ชั่วโมง ในการให้ยาทางหลอดเลือดครั้งนี้ สัมประสิทธิ์การหยุด เป็น 25 หยดต่อมิลลิลิตร

- จากสถานการณ์ที่กำหนด โจทย์ต้องการทราบอะไร

แนวคำตอบ ปริมาตรของยาที่ให้ผู้ป่วยทางหลอดเลือด (v)

- จากสถานการณ์ที่กำหนด นักเรียนหาคำตอบได้อย่างไร

แนวคำตอบ

$$\text{จากสูตร } D = \frac{dv}{60n}$$

$$\text{จะได้ว่า } 50 = \frac{25v}{60 \times 3}$$

$$v = \frac{50 \times 60 \times 3}{25}$$

$$v = 360$$

ดังนั้น ปริมาตรของยาที่ให้ผู้ป่วยทางหลอดเลือด (v) เท่ากับ 360 มิลลิลิตร

- 6) ผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันสรุปการดำเนินกิจกรรม โดยมีแนวทางการสรุป ดังนี้
ผู้เรียนได้ใช้ความรู้เกี่ยวกับสมการและการหาคำตอบของสมการในการแก้ปัญหาที่กำหนด และได้ฝึกทักษะการให้เหตุผลและการแก้ปัญหา

8. ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมสำหรับผู้สอน

- 1) หากเวลาการจัดกิจกรรมไม่เพียงพอ ผู้สอนสามารถจัดกิจกรรมตามขั้นตอนที่เหลือให้ผู้เรียนในคาบเรียนถัดไป
- 2) หากจัดกิจกรรมเสร็จแล้ว และพอมีเวลาเหลือ ผู้สอนสามารถเลือกแนวทางการจัดกิจกรรมอื่นที่อยู่ในภาคผนวก ก มาจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนตามความเหมาะสม

9. แหล่งการเรียนรู้เพิ่มเติม

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เล่ม 2 (สสวท.)

10. การวัดและประเมินผล

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
1) ใช้ความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์ของตัวแปรในสูตรที่กำหนดให้ ในการแก้ปัญหาสถานการณ์อัตราการหยุด	• พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม	• ใบกิจกรรม เรื่อง อัตราการหยุด คำถามข้อที่ 1	• ตอบคำถามข้อที่ 1 ได้ถูกต้อง
2) แก้สมการเพื่อหาคำตอบในสถานการณ์อัตราการหยุด	• พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม	• ใบกิจกรรม เรื่อง อัตราการหยุด คำถามข้อที่ 2	• อธิบายแนวคิดในการหาคำตอบของคำถามข้อที่ 2 ได้ อย่างสมเหตุสมผล และเพียงพอที่จะ นำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
3) อธิบายหรือให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนหรือโต้แย้ง รวมถึงอธิบายกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์ อัตราการหยุด	- สังเกตพฤติกรรม - การให้เหตุผลจาก - การตอบคำถามหรืออภิปรายในชั้นเรียน	- แบบประเมิน - พฤติกรรมทำให้ - เหตุผล	- ได้ระดับพอใช้ขึ้นไป - เมื่อพิจารณา - ในภาพรวมของ - ทั้งภาคการศึกษา (ดูภาคผนวก ข)

หมายเหตุ เกณฑ์ที่กำหนดไว้ข้างต้น ถือเป็นเกณฑ์ในระดับที่คาดหวัง ในกรณีที่ผู้เรียนทำได้น้อยกว่าเกณฑ์ที่กำหนด ผู้สอนต้องพิจารณาเสริมกระบวนการในด้านนั้นเพิ่มเติม

ชื่อ ห้อง เลขที่

ใบกิจกรรม เรื่อง อัตราการหยด

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนอ่านสถานการณ์และตอบคำถามต่อไปนี้

การให้ยาทางหลอดเลือด ถูกใช้เพื่อให้ของเหลวและยาแก่ผู้ป่วย



พยาบาลต้องการคำนวณอัตราการหยด (D) ในหน่วยหยดต่อนาที สำหรับการให้ยาทางหลอดเลือด

เขาใช้สูตร $D = \frac{dv}{60n}$ โดย

d แทน สัมประสิทธิ์การหยด หน่วยเป็นจำนวนหยดต่อมิลลิลิตร

v แทน ปริมาตรของยาที่ให้ผู้ป่วยทางหลอดเลือด หน่วยเป็นมิลลิลิตร

n แทน เวลาของการให้ยาทางหลอดเลือด หน่วยเป็นชั่วโมง

1. พยาบาลคนหนึ่งต้องการให้ระยะเวลาในการให้ยาทางหลอดเลือดเพิ่มขึ้นเป็นสองเท่า จงอธิบายอย่างย่อ ๆ ว่า D เปลี่ยนแปลงอย่างไร ถ้า n เพิ่มขึ้นสองเท่า แต่ d และ v ไม่เปลี่ยนแปลง

2. พยาบาลต้องการคำนวณหาปริมาตรของยาที่ให้ผู้ป่วยทางหลอดเลือด (v) จากอัตราการหยด (D) การให้ยาทางหลอดเลือด โดยใช้อัตราการหยด 50 หยดต่อนาทีกับผู้ป่วยคนหนึ่งเป็นเวลา 3 ชั่วโมง ในการให้ยาทางหลอดเลือดครั้งนี้ สัมประสิทธิ์การหยดเป็น 25 หยดต่อมิลลิลิตร ปริมาตรของยาที่ให้ผู้ป่วยทางหลอดเลือดเป็นเท่าใด ในหน่วยมิลลิลิตร จงแสดงวิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แนวคำตอบ

ใบกิจกรรม เรื่อง อัตราการหยด

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนอ่านสถานการณ์และตอบคำถามต่อไปนี้

การให้ยาทางหลอดเลือด ถูกใช้เพื่อให้ของเหลวและยาแก่ผู้ป่วย



พยาบาลต้องการคำนวณอัตราการหยด (D) ในหน่วยหยดต่อนาที สำหรับการให้ยาทางหลอดเลือด

เขาใช้สูตร $D = \frac{dv}{60n}$ โดย

d แทน สัมประสิทธิ์การหยด หน่วยเป็นจำนวนหยดต่อมิลลิลิตร

v แทน ปริมาตรของยาที่ให้ผู้ป่วยทางหลอดเลือด หน่วยเป็นมิลลิลิตร

n แทน เวลาของการให้ยาทางหลอดเลือด หน่วยเป็นชั่วโมง

1. พยาบาลคนหนึ่งต้องการให้ระยะเวลาในการให้ยาทางหลอดเลือดเพิ่มขึ้นเป็นสองเท่า จงอธิบายอย่างย่อ ๆ ว่า D เปลี่ยนแปลงอย่างไร ถ้า n เพิ่มขึ้นสองเท่า แต่ d และ v ไม่เปลี่ยนแปลง

ดูแนวคำตอบได้จากแนวคิดต่อไปนี้

(กระบวนการ: ใช้มโนทัศน์ ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา)

แนวคิด

จากสูตร $D = \frac{dv}{60n}$ เมื่อ n เพิ่มขึ้นเป็น 2 เท่า แต่ d และ v ไม่เปลี่ยนแปลง

$$\begin{aligned} \text{จะได้ว่า} \quad D_1 &= \frac{dv}{60 \times 2n} \\ D_1 &= \frac{1}{2} \times \frac{dv}{60n} \\ D_1 &= \frac{1}{2} \times D \end{aligned}$$

ดังนั้น ถ้า n เพิ่มขึ้นสองเท่า แต่ d และ v ไม่เปลี่ยนแปลง แล้ว D ลดลงครึ่งหนึ่ง

2. พยาบาลต้องการคำนวณหาปริมาตรของยาที่ให้ผู้ป่วยทางหลอดเลือด (v) จากอัตราการหยด (D) การให้ยาทางหลอดเลือด โดยใช้อัตราการหยด 50 หยดต่อนาทีกับผู้ป่วยคนหนึ่งเป็นเวลา 3 ชั่วโมง ในการให้ยาทางหลอดเลือดครั้งนี้ สัมประสิทธิ์การหยดเป็น 25 หยดต่อมิลลิลิตร ปริมาตรของยาที่ให้ผู้ป่วยทางหลอดเลือดเป็นเท่าใด ในหน่วยมิลลิลิตร จงแสดงวิธีทำ

ดูแนวคำตอบได้จากแนวคิดต่อไปนี้

(กระบวนการ: ใช้มโนทัศน์ ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา)

แนวคิด

$$\begin{aligned} \text{จากสูตร} \quad D &= \frac{dv}{60n} \\ \text{จะได้ว่า} \quad 50 &= \frac{25v}{60 \times 3} \\ v &= \frac{50 \times 60 \times 3}{25} \\ v &= 360 \end{aligned}$$

ดังนั้น ปริมาตรของยาที่ให้ผู้ป่วยทางหลอดเลือด (v) เท่ากับ 360 มิลลิลิตร

กิจกรรมที่ 7

รายวิชา การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างฉลาดรู้

ระดับ มัธยมศึกษาตอนต้น

เรื่อง อัตราเร็วของรถแข่ง

เวลาเรียน 1 คาบ

1. ความเชื่อมโยงกับตัวชี้วัดในหลักสูตรแกนกลาง

ค 1.3 ม.1/2

2. จุดประสงค์การเรียนรู้ ผู้เรียนสามารถ

- 1) ตีความในสถานการณ์เกี่ยวกับรถแข่ง โดยใช้ความเข้าใจเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของอัตราเร็วกับระยะทาง
- 2) อธิบายหรือให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนหรือโต้แย้ง รวมถึงอธิบายกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหา สถานการณ์อัตราเร็วของรถแข่ง

3. กระบวนการ (PISA 2022)

- ☒ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- ☐ การคิด/แปลงสถานการณ์ปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์
- ☐ การใช้โมเดล ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา
- ☒ การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์

4. ความรู้ที่เกี่ยวข้อง

- 1) กราฟเส้นเป็นการนำเสนอข้อมูลที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองปริมาณด้วยเส้นกราฟในระบบพิกัดฉาก
- 2) อัตราเร็วเป็นอัตราส่วนระหว่างระยะทางกับเวลา หาได้จากสูตร อัตราเร็ว = $\frac{\text{ระยะทาง}}{\text{เวลา}}$

5. วัสดุ อุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้

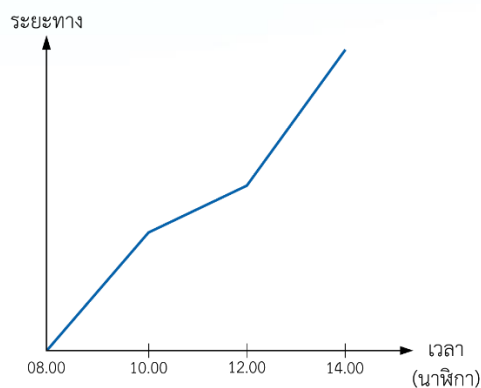
- 1) วิดีทัศน์ <https://www.youtube.com/watch?v=V8cT0AxOwbl> และ <https://www.youtube.com/watch?v=kDLICcKb10I>
- 2) ใบกิจกรรม เรื่อง อัตราเร็วของรถแข่ง ตามจำนวนผู้เรียน คนละ 1 ชุด

6. การเตรียมตัวล่วงหน้าของผู้สอน

- 1) เตรียมวัสดุ อุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้สำหรับผู้เรียน
- 2) ศึกษาและตรวจสอบสื่อการเรียนรู้
- 3) ศึกษาขั้นตอนการจัดกิจกรรม

7. ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

- 1) ผู้สอนเกริ่นนำเกี่ยวกับลักษณะของลู่วิ่งในสนามของโรงเรียนและลักษณะของสนามแข่งรถโดยเปิดวิดีโอจาก <https://www.youtube.com/watch?v=V8cT0AxOwbl> และวิดีโอจาก <https://www.youtube.com/watch?v=kDLICcKb10I> เพื่อให้ผู้เรียนเห็นถึงลักษณะของลู่วิ่งในสนามของโรงเรียนและลักษณะของสนามแข่งรถ
- 2) ผู้สอนยกตัวอย่างสถานการณ์และให้ผู้เรียนวิเคราะห์กราฟ ดังนี้
ในการขับรถเดินทางไปหัวหินของอ้นป็น กราฟต่อไปนี้แสดงความสัมพันธ์ระหว่างระยะทางและเวลา (นาฬิกา) ที่อ้นป็นใช้ในการขับรถ

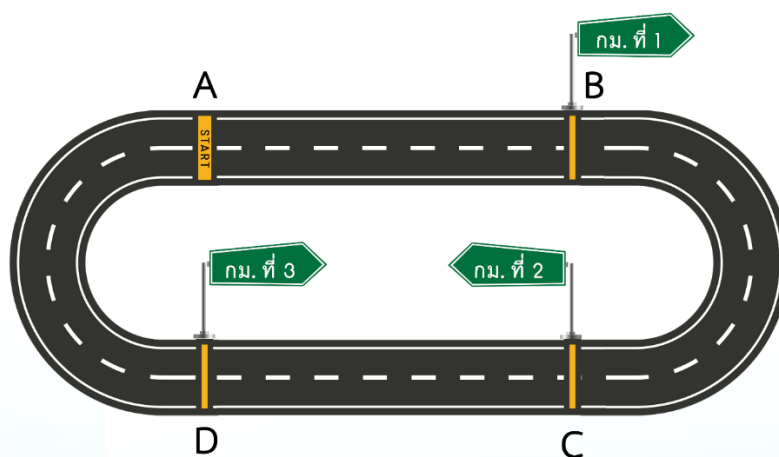


ผู้สอนให้ผู้เรียนตอบคำถามต่อไปนี้

- ในช่วงเวลา 08.00 – 10.00 น. กับ 10.00 – 12.00 น. ช่วงไหนอัตราเร็วมากกว่ากัน นักเรียนทราบได้อย่างไร

แนวคำตอบ ช่วงเวลา 08.00 – 10.00 น. อัตราเร็วมากกว่า เนื่องจากในระยะเวลา 2 ชั่วโมงเท่ากัน ช่วงเวลา 08.00 – 10.00 น. อ้นป็นเดินทางได้ระยะทางมากกว่า ช่วงเวลา 10.00 – 12.00 น.

- 3) ผู้สอนยกตัวอย่างสถานการณ์และให้ผู้เรียนวิเคราะห์กราฟ ดังนี้
สนามแข่งรถมอเตอร์ไซด์วิงบนสนามในลักษณะดังรูป โดย จุด A คือจุดออกกรล



ผู้สอนให้ผู้เรียนตอบคำถามต่อไปนี้

- จากจุด A ไปยัง จุด B อัตราเร็วที่ใช้น่าจะเป็นอย่างไร เพราะเหตุใด

แนวคำตอบ มอเตอร์ไซค์น่าจะมีอัตราเร็วเพิ่มขึ้นจนถึงอัตราเร็วสูงสุดแล้วคงที่ เนื่องจาก จากจุด A ไปยัง จุด B เป็นเส้นทางตรง ทำให้เร่งความเร็วได้

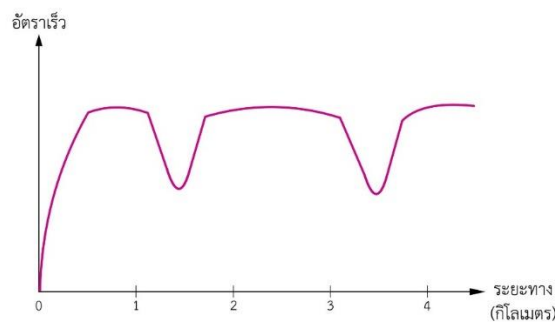
- จากจุด B ไปยัง จุด C อัตราเร็วที่ใช้น่าจะเป็นอย่างไร เพราะเหตุใด

แนวคำตอบ มอเตอร์ไซค์น่าจะต้องลดอัตราเร็วลงตรงช่วงต้นเพื่อเข้าทางโค้ง จนถึงอัตราเร็วต่ำสุดที่ทำให้ไม่หลุดโค้ง แล้วจากนั้นค่อย ๆ เพิ่มความเร็วขึ้นจนเข้าสู่ จุด C

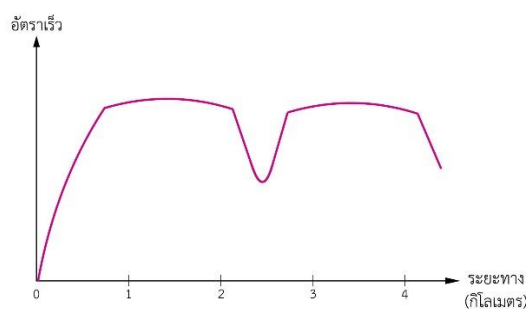
- จากจุด A ไปยัง จุด B และ จากจุด B ไปยัง จุด C ช่วงไหนจะใช้อัตราเร็วมากกว่ากัน เพราะเหตุใด

แนวคำตอบ จากจุด A ไปยัง จุด B ใช้อัตราเร็วได้มากกว่า เนื่องจากการขี่มอเตอร์ไซค์บนทางตรง ใช้อัตราเร็วได้มากกว่าการขึ้นทางโค้ง

- จากรูป นำมาเขียนกราฟได้ลักษณะตามตัวเลือก ก หรือ ตัวเลือก ข



ตัวเลือก ก



ตัวเลือก ข

แนวคำตอบ ตัวเลือก ก

- 4) ผู้สอนแจกใบกิจกรรม เรื่อง อัตราเร็วของรถแข่ง ให้ผู้เรียนตอบคำถามข้อที่ 1 – 3 แล้วผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันอภิปรายการหาคำตอบดังกล่าว จากนั้นผู้สอนเฉลยคำตอบ
- 5) ผู้สอนให้ผู้เรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3 – 4 คน แล้วช่วยกันตอบคำถามข้อที่ 4 โดยในระหว่างที่ผู้เรียนทำกิจกรรม ผู้สอนคอยสังเกต ให้คำแนะนำและให้ความช่วยเหลือในกรณีที่ผู้เรียนไม่สามารถหาคำตอบได้

จากนั้น เมื่อผู้เรียนตอบคำถามแล้ว ผู้สอนเลือกผู้เรียนที่มีแนวทางการหาคำตอบที่แตกต่างกันออกมา
นำเสนอหน้าชั้นเรียนแล้วให้ผู้เรียนร่วมกันอภิปรายการหาคำตอบดังกล่าว

- 6) ผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันสรุปผลจากการปฏิบัติกิจกรรม โดยมีแนวทางการสรุปดังนี้

ผู้เรียนได้ใช้ความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์ของอัตราเร็วกับระยะทางในสถานการณ์ปัญหาที่กำหนด
และได้ฝึกทักษะการตีความข้อมูลและการให้เหตุผล

8. ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมสำหรับผู้สอน

- 1) หากเวลาการจัดกิจกรรมไม่เพียงพอ ผู้สอนสามารถจัดกิจกรรมตามขั้นตอนที่เหลือให้ผู้เรียนในคาบเรียนถัดไป
- 2) หากจัดกิจกรรมเสร็จแล้ว และพอมีเวลาเหลือ ผู้สอนสามารถเลือกแนวทางการจัดกิจกรรมอื่นที่อยู่ในภาคผนวก ก มาจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนตามความเหมาะสม

9. แหล่งการเรียนรู้เพิ่มเติม

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เล่ม 2 (สสวท.)

10. การวัดและประเมินผล

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
1) ตีความในสถานการณ์เกี่ยวกับรถแข่ง โดยใช้ความเข้าใจเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของอัตราเร็วกับระยะทาง	• พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม	• ใบกิจกรรม เรื่องอัตราเร็วของรถแข่ง คำถามข้อที่ 1 – 4	• ตอบคำถามข้อที่ 1 – 4 ได้ถูกต้องตั้งแต่ 3 ข้อขึ้นไป จากทั้งหมด 4 ข้อ
2) อธิบายหรือให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนหรือโต้แย้ง รวมถึงอธิบายกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับอัตราเร็วของรถแข่งกับระยะทางที่วิ่ง	• พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม • สังเกตพฤติกรรม การให้เหตุผลจาก การตอบคำถามหรือ อภิปรายในชั้นเรียน	• ใบกิจกรรม เรื่องอัตราเร็วของรถแข่ง คำถามข้อที่ 1 – 4 • แบบประเมิน พฤติกรรม การให้เหตุผล	• อธิบายแนวคิดในการหาคำตอบของคำถามข้อที่ 1 – 4 ได้อย่างสมเหตุสมผล และเพียงพอที่จะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้องตั้งแต่ 3 ข้อขึ้นไป จากทั้งหมด 4 ข้อ • ได้ระดับพอใช้ขึ้นไปเมื่อพิจารณาในภาพรวมของ

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
			ทั้งภาคการศึกษา (ดูภาคผนวก ข)

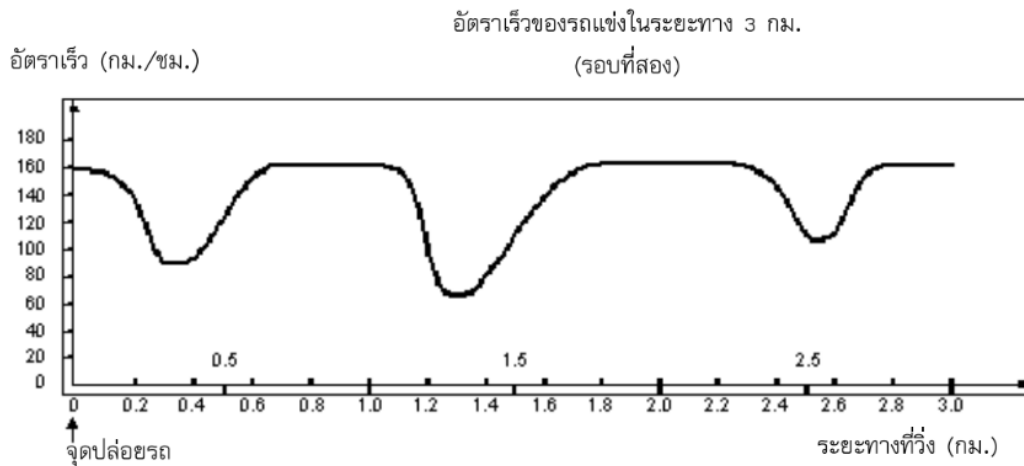
หมายเหตุ เกณฑ์ที่กำหนดไว้ข้างต้น ถือเป็นเกณฑ์ในระดับที่คาดหวัง ในกรณีที่ผู้เรียนทำได้น้อยกว่าเกณฑ์ที่กำหนด ผู้สอนต้องพิจารณาเสริมกระบวนการในด้านนั้นเพิ่มเติม

ชื่อ ห้อง เลขที่

ใบกิจกรรม เรื่อง อัตราเร็วของรถแข่ง

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนอ่านสถานการณ์และตอบคำถามต่อไปนี้

กราฟต่อไปนี้แสดงให้เห็นการเปลี่ยนแปลงอัตราเร็วของรถแข่งคันหนึ่ง ที่วิ่งในสนามแข่งทางราบระยะทาง 3 กิโลเมตร



1. ระยะทางโดยประมาณจากจุดปล่อยรถจนถึงจุดเริ่มต้นของส่วนที่เป็นทางตรงยาวที่สุดของสนามแข่งเป็นระยะทางเท่าไร จงอธิบายเหตุผลประกอบ

1. 0.5 กิโลเมตร
2. 1.5 กิโลเมตร
3. 2.3 กิโลเมตร
4. 2.6 กิโลเมตร

.....

.....

2. อัตราเร็วที่ต่ำสุดในระยะที่สองของรถแข่งคันนี้เกิดขึ้น ณ จุดใด จงอธิบายเหตุผลประกอบ

1. ที่จุดเริ่มต้น
2. ที่ประมาณกิโลเมตรที่ 0.8
3. ที่ประมาณกิโลเมตรที่ 1.3
4. ครึ่งรอบสนาม

.....

.....

3. อัตราเร็วของรถแข่งระหว่างกิโลเมตรที่ 2.6 และกิโลเมตรที่ 2.8 เป็นอย่างไร จงอธิบายเหตุผลประกอบ

1. อัตราเร็วคงที่
2. อัตราเร็วเพิ่มขึ้น
3. อัตราเร็วลดลง
4. ไม่สามารถบอกอัตราเร็วได้จากกราฟ

.....

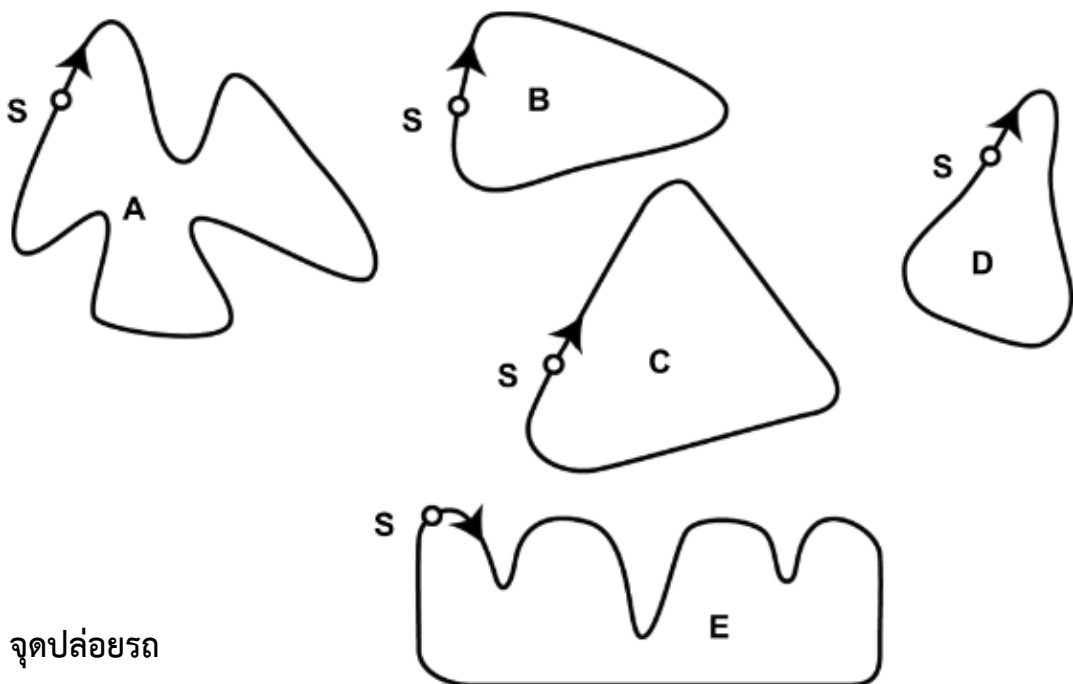
.....

.....

.....

4. ภาพต่อไปนี้ คือ ทางวิ่งของสนามแข่งรถห้าแบบด้วยกัน

สนามแข่งรถที่ทำให้รถมีอัตราเร็วสอดคล้องกับกราฟข้างต้น สนามแข่งควรมีลักษณะอย่างไร
จงอธิบายเหตุผลประกอบ



S: จุดปล่อยรถ

ตอบ สนามแข่งควรมีลักษณะดังรูป

.....

.....

.....

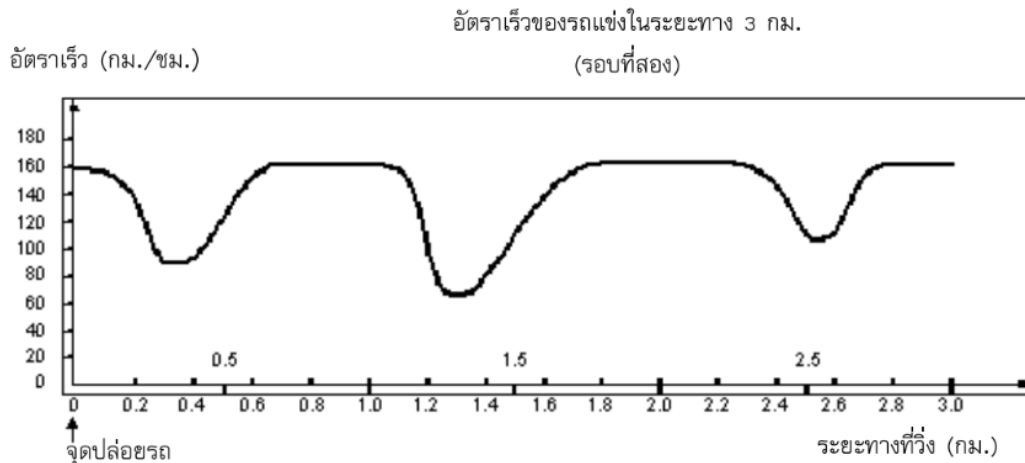
.....

แนวคำตอบ

ใบกิจกรรม เรื่อง อัตราเร็วของรถแข่ง

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนอ่านสถานการณ์และตอบคำถามต่อไปนี้

กราฟต่อไปนี้แสดงให้เห็นการเปลี่ยนแปลงอัตราเร็วของรถแข่งคันหนึ่ง ที่วิ่งในสนามแข่งทางราบระยะทาง 3 กิโลเมตร



1. ระยะทางโดยประมาณจากจุดปล่อยรถจนถึงจุดเริ่มต้นของส่วนที่เป็นทางตรงยาวที่สุดของสนามแข่งเป็นระยะทางเท่าไร จงอธิบายเหตุผลประกอบ
 1. 0.5 กิโลเมตร
 2. 1.5 กิโลเมตร
 3. 2.3 กิโลเมตร
 4. 2.6 กิโลเมตร

ดูแนวคำตอบได้จากแนวคิดต่อไปนี้

(กระบวนการ: การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์)

แนวคิด

การขับรถในสนามแข่งส่วนที่เป็นทางตรง อัตราเร็วของรถควรจะเพิ่มขึ้นจนได้อัตราเร็วสูงสุดแล้ววิ่งต่อไปด้วยอัตราเร็วคงที่จนใกล้สิ้นสุดทางตรง

นั่นคือ สนามแข่งส่วนที่เป็นทางตรงจะมีกราฟของอัตราเร็วและระยะทางที่วิ่งเป็นเส้นกราฟที่ค่อย ๆ สูงขึ้นแล้วเปลี่ยนเป็นคงที่

จากกราฟจะเห็นว่า เส้นกราฟช่วงที่มีลักษณะดังกล่าวที่มีความยาวมากที่สุด เริ่มต้นที่ประมาณ 1.5 กิโลเมตร ดังนั้น ระยะทางจากจุดปล่อยรถจนถึงจุดเริ่มต้นของส่วนที่เป็นทางตรงยาวที่สุดของสนามแข่งโดยประมาณคือ 1.5 กิโลเมตร

2. อัตราเร็วที่ต่ำสุดในระยะที่สองของรถแข่งคันนี้เกิดขึ้น ณ จุดใด จงอธิบายเหตุผลประกอบ

1. ที่จุดเริ่มต้น
2. ที่ประมาณกิโลเมตรที่ 0.8
3. ที่ประมาณกิโลเมตรที่ 1.3
4. ครึ่งรอบสนาม

.....ดูแนวคำตอบได้จากแนวคิดต่อไปนี้.....

(กระบวนการ: การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์)

แนวคิด

เนื่องจากอัตราเร็วที่ต่ำสุด คือจุดที่กราฟอยู่ต่ำที่สุด

จากกราฟจะเห็นว่าประมาณกิโลเมตรที่ 1.3 กราฟอยู่ต่ำที่สุด

ดังนั้น อัตราเร็วที่ต่ำสุดของระยะที่สองเกิดขึ้นที่ประมาณกิโลเมตรที่ 1.3

3. อัตราเร็วของรถแข่งระหว่างกิโลเมตรที่ 2.6 และกิโลเมตรที่ 2.8 เป็นอย่างไร จงอธิบายเหตุผลประกอบ

1. อัตราเร็วคงที่
2. อัตราเร็วเพิ่มขึ้น
3. อัตราเร็วลดลง
4. ไม่สามารถบอกอัตราเร็วได้จากกราฟ

.....ดูแนวคำตอบได้จากแนวคิดต่อไปนี้.....

(กระบวนการ: การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์)

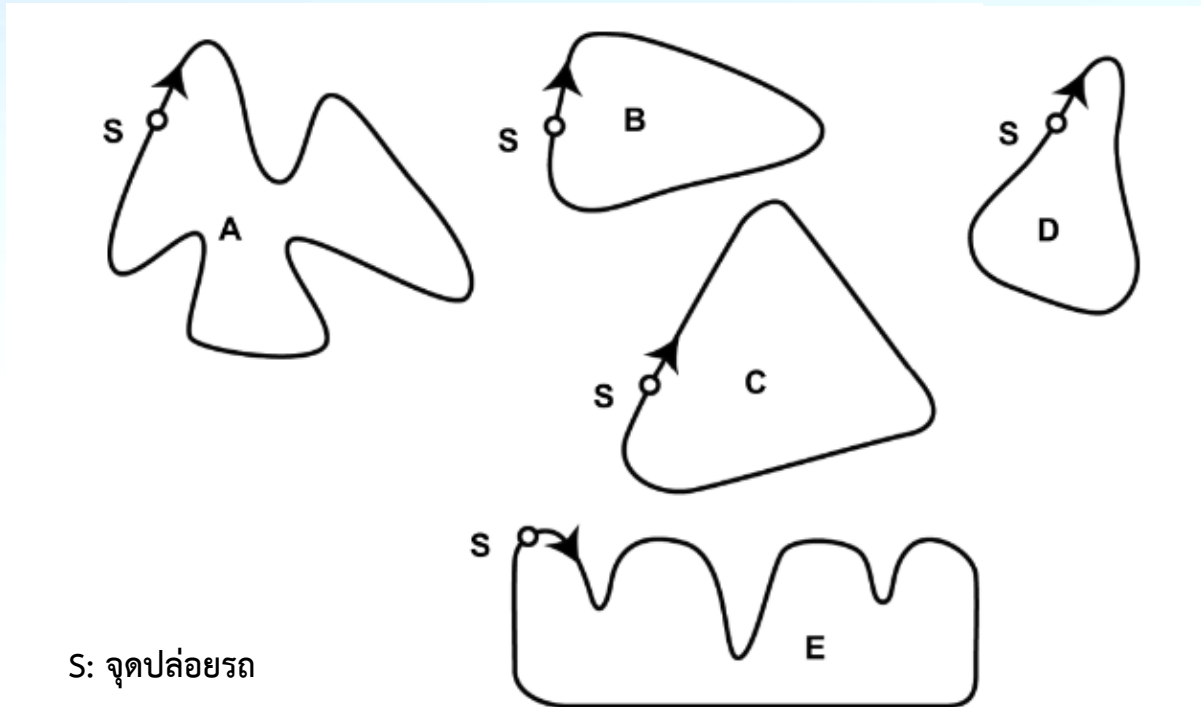
แนวคิด

จากกราฟ อัตราเร็วของรถแข่งระหว่างกิโลเมตรที่ 2.6 และกิโลเมตรที่ 2.8 เป็นกราฟที่เพิ่มสูงขึ้น

ดังนั้น อัตราเร็วของรถแข่งจึงเพิ่มขึ้น

4. ภาพต่อไปนี้ คือ ทางวิ่งของสนามแข่งรถห้าแบบด้วยกัน

สนามแข่งรถที่ทำให้รถมีอัตราเร็วสอดคล้องกับกราฟข้างต้น สนามแข่งควรจะมีลักษณะอย่างไร
จงอธิบายเหตุผลประกอบ



S: จุดปล่อยรถ

ตอบ สนามแข่งควรมีลักษณะดังรูปB.....

.....ดูแนวคำตอบได้จากแนวคิดต่อไปนี้.....

(กระบวนการ: การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์)

แนวคิด

จากกราฟ ที่จุดปล่อยรถ (S) รถมีอัตราเร็ว 160 กม./ชม. และอัตราเร็วลดลง แสดงว่ารถเข้าทางโค้ง

จากนั้น รถมีอัตราเร็วเพิ่มขึ้นจนถึงอัตราเร็วหนึ่งแล้วคงที่ แสดงว่าขับทางตรง

ที่ประมาณกิโลเมตรที่ 1.1 รถมีอัตราเร็วลดลง แสดงว่ารถเข้าทางโค้ง

จากนั้นอัตราเร็วเพิ่มขึ้นไปจนถึงประมาณกิโลเมตรที่ 2.3 แล้วใช้อัตราเร็วลดลง แสดงว่ารถขับทางตรงแล้ว
เข้าโค้งอีกครั้ง

สนามแข่งรถที่ทำให้รถมีอัตราเร็วสอดคล้องกับกราฟข้างต้น เป็นสนามแข่งที่มีทางโค้ง 3 ครั้ง ดังภาพ B และ D
แต่เนื่องจากทางโค้งแรกอยู่ใกล้กับจุดปล่อยรถ สนามแข่งจึงควรมีลักษณะตามภาพ B

กิจกรรมที่ 8

รายวิชา การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างฉลาดรู้

ระดับ มัธยมศึกษาตอนต้น

เรื่อง ขับรถ

เวลาเรียน 1 คาบ

1. ความเชื่อมโยงกับตัวชี้วัดในหลักสูตรแกนกลาง

ค 1.3 ม.1/2

2. จุดประสงค์การเรียนรู้ ผู้เรียนสามารถ

- 1) ตีความในสถานการณ์ขับรถ โดยใช้ความเข้าใจเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของอัตราเร็ว ระยะทาง และเวลา
- 2) อธิบายหรือให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนหรือโต้แย้ง รวมถึงอธิบายกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์ขับรถ

3. กระบวนการ (PISA 2022)

- ☒ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- ☐ การคิด/แปลงสถานการณ์ปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์
- ☐ การใช้โมเดล ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา
- ☒ การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์

4. ความรู้ที่เกี่ยวข้อง

ความสัมพันธ์ของปริมาณสองปริมาณที่มีกราฟอยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน เรียกว่า ความสัมพันธ์เชิงเส้น

5. วัสดุ อุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้

- 1) การ์ดเกม “จัดกลุ่มสถานการณ์” ตามจำนวนผู้เรียน กลุ่มละ 1 ชุด
- 2) ใบกิจกรรม เรื่อง ขับรถ ตามจำนวนผู้เรียน คนละ 1 ชุด

6. การเตรียมตัวล่วงหน้าของผู้สอน

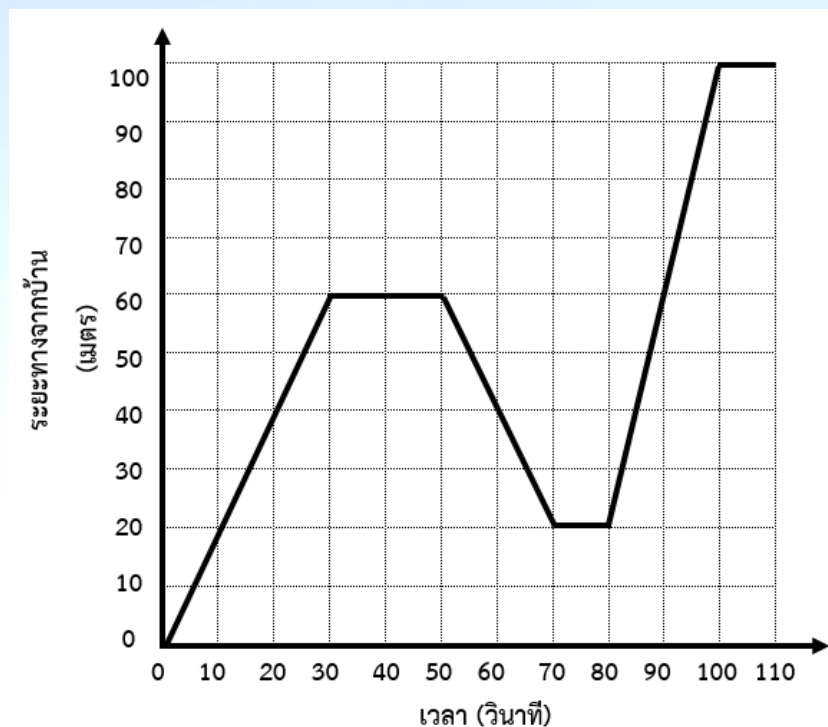
- 1) เตรียมวัสดุ อุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้สำหรับผู้เรียน
- 2) ศึกษาและตรวจสอบสื่อการเรียนรู้
- 3) ศึกษาขั้นตอนการจัดกิจกรรม

7. ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

- 1) ผู้สอนยกตัวอย่างกราฟแสดงความสัมพันธ์ของปริมาณสองชุด แล้วใช้คำถามเพื่อให้ผู้เรียนตีความจากกราฟ ดังนี้

ตัวอย่าง ทุกเช้านิคมจะเดินไปตามถนนทางตรงจากบ้านของเขาไปยังป้ายรถเมล์
เป็นระยะทาง 100 เมตร แสดงดังกราฟต่อไปนี้

กราฟแสดงการเดินทางของนิคมในวันหนึ่ง



- เมื่อเวลาผ่านไป 40 วินาที นิคมอยู่ห่างจากบ้านกี่เมตร
แนวคำตอบ 60 เมตร
 - นิคมเดินจากบ้านไปถึงป้ายรถเมล์ใช้เวลากี่วินาที
แนวคำตอบ 100 วินาที
 - ก่อนถึงป้ายรถเมล์นิคมหยุดเดินในช่วงวินาทีที่เท่าใดบ้าง นักเรียนทราบได้อย่างไร
แนวคำตอบ วินาทีที่ 30 – 50 และวินาทีที่ 70 – 80 เนื่องจากระยะทางที่แสดงในกราฟคงที่ หรือ เนื่องจากกราฟในช่วงวินาทีที่ 30 – 50 และวินาทีที่ 70 – 80 ขนานกับแกน X แสดงว่าระยะทางไม่เพิ่มขึ้น
 - ตั้งแต่วินาทีที่ 80 ถึง 100 นิคมเดินด้วยอัตราเร็วเป็นกี่เมตรต่อวินาที
แนวคำตอบ 4 เมตรต่อวินาที
 - จากกราฟช่วงวินาทีที่ 50 – 70 วินาที เส้นกราฟมีลักษณะอย่างไรและนักเรียนคิดว่าเกิดเหตุการณ์อะไรขึ้นในช่วงเวลาดังกล่าว
แนวคำตอบ เส้นกราฟเอียงลงและมีระยะทางห่างจากบ้านเป็น 20 เมตร แสดงว่านิคมเดินย้อนกลับบ้าน ซึ่งเขาอาจทำของหล่นหายระหว่างทางจึงเดินย้อนกลับไปหา
- 2) ผู้สอนให้ผู้เรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน และแจกการ์ดเกม “จัดกลุ่มสถานการณ์” ให้ผู้เรียนกลุ่มละ 1 ชุด เพื่อจัดกลุ่มการ์ดที่สอดคล้องกัน จากนั้นให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอคำตอบและแนวคิด โดยผู้สอนเฉลยคำตอบที่ถูกต้องพร้อมทั้งอธิบายเหตุผล ดังนี้
- แนวคำตอบ**
ชุดสถานการณ์ที่ 1

ประกอบด้วย การ์ด A การ์ด F และการ์ด H

เพราะ จากกราฟในการ์ด A เมื่อเวลา 08:00 น. อัตราเร็วของรถเพิ่มขึ้นอย่างสม่ำเสมอจนถึงเวลา 08:10 น. จากนั้น อัตราเร็วของรถลดลงอย่างสม่ำเสมอจนรถหยุด เมื่อเวลา 08:20 น.

ชุดสถานการณ์ที่ 2

ประกอบด้วย การ์ด B การ์ด D และการ์ด I

เพราะ จากกราฟในการ์ด B เมื่อเวลา 08:00 น. อัตราเร็วของรถเพิ่มขึ้นอย่างสม่ำเสมอจนถึงเวลา 08:10 น. จากนั้นรถมีอัตราเร็วคงที่ที่ 80 กิโลเมตรต่อชั่วโมงจนถึงเวลา 08:15 น. และอัตราเร็วของรถลดลงอย่างสม่ำเสมอจนรถหยุด เมื่อเวลา 08:20 น.

ชุดสถานการณ์ที่ 3

ประกอบด้วย การ์ด C การ์ด E และการ์ด G

เพราะ จากกราฟในการ์ด C ในช่วงเวลา 08:00 น. ถึงเวลา 08:05 น. รถมีอัตราเร็วเพิ่มขึ้นอย่างสม่ำเสมอจนเป็น 40 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จากนั้น ในช่วงเวลา 08:05 น. ถึงเวลา 08:15 น. รถมีอัตราเร็วเพิ่มขึ้นอย่างสม่ำเสมอจนเป็น 80 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และเมื่อเวลา 08:15 น. อัตราเร็วของรถลดลงอย่างสม่ำเสมอจนรถหยุด เมื่อเวลา 08:20 น.

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม: ในกรณีที่ผู้เรียนทำกิจกรรมได้เร็ว ผู้สอนสามารถให้ผู้เรียนตอบคำถามต่อไปนี้

กานดา ปิติ และนที ใครขับรถได้ระยะทางมากที่สุด เมื่อเริ่มขับรถตั้งแต่ 08:00 น. จนรถหยุด เพราะเหตุใด

แนวคำตอบ เนื่องจากระยะทางหาได้จากพื้นที่ใต้กราฟระหว่างอัตราเร็วและเวลา เมื่อหาพื้นที่ใต้กราฟในการ์ด A B และ C พบว่า พื้นที่ใต้กราฟในการ์ด B มากที่สุด ดังนั้น นทีขับรถได้ระยะทางมากที่สุด

หมายเหตุ ผู้สอนควรเตรียมการ์ดเกม “จัดกลุ่มสถานการณ์” โดยปริ้นต์การ์ดเกม “จัดกลุ่มสถานการณ์” ลงบนกระดาษที่มีความหนาเพื่อความสะดวกในการเล่น และตัดเป็นการ์ด 9 แผ่น คือ การ์ด A การ์ด B การ์ด C การ์ด D การ์ด E การ์ด F การ์ด G การ์ด H และการ์ด I ตามรอยประ (- - -) จากกันนำการ์ดทั้ง 9 แผ่นไปคละให้เรียบร้อยก่อนนำไปแจกให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่ม

- 3) ผู้สอนให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มพิจารณากราฟแสดงการบันทึกอัตราเร็วของรถที่อยู่ในสถานการณ์ของใบกิจกรรม เรื่อง ขับรถ จากนั้นผู้สอนใช้การถามตอบเพื่อตรวจสอบความเข้าใจเรื่องกราฟ โดยผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้อธิบายเหตุผลเพื่อสนับสนุนคำตอบของตนเอง ดังนี้

ตัวอย่าง

- จากกราฟที่เวลา 09:00 น., 09:03 น., 09:06 น. และ 09:09 น. รถมีอัตราเร็วเท่าไร

แนวคำตอบ ที่เวลา 09:00 น. มีอัตราเร็ว 0 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

ที่เวลา 09:03 น. มีอัตราเร็ว 60 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

ที่เวลา 09:06 น. มีอัตราเร็ว 60 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

ที่เวลา 09:09 น. มีอัตราเร็ว 36 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

- รถวิ่งด้วยอัตราเร็วคงที่ ในช่วงเวลาใด

แนวคำตอบ ช่วงเวลา 09:02 น. ถึง 09:06 น. และ ช่วงเวลา 09:08 น. ถึง 09:11 น.

- นำฝนขับรถกลับถึงบ้านเวลาใดพร้อมอธิบายเหตุผล

แนวคำตอบ เวลา 09:12 น. เพราะอัตราเร็วเท่ากับ 0 กิโลเมตรต่อชั่วโมง แสดงว่ารถหยุดนิ่ง

- ช่วงเวลา 09:03 น. ถึง 09:04 น. กับช่วงเวลา 09:09 น. ถึง 09:10 น. ระยะทางที่รถวิ่งได้มีความแตกต่างกันหรือไม่ อย่างไร เพราะเหตุใด

แนวคำตอบ ต่างกัน เพราะอัตราเร็วของทั้งสองช่วงต่างกันในระยะเวลาเท่ากัน โดยที่ช่วงเวลา

09:03 น. ถึง 09:04 น. ขับด้วยอัตราเร็ว 60 กิโลเมตรต่อชั่วโมง แต่ในช่วงเวลา 09:09 น. ถึง 09:10 น.

ขับด้วยอัตราเร็ว 36 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ดังนั้น ในช่วงเวลา 09:03 น. ถึง 09:04 น. จึงขับรถได้

ระยะทางที่มากกว่า

- 4) ผู้สอนให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันพิจารณาใบกิจกรรม เรื่อง ขับรถ คำถามข้อที่ 1 จากนั้นผู้สอนใช้การถามตอบจากผู้เรียนในแต่ละกลุ่ม เพื่อตรวจสอบความเข้าใจในเรื่องกราฟของความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองชุด หากมีผู้เรียนที่ตอบไม่ตรงกัน ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้อธิบายคำตอบของตนเอง โดยผู้สอนควรอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจ

- 5) ผู้สอนให้ผู้เรียนทำใบกิจกรรม เรื่อง ขับรถ คำถามข้อที่ 2 และคำถามข้อที่ 3 โดยเมื่อผู้เรียนตอบคำถามแต่ละข้อเสร็จแล้ว ผู้สอนให้ผู้เรียนตรวจสอบคำตอบกับเพื่อนภายในกลุ่มว่ามีคำตอบที่ตรงกันหรือไม่ จากนั้น ผู้สอนให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอคำตอบพร้อมเหตุผลประกอบคำตอบ และให้ผู้เรียนพิจารณาความสมเหตุสมผลในการให้เหตุผลของเพื่อนแต่ละกลุ่ม

- 6) ผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันสรุปการดำเนินกิจกรรม โดยมีแนวทางการสรุป ดังนี้

ผู้เรียนได้ใช้ความรู้เกี่ยวกับการอ่านและแปลความหมายของกราฟ พร้อมอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองชุดที่มีความสัมพันธ์เชิงเส้น การใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์มาช่วยคิดและแปลงปัญหาให้อยู่ในบริบททางคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหา และการฝึกทักษะการให้เหตุผลเพื่อตีความและประเมินผลลัพธ์

8. ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมสำหรับผู้สอน

- 1) หากเวลาการจัดกิจกรรมไม่เพียงพอ ผู้สอนสามารถจัดกิจกรรมตามขั้นตอนที่เหลือให้ผู้เรียนในคาบเรียนถัดไป
- 2) หากจัดกิจกรรมเสร็จแล้ว และพอมีเวลาเหลือ ผู้สอนสามารถเลือกแนวทางการจัดกิจกรรมอื่นที่อยู่ในภาคผนวก ก มาจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนตามความเหมาะสม

9. แหล่งการเรียนรู้เพิ่มเติม

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เล่ม 2 (สสวท.)

10. การวัดและประเมินผล

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
1) ตีความในสถานการณ์ข้อบกพร่อง โดยใช้ความเข้าใจเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของอัตราเร็ว ระยะทาง และเวลา	• พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม	• ใบกิจกรรม เรื่อง ข้อบกพร่อง คำถามข้อที่ 1 – 3	• อธิบายแนวคิดในการหาคำตอบของคำถามข้อที่ 1 – 3 ได้อย่างสมเหตุสมผล และเพียงพอที่จะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้องตั้งแต่ 2 ข้อขึ้นไป จากทั้งหมด 3 ข้อ
2) อธิบายหรือให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนหรือโต้แย้ง รวมถึงอธิบายกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหา สถานการณ์ข้อบกพร่อง	• พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม • สังเกตพฤติกรรม การให้เหตุผลจากการตอบคำถามหรืออภิปรายในชั้นเรียน	• ใบกิจกรรม เรื่อง ข้อบกพร่อง คำถามข้อที่ 1 – 3 • แบบประเมินพฤติกรรม การให้เหตุผล	• อธิบายแนวคิดในการหาคำตอบของคำถามข้อที่ 1 – 3 ได้อย่างสมเหตุสมผล และเพียงพอที่จะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้องตั้งแต่ 2 ข้อขึ้นไป จากทั้งหมด 3 ข้อ • ได้รับความพอใจเพิ่มขึ้นเมื่อพิจารณาในภาพรวมของทั้งภาคการศึกษา (ดูภาคผนวก ข)

หมายเหตุ เกณฑ์ที่กำหนดไว้ข้างต้น ถือเป็นเกณฑ์ในระดับที่คาดหวัง ในกรณีที่ผู้เรียนทำได้น้อยกว่าเกณฑ์ที่กำหนด ผู้สอนต้องพิจารณาเสริมกระบวนการในด้านนั้นเพิ่มเติม

การ์ดเกม จัดกลุ่มสถานการณ์

คำชี้แจง ให้ผู้เรียนตัดการ์ดตามรอยประ (- - - -)

A อัตราเร็ว (กิโลเมตรต่อชั่วโมง) เวลา (นาฬิกา)	B อัตราเร็ว (กิโลเมตรต่อชั่วโมง) เวลา (นาฬิกา)	C อัตราเร็ว (กิโลเมตรต่อชั่วโมง) เวลา (นาฬิกา)																																				
F <table><tr><th>เวลา (นาฬิกา)</th><th>อัตราเร็ว (กิโลเมตรต่อชั่วโมง)</th></tr><tr><td>08:00</td><td>0</td></tr><tr><td>08:05</td><td>40</td></tr><tr><td>08:10</td><td>80</td></tr><tr><td>08:15</td><td>40</td></tr><tr><td>08:20</td><td>0</td></tr></table>	เวลา (นาฬิกา)	อัตราเร็ว (กิโลเมตรต่อชั่วโมง)	08:00	0	08:05	40	08:10	80	08:15	40	08:20	0	D <table><tr><th>เวลา (นาฬิกา)</th><th>อัตราเร็ว (กิโลเมตรต่อชั่วโมง)</th></tr><tr><td>08:00</td><td>0</td></tr><tr><td>08:05</td><td>40</td></tr><tr><td>08:10</td><td>80</td></tr><tr><td>08:15</td><td>80</td></tr><tr><td>08:20</td><td>0</td></tr></table>	เวลา (นาฬิกา)	อัตราเร็ว (กิโลเมตรต่อชั่วโมง)	08:00	0	08:05	40	08:10	80	08:15	80	08:20	0	E <table><tr><th>เวลา (นาฬิกา)</th><th>อัตราเร็ว (กิโลเมตรต่อชั่วโมง)</th></tr><tr><td>08:00</td><td>0</td></tr><tr><td>08:05</td><td>40</td></tr><tr><td>08:10</td><td>60</td></tr><tr><td>08:15</td><td>80</td></tr><tr><td>08:20</td><td>0</td></tr></table>	เวลา (นาฬิกา)	อัตราเร็ว (กิโลเมตรต่อชั่วโมง)	08:00	0	08:05	40	08:10	60	08:15	80	08:20	0
เวลา (นาฬิกา)	อัตราเร็ว (กิโลเมตรต่อชั่วโมง)																																					
08:00	0																																					
08:05	40																																					
08:10	80																																					
08:15	40																																					
08:20	0																																					
เวลา (นาฬิกา)	อัตราเร็ว (กิโลเมตรต่อชั่วโมง)																																					
08:00	0																																					
08:05	40																																					
08:10	80																																					
08:15	80																																					
08:20	0																																					
เวลา (นาฬิกา)	อัตราเร็ว (กิโลเมตรต่อชั่วโมง)																																					
08:00	0																																					
08:05	40																																					
08:10	60																																					
08:15	80																																					
08:20	0																																					
H ปิติขับรถออกจากตลาดเวลา 08:00 น. โดยเพิ่มอัตราเร็วของรถอย่างสม่ำเสมอ เมื่อเวลา 08:05 น. อัตราเร็วของรถเป็น 40 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และเพิ่มอัตราเร็วของรถเช่นนี้จนเมื่อถึงเวลา 08:10 น. จากนั้น ปิติขับรถต่อไปอีก โดยลดอัตราเร็วของรถอย่างสม่ำเสมอ จนรถหยุด เมื่อเวลา 08:20 น.	I นทีขับรถออกจากบ้านเวลา 08:00 น. นทีเพิ่มอัตราเร็วของรถอย่างสม่ำเสมอ จนเมื่อเวลา 08:10 น. อัตราเร็วของรถเป็น 80 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และขับรถด้วยอัตราเร็ว 80 กิโลเมตรต่อชั่วโมง เป็นระยะเวลาอีก 5 นาที จากนั้น นทีขับรถด้วยอัตราเร็วของรถลดลง เป็นระยะเวลา 5 นาที จนรถหยุด	G กานดาขับรถออกจากวัดเวลา 08:00 น. กานดาเพิ่มอัตราเร็วอย่างสม่ำเสมอ จนเมื่อเวลา 08:05 น. อัตราเร็วของรถเป็น 40 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จากนั้น กานดาขับรถต่อไปอีก โดยอัตราเร็วของรถเพิ่มขึ้นไปเรื่อย ๆ จนเมื่อเวลาผ่านไป 10 นาที อัตราเร็วของรถเป็น 80 กิโลเมตรต่อชั่วโมง หลังจากนั้น กานดาขับรถด้วยอัตราเร็วของรถลดลง เป็นระยะเวลา 5 นาที จนรถหยุด																																				

ชื่อ ห้อง เลขที่

ชื่อ ห้อง เลขที่

ชื่อ ห้อง เลขที่

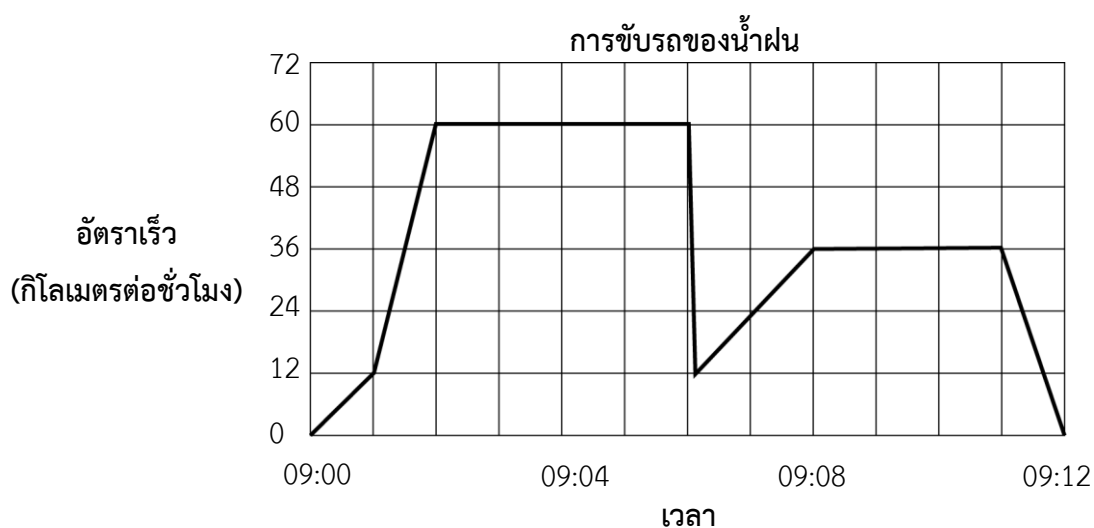
ชื่อ ห้อง เลขที่

ใบกิจกรรม เรื่อง ขับรถ

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนอ่านสถานการณ์และตอบคำถามต่อไปนี้

เช้าวันหนึ่ง น้ำฝนออกไปขับรถเล่น ระหว่างทางแมวตัวหนึ่งวิ่งตัดหน้ารถ น้ำฝนต้องเหยียบเบรกอย่างกะทันหันเพื่อไม่ให้ชนแมว น้ำฝนตกใจมากจนมือสั่น จึงตัดสินใจขับรถกลับบ้าน

กราฟต่อไปนี้แสดงการบันทึกอัตราเร็วของรถอย่างคร่าว ๆ



- อัตราเร็วสูงสุดของรถที่น้ำฝนขับในเช้าวันนั้น เป็นเท่าไร พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. ขณะที่น้ำฝนเหยียบเบรกเพื่อไม่ให้ชนแมว ขณะนั้นเป็นเวลาเท่าใด พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ

3. สามารถบอกได้หรือไม่ว่า เส้นทางที่น้ำฝนขับรถกลับบ้านสั้นกว่าเส้นทางที่เธอออกจากบ้านถึงจุดที่ชนแมว จงใช้ข้อมูลจากกราฟอธิบายเพื่อสนับสนุนคำตอบของนักเรียน

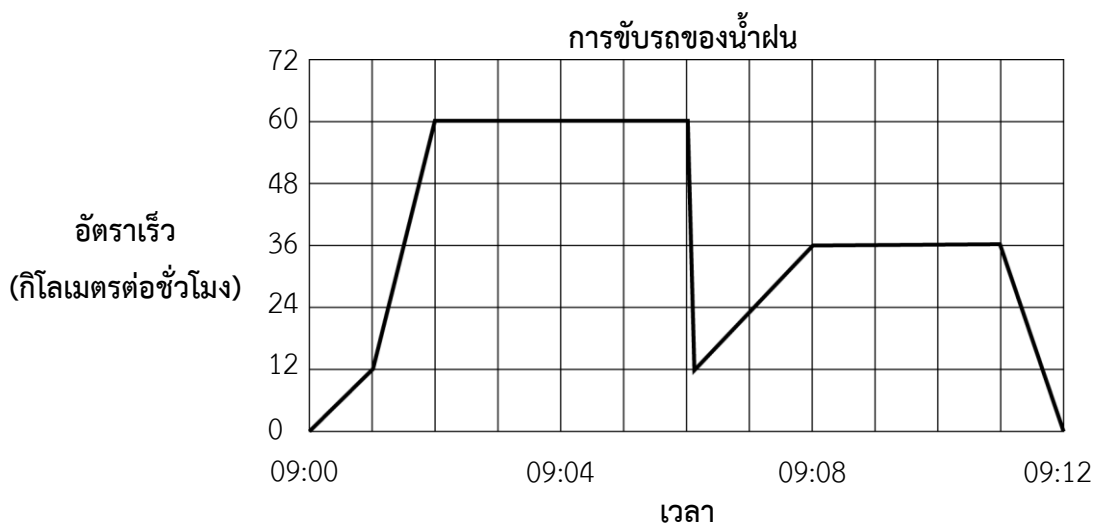
แนวคำตอบ

ใบกิจกรรม เรื่อง ขับรถ

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนอ่านสถานการณ์และตอบคำถามต่อไปนี้

เช้าวันหนึ่ง น้ำฝนออกไปขับรถเล่น ระหว่างทางแมวตัวหนึ่งวิ่งตัดหน้ารถ น้ำฝนต้องเหยียบเบรกอย่างกะทันหันเพื่อไม่ให้ชนแมว น้ำฝนตกใจมากจนมือสั่น จึงตัดสินใจขับรถกลับบ้าน

กราฟต่อไปนี้แสดงการบันทึกอัตราเร็วของรถอย่างคร่าว ๆ



1. อัตราเร็วสูงสุดของรถที่น้ำฝนขับในเช้าวันนั้นเป็นเท่าใด พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ

ดูแนวคำตอบได้จากแนวคิดต่อไปนี้

(กระบวนการ: การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์)

แนวคิด

จากกราฟพบว่ากราฟขึ้นสูงที่สุดช่วงเวลา 09:02 ถึง 09:06 น. ซึ่งตรงกับอัตราเร็วที่ 60 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ดังนั้น อัตราเร็วสูงสุดที่น้ำฝนขับในเช้าวันนั้น จึงเท่ากับ 60 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

2. ขณะที่น้ำฝนเหยียบเบรกเพื่อไม่ให้ชนแมว ขณะนั้นเป็นเวลาเท่าใด พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบคำตอบ

ดูแนวคำตอบได้จากแนวคิดต่อไปนี้

(กระบวนการ: การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์)

แนวคิด

ที่เวลา 09:06 น. เนื่องจากเมื่อเหยียบเบรกอัตราเร็วของรถที่ขับมาลดลงอย่างรวดเร็วแต่รถไม่หยุด และเมื่อปล่อยเบรกอัตราเร็วของรถเพิ่มขึ้น

3. สามารถบอกได้หรือไม่ว่า เส้นทางที่น้ำฝนขับรถกลับบ้านสั้นกว่าเส้นทางที่เธอออกจากบ้าน ถึงจุดที่ชนแมว จงใช้ข้อมูลจากกราฟอธิบายเพื่อสนับสนุนคำตอบของนักเรียน

ดูแนวคำตอบได้จากแนวคิดต่อไปนี้

(กระบวนการ: การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์)

แนวคิด

บอกได้ เนื่องจาก ช่วงแรกเธอขับรถใช้อัตราเร็วมากกว่าช่วงหลัง แต่ใช้เวลาเกือบเท่ากัน ดังนั้น เทียบกลับจึงมีระยะทางสั้นกว่า

กิจกรรมที่ 9

รายวิชา การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างฉลาดรู้

ระดับ มัธยมศึกษาตอนต้น

เรื่อง ตัวต่อ

เวลาเรียน 1 คาบ

1. ความเชื่อมโยงกับตัวชี้วัดในหลักสูตรแกนกลาง

ค 2.2 ม.1/2

2. จุดประสงค์การเรียนรู้ ผู้เรียนสามารถ

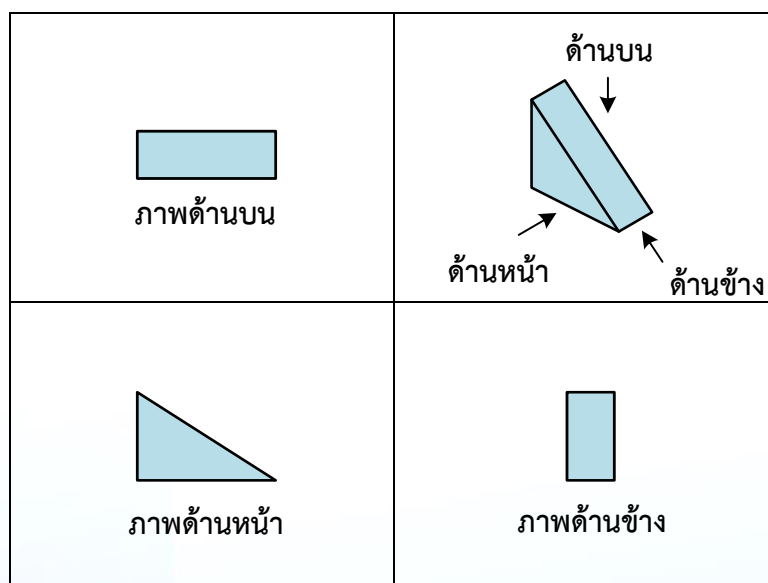
- 1) ใช้การนึกภาพเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและรูปเรขาคณิตสามมิติในการแก้ปัญหสถานการณ์ตัวต่อ
- 2) อธิบายหรือให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนหรือโต้แย้ง รวมถึงอธิบายกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับมุมมองของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากในสถานการณ์ตัวต่อ

3. กระบวนการ (PISA 2022)

- ☒ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- ☐ การคิด/แปลงสถานการณ์ปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์
- ☒ การใช้โมเดล ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา
- ☐ การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์

4. ความรู้ที่เกี่ยวข้อง

ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติได้จากการมองรูปเรขาคณิตสามมิติในแนวตั้งฉากกับด้านที่มอง ตามทิศทางที่แสดงดังรูป



5. วัสดุ อุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้

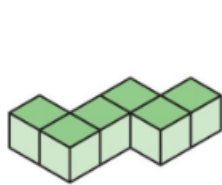
- 1) ใบกิจกรรมที่ 1 กิจกรรมนำทาง ตามจำนวนผู้เรียน คนละ 1 ชุด
- 2) ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง ตัวต่อ ตามจำนวนผู้เรียน คนละ 1 ชุด
- 3) ใบกิจกรรมที่ 3 คำถามชวนคิด ตามจำนวนผู้เรียน กลุ่มละ 1 ชุด

6. การเตรียมตัวล่วงหน้าของผู้สอน

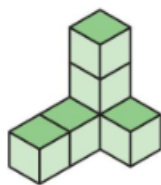
- 1) เตรียมวัสดุ อุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้สำหรับผู้เรียน
- 2) ศึกษาและตรวจสอบสื่อการเรียนรู้
- 3) ศึกษาขั้นตอนการจัดกิจกรรม

7. ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

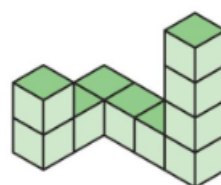
- 1) ผู้สอนให้ผู้เรียนดูภาพรูปร่างเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ในใบกิจกรรมที่ 1 กิจกรรมนำทาง และชักชวนผู้เรียนนับจำนวนของลูกบาศก์ที่นำมาต่อกันในภาพดังนี้
 - จงบอกจำนวนของลูกบาศก์ที่นำมาเรียงต่อกันในแต่ละรูปมีกี่ลูก



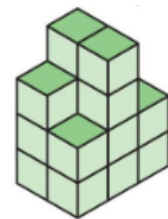
รูปที่ 1



รูปที่ 2



รูปที่ 3



รูปที่ 4

แนวคำตอบ รูปที่ 1 มีจำนวน 6 ลูก

รูปที่ 2 มีจำนวน 6 ลูก

รูปที่ 3 มีจำนวน 10 ลูก หรือ 11 ลูก

รูปที่ 4 มีจำนวน 15 ลูก หรือ 16 ลูก หรือ 17 ลูก

ในกรณีที่ผู้เรียนมีคำตอบของรูปที่ 4 ที่หลากหลาย ผู้สอนให้ผู้เรียนนำเสนอคำตอบ โดยอาจให้ผู้เรียนนำเสนอมุมมองอื่น เช่น ด้านบน หรือ ด้านข้าง ที่ทำให้เพื่อนสามารถเข้าใจคำตอบ แต่ถ้าผู้เรียนได้คำตอบเป็น 15 ลูกเพียงคำตอบเดียว ผู้สอนอาจตั้งคำถามเพื่อชวนผู้เรียนคิด ดังนี้

- จำนวนลูกบาศก์ที่นำมาเรียงต่อกันสามารถมีจำนวน 16 ลูก หรือ 17 ลูก ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด และมีรูปอื่นอีกหรือไม่ที่อาจมีลูกบาศก์ที่มองไม่เห็น

แนวคำตอบ รูปที่ 3 มีจำนวน 10 ลูก หรือ 11 ลูก

- เป็นไปได้หรือไม่ที่ใช้จำนวนลูกบาศก์น้อยกว่า 15 ลูกมาต่อให้เป็นรูปที่ 4 โดยที่ลูกบาศก์แต่ละลูกต้องมีหน้าใดหน้าหนึ่งติดกับลูกบาศก์ลูกอื่น

แนวคำตอบ เป็นไปได้ เพราะว่าในบริเวณที่มองไม่เห็นอาจจะไม่มีลูกบาศก์อยู่เลย หรืออาจจะมีไม่ครบทุกตำแหน่งก็ได้

- 2) ผู้สอนใช้การถามตอบเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของผู้เรียน เกี่ยวกับมุมมองของรูปเรขาคณิตสองมิติ และรูปเรขาคณิตสามมิติจากการนับจำนวนของลูกบาศก์ โดยใช้คำถามดังนี้

- นักเรียนใช้วิธีการใดในการหาคำตอบ

แนวคำตอบ การนับจำนวนลูกบาศก์ที่อยู่ในรูป

- เป็นไปได้หรือไม่ว่าใช้จำนวนลูกบาศก์น้อยกว่า 15 ลูกมาต่อให้เป็นรูปที่ 4

แนวคำตอบ เป็นไปได้ เพราะว่าในบริเวณที่มองไม่เห็นอาจจะไม่มีลูกบาศก์อยู่เลย หรืออาจจะไม่มีครบทุกตำแหน่งก็ได้

- 3) ผู้สอนให้ผู้เรียนทำใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง ตัวต่อ เป็นรายบุคคล จากนั้นผู้สอนให้ผู้เรียนจับคู่กันเพื่อตรวจสอบคำตอบ และเปิดโอกาสให้ปรึกษากันเพื่อหาข้อสรุปคำตอบของกิจกรรมแต่ละข้อ และสุ่มผู้เรียนมานำเสนอคำตอบและเปิดโอกาสให้ผู้เรียนให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนคำตอบของเพื่อนหรือโต้แย้งในกรณีที่ได้คำตอบไม่ตรงกัน

- 4) ผู้สอนแบ่งผู้เรียนเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน เพื่อตอบคำถามใบกิจกรรมที่ 3 คำถามชวนคิด โดยให้ผู้เรียนช่วยกันฝึกคิดหาคำตอบจากการมองภาพ จากนั้นให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่ม นำเสนอคำตอบที่ได้ช่วยกันคิด และเปิดโอกาสให้ผู้เรียนให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนคำตอบของเพื่อนหรือโต้แย้งในกรณีที่ได้คำตอบไม่ตรงกัน

- 5) ผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันสรุปผลจากการปฏิบัติกิจกรรม โดยมีแนวทางการสรุปดังนี้

ผู้เรียนได้ใช้ความรู้เกี่ยวกับการนิยามในการแก้ปัญหที่กำหนด และได้ฝึกทักษะการให้เหตุผลและการแก้ปัญหา

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม: ในกรณีที่ผู้เรียนทำกิจกรรมได้เร็ว ผู้สอนสามารถให้ผู้เรียนตอบคำถามต่อไปนี้

- ให้นักเรียนพิจารณาว่าในกรณีทั่วไป ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากที่กว้าง x หน่วย ยาว y หน่วย และสูง z หน่วย จะใช้ลูกบาศก์เล็กๆ ในการสร้างอย่างน้อยที่สุดกี่ลูก

1. กว้าง 2 หน่วย ยาว 2 หน่วย และ สูง 2 หน่วย **แนวคำตอบ** 8 ลูก ไม่สามารถกลงได้

2. กว้าง 3 หน่วย ยาว 3 หน่วย และ สูง 2 หน่วย **แนวคำตอบ** 18 ลูก ไม่สามารถกลงได้

3. กว้าง 3 หน่วย ยาว 3 หน่วย และ สูง 3 หน่วย **แนวคำตอบ** 26 ลูก กลลงได้ 1 ลูก

4. กว้าง 3 หน่วย ยาว 3 หน่วย และ สูง 4 หน่วย **แนวคำตอบ** 34 ลูก กลลงได้ 2 ลูก

5. กว้าง 3 หน่วย ยาว 4 หน่วย และ สูง 4 หน่วย **แนวคำตอบ** 44 ลูก กลลงได้ 4 ลูก

6. กว้าง 4 หน่วย ยาว 4 หน่วย และ สูง 4 หน่วย **แนวคำตอบ** 56 ลูก กลลงได้ 8 ลูก

7. กว้าง 5 หน่วย ยาว 6 หน่วย และ สูง 7 หน่วย **แนวคำตอบ** 150 ลูก กลลงได้ 60 ลูก

8. กรณี x, y และ z มีค่ามากกว่า 2 จะใช้ลูกบาศก์เล็กๆ ในการสร้างทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากอย่างน้อยที่สุดกี่ลูก **แนวคำตอบ** $xyz - \{ (x-2)(y-2)(z-2) \}$

- ในกรณีที่ผู้เรียนไม่สามารถนิยาม จินตนาการภาพ หรือนึกจำนวนของลูกบาศก์ที่มาเรียงต่อ ๆ กันได้ ผู้สอนควรใช้ลูกบาศก์ที่นำมาต่อกันแล้วหรือโปรแกรมสามมิติให้ผู้เรียนได้ลองใช้ และนับเพื่อฝึกการจินตนาการภาพได้ดีขึ้น

8. ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมสำหรับผู้สอน

- 1) หากเวลาการจัดกิจกรรมไม่เพียงพอ ผู้สอนสามารถจัดกิจกรรมตามขั้นตอนที่เหลือให้ผู้เรียนในคาบเรียนถัดไป
- 2) หากจัดกิจกรรมเสร็จแล้ว และพอมีเวลาเหลือ ผู้สอนสามารถเลือกแนวทางการจัดกิจกรรมอื่นที่อยู่ในภาคผนวก ก มาจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนตามความเหมาะสม

9. แหล่งการเรียนรู้เพิ่มเติม

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เล่ม 1 (สสวท.)

10. การวัดและประเมินผล

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
1) ใช้การนิกรภาพเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและรูปเรขาคณิตสามมิติในการแก้ปัญหาสถานการณ์ตัวต่อ	• พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม • พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม • พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม	• ใบกิจกรรมที่ 1 กิจกรรมนำทาง คำถามข้อที่ 1 – 2 • ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง ตัวต่อ คำถามข้อที่ 1 – 4 • ใบกิจกรรมที่ 3 คำถามชวนคิด คำถามข้อที่ 1 – 6	• ตอบคำถามข้อที่ 1 – 2 ได้ถูกต้อง • ตอบคำถามข้อที่ 1 – 4 ได้ถูกต้องตั้งแต่ 3 ข้อขึ้นไป จากทั้งหมด 4 ข้อ • ตอบคำถามข้อที่ 1 – 6 ได้ถูกต้องตั้งแต่ 4 ข้อขึ้นไป จากทั้งหมด 6 ข้อ
2) อธิบายหรือให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนหรือโต้แย้ง รวมถึงอธิบายกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับมุมมองของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากในสถานการณ์ตัวต่อ	• พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม • สังเกตพฤติกรรม การให้เหตุผลจากการตอบคำถามหรืออภิปรายในชั้นเรียน	• ใบกิจกรรมที่ 1 กิจกรรมนำทาง คำถามข้อที่ 2 • แบบประเมินพฤติกรรม การให้เหตุผล	• อธิบายแนวคิดในการหาคำตอบของคำถามข้อที่ 2 ได้ อย่างสมเหตุสมผล และเพียงพอที่จะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง • ได้รับความพอใจขึ้นไปเมื่อพิจารณาในภาพรวมของทั้งภาคการศึกษา (ดูภาคผนวก ข)

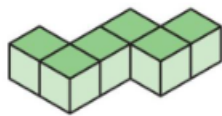
หมายเหตุ เกณฑ์ที่กำหนดไว้ข้างต้น ถือเป็นเกณฑ์ในระดับที่คาดหวัง ในกรณีที่ผู้เรียนทำได้น้อยกว่าเกณฑ์ที่กำหนด ผู้สอนต้องพิจารณาเสริมกระบวนการในด้านนั้นเพิ่มเติม

ชื่อ ห้อง เลขที่

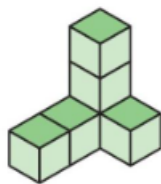
ใบกิจกรรมที่ 1 กิจกรรมนำทาง

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนตอบคำถามต่อไปนี้

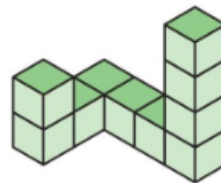
1. จงบอกจำนวนของลูกบาศก์ที่นำมาเรียงต่อกันในแต่ละรูปมีกี่ลูก



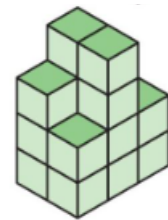
รูปที่ 1



รูปที่ 2



รูปที่ 3



รูปที่ 4

รูปที่ 1 มีจำนวน ลูก

รูปที่ 2 มีจำนวน ลูก

รูปที่ 3 มีจำนวน ลูก

รูปที่ 4 มีจำนวน ลูก

2. เป็นไปได้หรือไม่ที่ใช้จำนวนลูกบาศก์น้อยกว่า 15 ลูกมาต่อให้เป็นรูปที่ 4 โดยที่ลูกบาศก์แต่ละลูกต้องมีหน้าใดหน้าหนึ่งติดกับลูกบาศก์ลูกอื่น

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

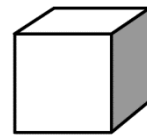
ชื่อ ห้อง เลขที่

ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง ตัวต่อ

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนอ่านสถานการณ์และตอบคำถามต่อไปนี้

พจมานชอบเล่นตัวต่อจากลูกบาศก์เล็กๆ ดังรูป

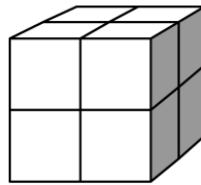
พจมานมีลูกบาศก์เล็กๆ อย่างนี้มากมาย เธอใช้การต่อลูกบาศก์เล็กๆ เข้าด้วยกัน
เป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากแบบต่างๆ



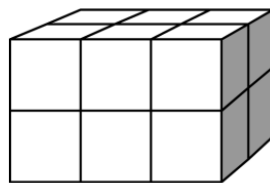
ลูกบาศก์เล็ก

ครั้งแรกพจมานต่อลูกบาศก์เล็กๆ แปดอัน เข้าด้วยกัน ได้ดังรูป ก

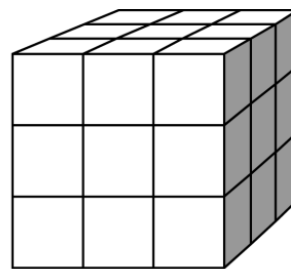
จากนั้นพจมานต่อลูกบาศก์เล็กๆ เข้าด้วยกันเป็นทรงสี่เหลี่ยมตัน ดังรูป ข และ รูป ค



รูป ก



รูป ข



รูป ค

1. รูป ข พจมานต้องใช้ลูกบาศก์เล็กๆ ทั้งหมดกี่อัน

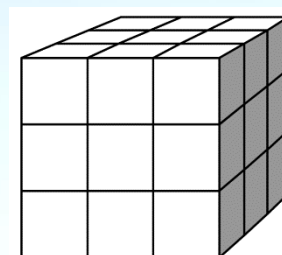
ตอบ อัน

2. พจมานใช้ลูกบาศก์เล็กๆ ทั้งหมดกี่อัน เพื่อต่อเป็นทรงสี่เหลี่ยมตัน รูป ค

ตอบ อัน

3. พจมานคิดว่า ตาม รูป ค นั้น เธอใช้ลูกบาศก์เล็กๆ ไปมากเกินไปจนความจำเป็น แทนที่จะต่อเป็นทรงตัน เธอปล่อยให้ข้างในกลวงได้ พจมานจะต้องใช้ลูกบาศก์เล็กๆ อย่างน้อยที่สุดกี่อัน เพื่อต่อเป็นทรงสี่เหลี่ยมตาม รูป ค แต่ข้างในกลวง

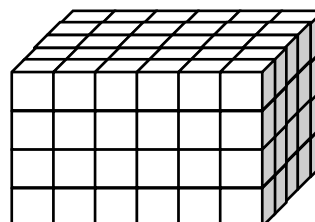
ตอบ อัน



รูป ค

4. พจมานต้องการต่อทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ดูเหมือนทรงตัน โดยให้มีความยาว 6 ลูกบาศก์เล็ก ความกว้าง 5 ลูกบาศก์เล็ก และความสูง 4 ลูกบาศก์เล็ก โดยต้องการใช้ลูกบาศก์เล็กๆ ให้น้อยที่สุดเท่าที่จะน้อยได้ และจะปล่อยให้ข้างในกลวงให้มากที่สุด พจมานจะต้องใช้ลูกบาศก์เล็กๆ อย่างน้อยที่สุดกี่อัน

ตอบ อัน

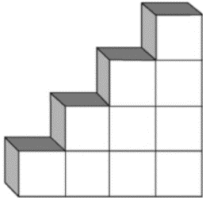
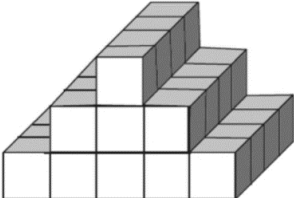
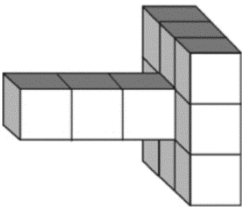
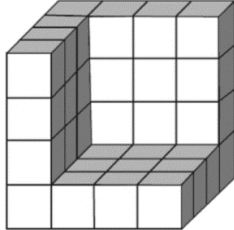
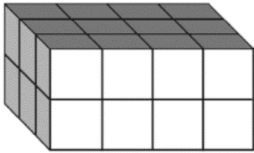
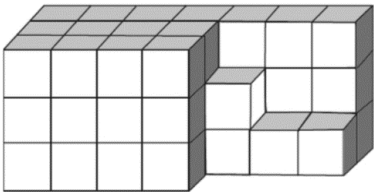


ชื่อ ห้อง เลขที่
 ชื่อ ห้อง เลขที่
 ชื่อ ห้อง เลขที่
 ชื่อ ห้อง เลขที่

ใบกิจกรรมที่ 3 คำถามชวนคิด

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนตอบคำถามต่อไปนี้

จงหาจำนวนลูกบาศก์น้อยที่สุดที่สามารถประกอบเป็นรูปตามมุมมองที่กำหนด

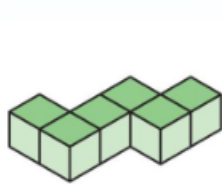
1)  ตอบ ลูก	4)  ตอบ ลูก
2)  ตอบ ลูก	5)  ตอบ ลูก
3)  ตอบ ลูก	6)  ตอบ ลูก

แนวคำตอบ

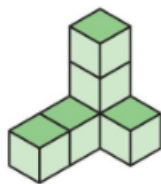
ใบกิจกรรมที่ 1 กิจกรรมนำทาง

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนตอบคำถามต่อไปนี้

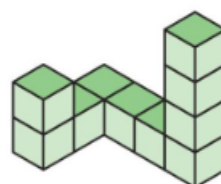
1. จงบอกจำนวนของลูกบาศก์ที่นำมาเรียงต่อกันในแต่ละรูปมีกี่ลูก



รูปที่ 1



รูปที่ 2



รูปที่ 3



รูปที่ 4

รูปที่ 1 มีจำนวน6..... ลูก

รูปที่ 2 มีจำนวน6..... ลูก

รูปที่ 3 มีจำนวน10..... ลูก

รูปที่ 4 มีจำนวน15..... ลูก

2. เป็นไปได้หรือไม่ที่ใช้จำนวนลูกบาศก์น้อยกว่า 15 ลูกมาต่อให้เป็นรูปที่ 4 โดยที่ลูกบาศก์แต่ละลูกต้องมีหน้าใดหน้าหนึ่งติดกับลูกบาศก์ลูกอื่น เพราะเหตุใด

.....ดูแนวคำตอบได้จากแนวคิดต่อไปนี้.....

แนวคิด

เป็นไปได้ เพราะว่าในบริเวณที่มองไม่เห็นอาจจะไม่มีลูกบาศก์อยู่เลย หรืออาจจะมีไม่ครบทุกตำแหน่งก็ได้ ดังนั้น จำนวนลูกบาศก์ที่สามารถต่อเป็นรูปที่ 4 ได้ อาจเป็น 12 ลูก 13 ลูก หรือ 14 ลูก

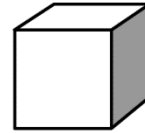
แนวคำตอบ

ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง ตัวต่อ

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนอ่านสถานการณ์และตอบคำถามต่อไปนี้

พจมานชอบเล่นตัวต่อจากลูกบาศก์เล็กๆ ดังรูป

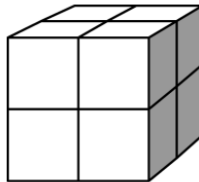
พจมานมีลูกบาศก์เล็กๆ อย่างนี้มากมาย เธอใช้กาวต่อลูกบาศก์เล็กๆ เข้าด้วยกัน เป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากแบบต่างๆ



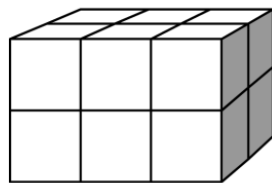
ลูกบาศก์เล็ก

ครั้งแรกพจมานต่อลูกบาศก์เล็กๆ แปดอัน เข้าด้วยกัน ได้ดังรูป ก

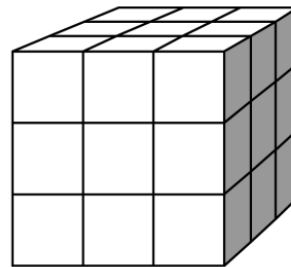
จากนั้นพจมานต่อลูกบาศก์เล็กๆ เข้าด้วยกันเป็นทรงสี่เหลี่ยมตัน ดังรูป ข และ รูป ค



รูป ก



รูป ข



รูป ค

1. รูป ข พจมานต้องใช้ลูกบาศก์เล็กๆ ทั้งหมดกี่อัน

ตอบ12..... อัน

(กระบวนการ: การใช้โน้ตค้น ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา)

แนวคิด

$$\text{จำนวนลูกบาศก์} = 6 \times 2 = 12 \text{ ลูกบาศก์หน่วย}$$

2. พจมานใช้ลูกบาศก์เล็กๆ ทั้งหมดกี่อัน เพื่อต่อเป็นทรงสี่เหลี่ยมตัน รูป ค

ตอบ27..... อัน

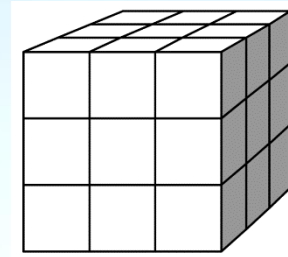
(กระบวนการ: การใช้โน้ตค้น ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา)

แนวคิด

$$\text{จำนวนลูกบาศก์} = 9 \times 3 = 27 \text{ ลูกบาศก์หน่วย}$$

3. พงมานคิดว่า ตาม รูป ค นั้น เธอใช้ลูกบาศก์เล็กๆ ไปมากเกินไปจนความจำเป็น แทนที่จะต่อเป็นทรงตัน เธอปล่อยให้ข้างในกลวงได้ พงมานจะต้องใช้ลูกบาศก์เล็กๆ อย่างน้อยที่สุดกี่อัน เพื่อต่อเป็นทรงสี่เหลี่ยมตาม รูป ค แต่ข้างในกลวง

ตอบอย่างน้อยที่สุด 26..... อัน



รูป ค

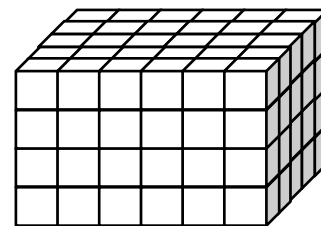
(กระบวนการ: การใช้โมนทัศน์ ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา)

แนวคิด

ปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากตัน รูป ค เท่ากับ 27 ลูกบาศก์หน่วย โดยพิจารณาจากทั้ง 6 ด้านของ รูป ค จะต้องมียูกบาศก์เล็กปิด ดังนั้นสามารถทำให้ข้างในกลวงได้มากที่สุด 1 ลูกบาศก์หน่วย จึงต้องใช้ลูกบาศก์เล็กๆ อย่างน้อยที่สุด 26 อัน

4. พงมานต้องการต่อทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ดูเหมือนทรงตัน โดยให้มีความยาว 6 ลูกบาศก์เล็ก ความกว้าง 5 ลูกบาศก์เล็ก และความสูง 4 ลูกบาศก์เล็ก โดยต้องการใช้ลูกบาศก์เล็กๆ ให้น้อยที่สุดเท่าที่จะน้อยได้ และจะปล่อยให้ข้างในกลวงให้มากที่สุด พงมานจะต้องใช้ลูกบาศก์เล็กๆ อย่างน้อยที่สุดกี่อัน

ตอบอย่างน้อยที่สุด 96..... อัน



(กระบวนการ: การใช้โมนทัศน์ ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา)

แนวคิด

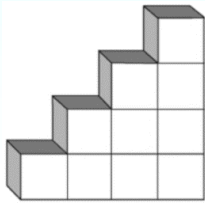
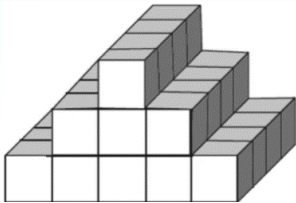
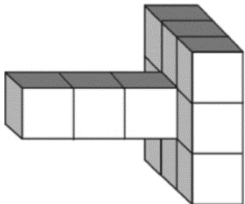
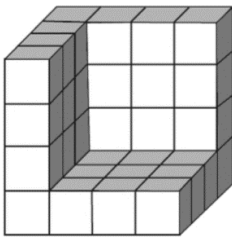
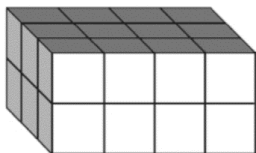
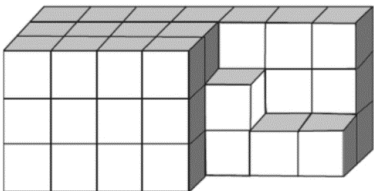
จำนวนของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากตัน เท่ากับ 120 ลูกบาศก์หน่วย โดยพิจารณาจากทั้ง 6 ด้านของ รูป ค จะต้องมียูกบาศก์เล็กปิด ดังนั้นสามารถทำให้ข้างในกลวงได้มากที่สุด 24 ลูกบาศก์หน่วย จึงต้องใช้ลูกบาศก์เล็กๆ อย่างน้อยที่สุด 96 อัน

แนวคำตอบ

ใบกิจกรรมที่ 3 คำถามชวนคิด

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนตอบคำถามต่อไปนี้

จงหาจำนวนลูกบาศก์น้อยที่สุด ที่สามารถประกอบเป็นรูปตามมุมมองที่กำหนด

1)  ตอบ10..... ลูก	4)  ตอบ26..... ลูก
2)  ตอบ11..... ลูก	5)  ตอบ30..... ลูก
3)  ตอบ18..... ลูก	6)  ตอบ30..... ลูก

กิจกรรมที่ 10

รายวิชา การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างฉลาดรู้

ระดับ มัธยมศึกษาตอนต้น

เรื่อง ลูกเต๋า

เวลาเรียน 1 คาบ

1. ความเชื่อมโยงกับตัวชี้วัดในหลักสูตรแกนกลาง

ค 2.2 ม.1/2

2. จุดประสงค์การเรียนรู้ ผู้เรียนสามารถ

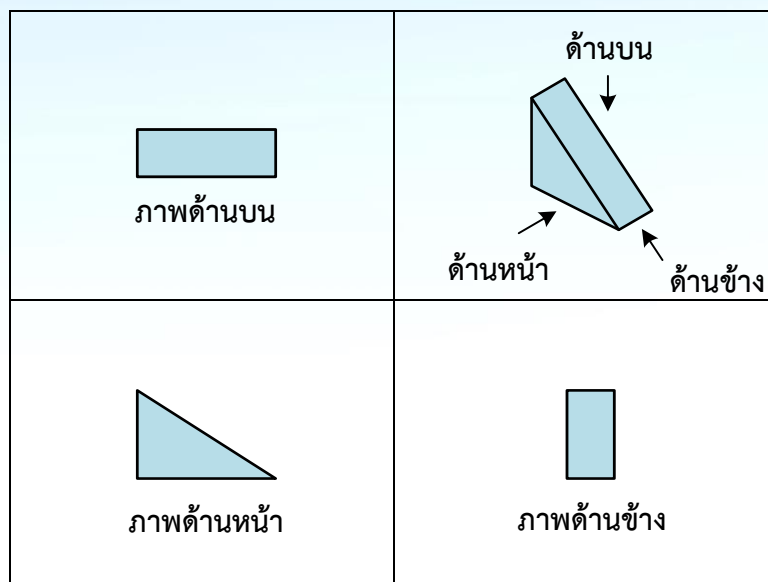
- 1) ระบุความสัมพันธ์เกี่ยวกับจำนวนจุดบนหน้าของลูกเต๋ายู่ในปัญหาหรือสถานการณ์
- 2) ใช้การนิภาพเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและรูปเรขาคณิตสามมิติในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับความสัมพันธ์ของจำนวนจุดบนหน้าของลูกเต๋า
- 3) ตีความในสถานการณ์ปัญหาที่กำหนด โดยใช้ความเข้าใจเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและรูปเรขาคณิตสามมิติ รวมทั้งความสัมพันธ์ของจำนวนจุดบนหน้าของลูกเต๋า
- 4) อธิบายหรือให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนหรือโต้แย้ง รวมถึงอธิบายกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์ลูกเต๋า

3. กระบวนการ (PISA 2022)

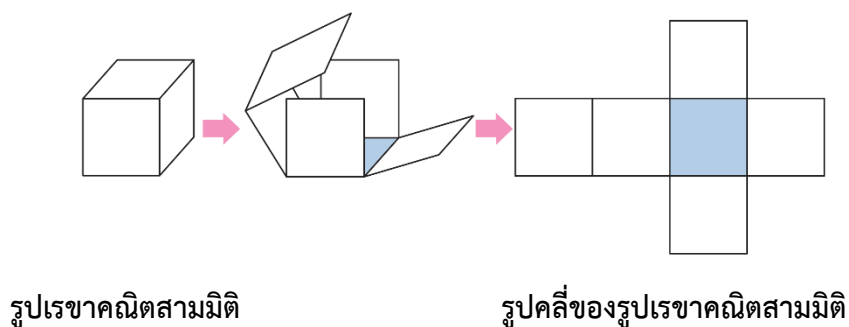
- ☒ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- ☒ การคิด/แปลงสถานการณ์ปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์
- ☒ การใช้โมเดล ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา
- ☒ การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์

4. ความรู้ที่เกี่ยวข้อง

- 1) ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติได้จากการมองรูปเรขาคณิตสามมิติในแนวตั้งฉากกับด้านที่มอง ตามทิศทางที่แสดงดังรูป



- 2) รูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติเป็นรูปเรขาคณิตสองมิติ ที่แสดงหน้าแต่ละหน้าของรูปเรขาคณิตสามมิติที่คลี่ออกมาจากบริเวณที่เป็นสันหรือเส้นขอบ ในทางกลับกัน รูปเรขาคณิตสองมิติที่สามารถพับให้เป็นรูปเรขาคณิตสามมิติได้ ก็เป็นรูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิตินั้น



5. วัสดุ อุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้

- 1) ลูกเต๋า ตามจำนวนผู้เรียน อย่างน้อยกลุ่มละ 1 ลูก
- 2) ใบกิจกรรม เรื่อง ลูกเต๋า ตามจำนวนผู้เรียน คนละ 1 ชุด
- 3) วิดีทัศน์ <https://www.youtube.com/watch?v=x7ZMlxTga7I>
- 4) กระดาษรูปคลี่ของลูกบาศก์ ตามจำนวนผู้เรียน คนละ 1 แผ่น

6. การเตรียมตัวล่วงหน้าของผู้สอน

- 1) เตรียมวัสดุ อุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้สำหรับผู้เรียน
- 2) ศึกษาและตรวจสอบสื่อการเรียนรู้
- 3) ศึกษาขั้นตอนการจัดกิจกรรม

7. ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

- 1) ผู้สอนเกริ่นนำเกี่ยวกับลูกเต๋า โดยใช้คำถามดังนี้
 - นักเรียนเคยเห็นลูกเต๋าหรือไม่ และนักเรียนรู้อะไรบ้างเกี่ยวกับลูกเต๋า

หลังจากผู้เรียนตอบคำถามอย่างหลากหลายแล้ว ให้ผู้สอนเชื่อมโยงคำตอบของผู้เรียนไปสู่การสำรวจลักษณะของลูกเต๋า
- 2) ผู้สอนให้ผู้เรียนสำรวจลักษณะของลูกเต๋า โดยแจกลูกเต๋าให้ผู้เรียนอย่างน้อยกลุ่มละ 1 ลูก เพื่อให้ผู้เรียนร่วมกันสำรวจ แล้วผู้สอนใช้การถามตอบกับผู้เรียนโดยใช้แนวคำถามดังนี้
 - ลูกเต๋ามีลักษณะอย่างไร

แนวคำตอบ มีลักษณะคล้ายลูกบาศก์ มี 6 หน้า แต่ละหน้าเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส แต่ละหน้ามีจำนวนจุดแตกต่างกัน มีจำนวนจุดตั้งแต่ 1 จุด ถึง 6 จุด
 - หน้าของลูกเต๋าทที่อยู่ตรงข้ามกันมีกี่คู่ และแต่ละคู่มีจำนวนจุดเท่าใดบ้าง

แนวคำตอบ มี 3 คู่ และแต่ละคู่ คือ 1 ตรงข้ามกับ 6 2 ตรงข้ามกับ 5 และ 3 ตรงข้ามกับ 4
 - จำนวนจุดที่อยู่บนหน้าของลูกเต๋าแต่ละคู่ที่อยู่ตรงข้ามกันมีความสัมพันธ์อย่างไร

แนวคำตอบ จำนวนจุดที่อยู่บนหน้าของลูกเต๋าทที่อยู่ตรงข้ามกันรวมกันเท่ากับ 7 เสมอ

จากนั้น ผู้สอนให้ผู้เรียนร่วมกันสรุปลักษณะของลูกเต๋าทที่สำรวจได้และเขียนลงในใบกิจกรรม เรื่อง ลูกเต๋า คำถามข้อที่ 1 แล้วตอบคำถามข้อที่ 2 เพื่อตรวจสอบความเข้าใจ เมื่อผู้เรียนตอบคำถามข้อที่ 2 แล้ว ผู้สอนอาจสุ่มผู้เรียนให้บอกคำตอบที่ได้ ทั้งนี้ ผู้สอนควรกระตุ้นให้ผู้เรียนที่เหลือตรวจสอบคำตอบของตนเองและเปิดโอกาสให้ผู้เรียนให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนคำตอบของเพื่อนหรือโต้แย้งในกรณีที่ได้คำตอบไม่ตรงกัน
- 3) ผู้สอนให้ผู้เรียนตอบคำถามข้อที่ 3 เพื่อตรวจสอบความเข้าใจเกี่ยวกับมุมมองภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ เมื่อผู้เรียนตอบคำถามข้อที่ 3 แล้ว ผู้สอนอาจสุ่มผู้เรียนให้บอกคำตอบที่ได้ ทั้งนี้ ผู้สอนควรกระตุ้นให้ผู้เรียนที่เหลือตรวจสอบคำตอบของตนเองและเปิดโอกาสให้ผู้เรียนให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนคำตอบของเพื่อนหรือโต้แย้งในกรณีที่ได้คำตอบไม่ตรงกัน เช่น ผู้สอนอาจใช้คำถามว่า
 - นักเรียนได้คำตอบเหมือนเพื่อนหรือไม่
 - นักเรียนคิดว่าคำตอบของเพื่อนถูกหรือผิด เพราะเหตุใด

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม: ในกรณีที่ผู้เรียนทำกิจกรรมได้เร็ว ผู้สอนสามารถให้ผู้เรียนตอบคำถามต่อไปนี้ จากรูปในคำถามข้อที่ 3 ถ้าหยิบลูกเต๋าลูกบนสุดออก 1 ลูก จำนวนจุดทั้งหมดที่มองเห็นจากมุมบนที่เป็นไปได้ เท่ากับกี่จุด เพราะเหตุใด

แนวคำตอบ 16 จุด และ 21 จุด เนื่องจาก ลูกเต๋ที่อยู่ใต้ลูกที่หยิบออกมีจุดบนหน้าที่มองเห็นจากมุมบนที่เป็นไปได้ คือ 1 จุด และ 6 จุด

- 4) ผู้สอนให้ผู้เรียนตอบคำถามข้อที่ 4 จากนั้น ผู้สอนให้ผู้เรียนจับคู่กันเพื่อเปรียบเทียบคำตอบและแลกเปลี่ยนวิธีการหาคำตอบ โดยในระหว่างที่ผู้เรียนทำกิจกรรม ผู้สอนต้องคอยสังเกต ให้คำแนะนำ หรือให้ความช่วยเหลือในกรณีที่ผู้เรียนไม่สามารถหาคำตอบที่ถูกต้องได้ จากนั้น ผู้สอนเลือกผู้เรียนที่มีแนวทางการหาคำตอบแตกต่างกัน ออกมานำเสนอหน้าชั้น แล้วให้ผู้เรียนร่วมกันอภิปรายยุทธวิธีในการหาคำตอบที่แตกต่างกัน

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม: ในกรณีที่ผู้เรียนทำกิจกรรมได้เร็ว ผู้สอนสามารถให้ผู้เรียนตอบคำถามต่อไปนี้ จากคำถามข้อที่ 4 ถ้าวางลูกเต๋าคู่ 3 ลูกซ้อนกันใหม่ในแนวตั้ง แล้วจำนวนจุดรวมกันทั้งหมดบนหน้าลูกเต๋าคู่ที่ขนานกับแนวนอนทั้งห้าด้าน (ซึ่งมองไม่เห็น) ที่มากที่สุดที่เป็นไปได้เท่ากับกี่จุด เพราะเหตุใด

แนวคำตอบ 20 จุด เนื่องจาก ต้องวางลูกเต๋าคู่ที่อยู่บนสุดให้หน้าที่มองเห็นจากมุมบน มี 1 จุด จึงได้จำนวนจุดรวมกันทั้งหมดบนหน้าลูกเต๋าคู่ที่ขนานกับแนวนอนทั้งห้าด้าน (ซึ่งมองไม่เห็น) ที่มากที่สุดที่เป็นไปได้เท่ากับ $6 + (7 \times 2) = 20$ จุด

- 5) ผู้สอนอธิบายว่าคำถามข้อที่ 1 – 4 เกี่ยวกับลูกเต๋าคู่ที่เป็นรูปเรขาคณิตสามมิติ คำถามต่อไปผู้เรียนจะเรียนรู้เกี่ยวกับรูปคลี่ของลูกเต๋าคู่ซึ่งรูปคลี่เป็นรูปเรขาคณิตสองมิติ โดยก่อนผู้เรียนตอบคำถาม ให้ผู้สอนเปิดวิดีโอจาก <https://www.youtube.com/watch?v=x7ZMlxTgaZI> เพื่อแสดงการคลี่ของลูกบาศก์เป็นรูปเรขาคณิตสองมิติ จากนั้น ผู้สอนให้ผู้เรียนตอบคำถามข้อที่ 5.1 ในระหว่างที่ผู้เรียนตอบคำถาม ถ้าผู้สอนสังเกตเห็นผู้เรียนที่ไม่สามารถแก้ปัญหาได้หรือตอบคำถามไม่ถูกต้อง ผู้สอนอาจแจกกระดาษรูปคลี่ของลูกบาศก์ให้ผู้เรียนใช้เพื่อช่วยในการหาคำตอบหรือตรวจสอบคำตอบ
- 6) ผู้สอนอธิบายผู้เรียนว่า นอกจากรูปคลี่ของลูกเต๋าคู่ในคำถามข้อที่ 5.1 แล้วยังมีรูปคลี่แบบอื่น ๆ อีก ซึ่งผู้เรียนจะได้เรียนรู้ในการตอบคำถามข้อที่ 5.2 และ 6 เมื่อผู้เรียนตอบคำถามทั้ง 2 ข้อครบถ้วนแล้ว ผู้สอนอาจตรวจสอบคำตอบแต่ละข้อย่อยของคำถามข้อที่ 5.2 โดยให้ผู้เรียนที่ตอบว่า “ใช่” ยกมือ ไปที่ละข้อย่อยจนครบ ถ้าผู้สอนสังเกตเห็นว่า ผู้เรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามไม่ถูกต้อง ผู้สอนใช้การถามตอบประกอบการอธิบายเพิ่มเติมให้ผู้เรียนเห็นว่า เมื่อพับรูปคลี่แล้วด้านใดอยู่ตรงกันข้ามกับด้านใด ส่วนคำถามข้อที่ 6 ซึ่งมีคำตอบที่เป็นไปได้ 2 คำตอบในแต่ละข้อย่อย ให้ผู้สอนเลือกผู้เรียน 2 คน ที่ตอบ

คำถามถูกต้องแต่เป็นคำตอบที่แตกต่างกัน มาแสดงคำตอบหน้าชั้นเรียน แล้วให้ผู้เรียนอภิปรายจนได้ข้อสรุปว่ามีคำตอบที่เป็นไปได้ 2 แบบ

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม: ผู้สอนสามารถใช้สื่อเทคโนโลยีประกอบในการเฉลยคำถามข้อที่ 5 และ 6 ได้ เช่น แอปพลิเคชัน Geometry Nets Helper

- 7) ผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันสรุปผลจากการปฏิบัติกิจกรรม โดยมีแนวทางการสรุปดังนี้
ผู้เรียนได้ใช้ความรู้เกี่ยวกับการนิยามในการแก้ปัญหาที่กำหนด และได้ฝึกทักษะการให้เหตุผลและการแก้ปัญหา

8. ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมสำหรับผู้สอน

- 1) หากเวลาการจัดกิจกรรมไม่เพียงพอ ผู้สอนสามารถจัดกิจกรรมตามขั้นตอนที่เหลือให้ผู้เรียนในคาบเรียนถัดไป
- 2) หากจัดกิจกรรมเสร็จแล้ว และพอมีเวลาเหลือ ผู้สอนสามารถเลือกแนวทางการจัดกิจกรรมอื่นที่อยู่ในภาคผนวก ก มาจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนตามความเหมาะสม

9. แหล่งการเรียนรู้เพิ่มเติม

- 1) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 (สสวท.)
- 2) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เล่ม 1 (สสวท.)
- 3) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เล่ม 1 (สสวท.)

10. การวัดและประเมินผล

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
1) ระบุความสัมพันธ์เกี่ยวกับจำนวนจุดบนหน้าของลูกเต๋าที่อยู่ในปัญหาหรือสถานการณ์	• พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม	• ใบกิจกรรม เรื่อง ลูกเต๋า คำถามข้อที่ 2	• ตอบคำถามข้อที่ 2 ได้ถูกต้องตั้งแต่ 4 หน้าขึ้นไป จากทั้งหมด 6 หน้า
2) ใช้การนิยามเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและรูปเรขาคณิตสามมิติในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับความสัมพันธ์ของจำนวนจุดบนหน้าของลูกเต๋า	• พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม	• ใบกิจกรรม เรื่อง ลูกเต๋า คำถามข้อที่ 4 และ 6	• ตอบคำถามข้อที่ 4 ได้ถูกต้อง • ตอบคำถามข้อที่ 6 ได้ถูกต้องตั้งแต่ 1 รูปขึ้นไป จากทั้งหมด 2 รูป

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
3) ติความในสถานการณ์ปัญหาที่กำหนด โดยใช้ความเข้าใจเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและรูปเรขาคณิตสามมิติ รวมทั้งความสัมพันธ์ของจำนวนจุดบนหน้าของลูกเต๋า	พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม	- ใบกิจกรรม เรื่อง ลูกเต๋า - คำถามข้อที่ 3 และ 5	- ตอบคำถามข้อที่ 3 ได้ถูกต้อง - ตอบคำถามข้อที่ 5 ได้ถูกต้องตั้งแต่ 4 รูปขึ้นไป จากทั้งหมด 6 รูป
4) อธิบายหรือให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนหรือโต้แย้ง รวมถึงอธิบายกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์ลูกเต๋า	สังเกตพฤติกรรม การให้เหตุผลจาก การตอบคำถามหรือ อภิปรายในชั้นเรียน	แบบประเมิน พฤติกรรมการให้เหตุผล	ได้ระดับพอใช้ขึ้นไป เมื่อพิจารณาในภาพรวมของทั้งภาคการศึกษา (ดูภาคผนวก ข)

หมายเหตุ เกณฑ์ที่กำหนดไว้ข้างต้น ถือเป็นเกณฑ์ในระดับที่คาดหวัง ในกรณีที่ผู้เรียนทำได้น้อยกว่าเกณฑ์ที่กำหนด ผู้สอนต้องพิจารณาเสริมกระบวนการในด้านนั้นเพิ่มเติม

ชื่อ ห้อง เลขที่

ใบกิจกรรม เรื่อง ลูกเต๋า



คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. จากการพิจารณาลูกเต๋า สรุปลักษณะของลูกเต๋าดังนี้

.....

.....

.....

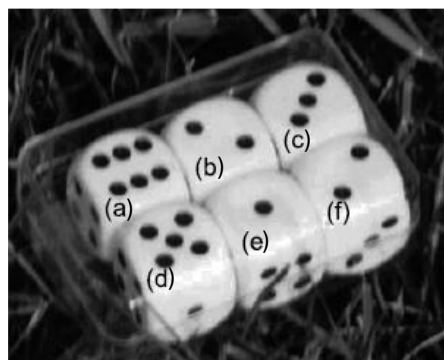
.....

.....

.....

.....

2. รูปแสดงลูกเต๋า 6 ลูก มีชื่อติดกำกับไว้ว่า (a) (b) (c) (d) (e) และ (f) เป็นดังนี้



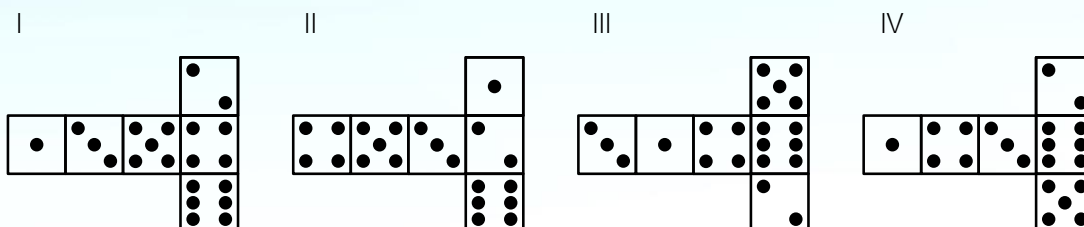
จงเขียนจำนวนจุดบนหน้าที่อยู่ด้านล่างของลูกเต๋ที่อยู่ในรูปลงในตารางข้างล่าง

(a)	(b)	(c)
(d)	(e)	(f)

5. สามารถทำลูกเต๋าง่าย ๆ โดยการตัด พับ และติดกาวกระดาษแข็ง ซึ่งทำได้หลายวิธี

5.1 จากรูปคลี่ของลูกเต๋าดังต่อไปนี้ จงพิจารณาว่า เมื่อพับเป็นลูกเต๋ได้แล้ว มีจำนวนจุดที่อยู่บนหน้าของลูกเต๋าทີ่อยู่ตรงข้ามกันรวมกันเท่ากับ 7 เสมอ ใช่หรือไม่ใช่

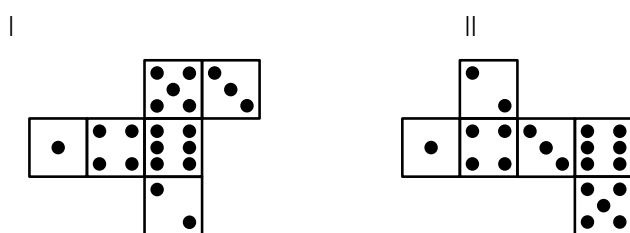
เขียนวงกลมล้อมรอบคำว่า “ใช่” หรือ “ไม่ใช่” ลงในตารางข้างล่าง



รูปคลี่	ใช่ หรือ ไม่ใช่
I	ใช่ / ไม่ใช่
II	ใช่ / ไม่ใช่
III	ใช่ / ไม่ใช่
IV	ใช่ / ไม่ใช่

5.2 จากรูปคลี่ของลูกเต๋าดังต่อไปนี้ จงพิจารณาว่า เมื่อพับเป็นลูกเต๋ได้แล้ว มีจำนวนจุดที่อยู่บนหน้าของลูกเต๋าทີ่อยู่ตรงข้ามกันรวมกันเท่ากับ 7 เสมอ ใช่หรือไม่ใช่

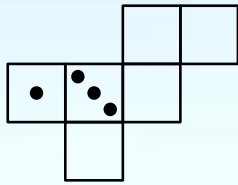
เขียนวงกลมล้อมรอบคำว่า “ใช่” หรือ “ไม่ใช่” ลงในตารางข้างล่าง



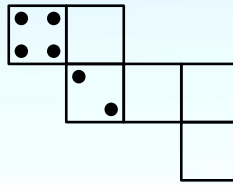
รูปคลี่	ใช่ หรือ ไม่ใช่
I	ใช่ / ไม่ใช่
II	ใช่ / ไม่ใช่

6. จงเขียนจุดลงบนรูปคลี่ที่กำหนดให้ในภาพด้านล่าง โดยที่เมื่อพับเป็นลูกเต๋าแล้ว จะมีจำนวนจุดที่อยู่บนหน้าของลูกเต๋าคู่ที่อยู่ตรงข้ามกันรวมกันเท่ากับ 7 เสมอ

I



II



แนวคำตอบ

ใบกิจกรรม เรื่อง ลูกเต๋า



คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. จากการพิจารณาลูกเต๋า สรุปลักษณะของลูกเต๋าดังนี้

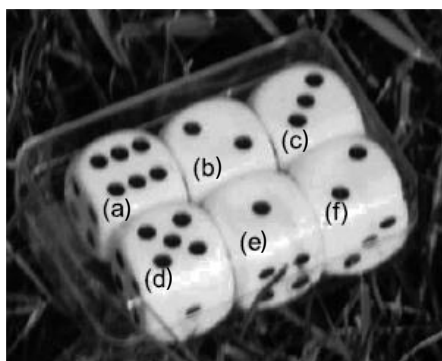
.....

(กระบวนการ: การใช้โน้ตค้น ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา)

แนวคิด

ลูกเต๋ามีลักษณะคล้ายลูกบาศก์ โดยที่แต่ละหน้ามีจำนวนจุดแตกต่างกัน ตั้งแต่ 1 จุด ถึง 6 จุด และจำนวนจุดที่อยู่บนหน้าของลูกเต๋าทที่อยู่ตรงข้ามกันรวมกันเท่ากับ 7 เสมอ

2. รูปแสดงลูกเต๋า 6 ลูก มีชื่อติดกำกับไว้ว่า (a) (b) (c) (d) (e) และ (f) เป็นดังนี้



จงเขียนจำนวนจุดบนหน้าที่อยู่ด้านล่างของลูกเต๋าท่อยู่ในรูปลงในตารางข้างล่าง

(a)	(b)	(c)
1	5	4
2	6	5
(d)	(e)	(f)

หมายเหตุ: ถ้าผู้เรียนเขียนจุดแทนตัวเลข ให้ถือว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้อง

(กระบวนการ: การคิด/แปลงสถานการณ์ปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์)

แนวคิด

เนื่องจากจำนวนจุดที่อยู่บนหน้าของลูกเต๋าทิ้งอยู่ตรงข้ามกันรวมกันเท่ากับ 7 เสมอ

ดังนั้น จำนวนจุดบนหน้าที่อยู่ด้านล่างของลูกเต๋า (a) คือ $7 - 6 = 1$

จำนวนจุดบนหน้าที่อยู่ด้านล่างของลูกเต๋า (b) คือ $7 - 2 = 5$

จำนวนจุดบนหน้าที่อยู่ด้านล่างของลูกเต๋า (c) คือ $7 - 3 = 4$

จำนวนจุดบนหน้าที่อยู่ด้านล่างของลูกเต๋า (d) คือ $7 - 5 = 2$

จำนวนจุดบนหน้าที่อยู่ด้านล่างของลูกเต๋า (e) คือ $7 - 1 = 6$

จำนวนจุดบนหน้าที่อยู่ด้านล่างของลูกเต๋า (f) คือ $7 - 2 = 5$

3. เรียงลูกเต๋า 7 ลูก ดังรูป



จากรูป เมื่อมองจากมุมมอง จะเห็นลูกเต๋าทิ้งอยู่เพียง 5 ลูกเท่านั้น

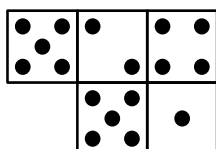
เมื่อมองจากมุมมอง จะมองเห็นจุดบนลูกเต๋าทิ้งอยู่ทั้งหมดกี่จุด

ตอบ17..... จุด

(กระบวนการ: การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์)

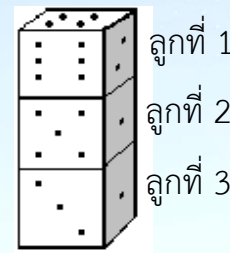
แนวคิด

เขียนภาพด้านบนของรูปนี้ได้ดังนี้



ดังนั้น เมื่อมองจากมุมมอง จะมองเห็นจุดบนลูกเต๋าทิ้งอยู่ทั้งหมด $5 + 2 + 4 + 5 + 1 = 17$ จุด

4. ถ้าลูกเต๋าสามลูกวางซ้อนกันอยู่ดังรูป ลูกเต๋าลูกที่ 1 มองเห็นมี 4 จุดอยู่ด้านบน แล้วจะมีจำนวนจุดรวมกัน**ทั้งหมด**ที่จุดบนหน้าลูกเต๋าคู่ที่ขนานกับแนวนอนทั้งห้าด้าน ซึ่งนักเรียนมองไม่เห็น (ด้านล่างของลูกเต๋าลูกที่ 1 ด้านบนและล่างของลูกเต๋าลูกที่ 2 และลูกที่ 3) จงแสดงวิธีทำ



รูปแสดงลูกเต๋าสามลูก
วางซ้อนกัน

ดูแนวคำตอบได้จากแนวคิดต่อไปนี้

(กระบวนการ: การใช้โน้ตค้น ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา)

แนวคิดที่ 1

เนื่องจากจำนวนจุดที่อยู่บนหน้าของลูกเต๋าที่อยู่ตรงข้ามกันรวมกันเท่ากับ 7 เสมอ

จะได้ จำนวนจุดที่อยู่บนหน้าตรงข้ามกับลูกที่ 1 ที่มองเห็นมี 4 จุด คือ 3

เนื่องจากลูกที่ 2 มองเห็นจำนวนจุดบนด้านข้างคือ 1 จุด และ 5 จุด ซึ่งจำนวนจุดบนด้านข้างที่อยู่ตรงข้ามกัน คือ 6 และ 2 จุด ตามลำดับ

จะได้จำนวนจุดบนหน้าลูกเต๋าด้านบนและด้านล่างของลูกเต๋าลูกที่ 2 คือ 3 จุด และ 4 จุด

ในการทำงานเดียวกันกับลูกเต๋าลูกที่ 3

จะได้ จำนวนจุดที่อยู่ด้านบนและด้านล่างของลูกเต๋าลูกที่ 3 คือ 2 จุด และ 5 จุด

ดังนั้น จำนวนจุดทั้งหมดที่อยู่บนหน้าลูกเต๋าที่ขนานกับแนวนอนทั้งห้าด้าน ซึ่งมองไม่เห็น คือ

$$3 + (3 + 4) + (2 + 5) = 17 \text{ จุด}$$

แนวคิดที่ 2

เนื่องจากจำนวนจุดที่อยู่บนหน้าของลูกเต๋าที่อยู่ตรงข้ามกันรวมกันเท่ากับ 7 เสมอ

จึงได้จำนวนจุดที่อยู่บนหน้าตรงข้ามกับลูกเต๋าลูกที่ 1 ที่มองเห็นมี 4 จุด คือ 3

และผลรวมของจำนวนจุดที่อยู่ด้านบนและด้านล่างของลูกเต๋าลูกที่ 2 และลูกที่ 3 คือ $7 \times 2 = 14$

ดังนั้น จำนวนจุดทั้งหมดที่อยู่บนหน้าของลูกเต๋าทับ 5 ด้าน ซึ่งมองไม่เห็น คือ $14 + 3 = 17$ จุด

แนวคิดที่ 3

เนื่องจากจำนวนจุดที่อยู่บนหน้าของลูกเต๋ายี่สิบแต้มตรงข้ามกันรวมกันเท่ากับ 7 เสมอ และมีลูกเต๋าสามลูกวางซ้อนกัน

จะได้ผลรวมของจุดบนหน้าลูกเต๋าทิ้งห้าด้าน คือ $7 \times 3 = 21$

เนื่องจากลูกเต๋าลูกที่ 1 มองเห็นมี 4 จุด

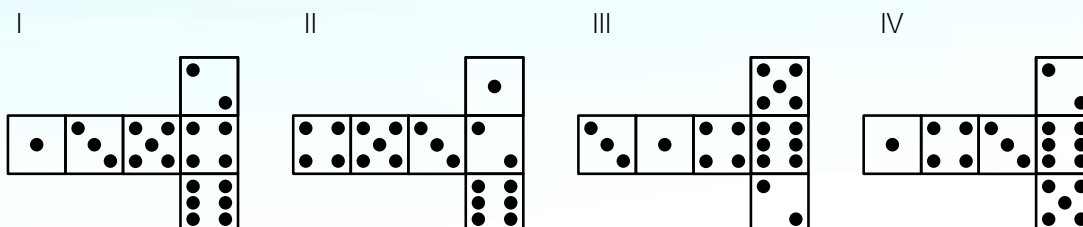
ดังนั้น จำนวนจุดทั้งหมดที่อยู่บนหน้าของลูกเต๋าทันที 5 ด้าน ซึ่งมองไม่เห็น คือ $21 - 4 = 17$ จุด



5. สามารถทำลูกเต๋าดังง่าย ๆ โดยการตัด พับ และติดกาวกระดาษแข็ง ซึ่งทำได้หลายวิธี

5.1 จากรูปคลี่ของลูกเต๋าดังต่อไปนี้ จงพิจารณาว่า เมื่อพับเป็นลูกเต๋ได้แล้ว มีจำนวนจุดที่อยู่บนหน้าของลูกเต๋าดังต่อไปนี้ตรงข้ามกันรวมกันเท่ากับ 7 เสมอ ใช่หรือไม่ใช่

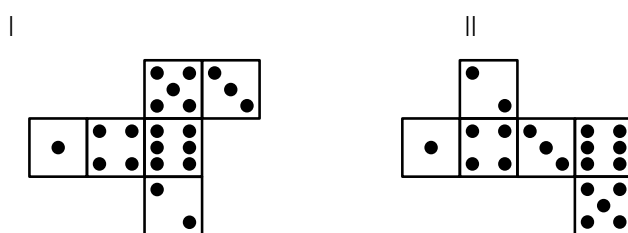
เขียนวงกลมล้อมรอบคำว่า “ใช่” หรือ “ไม่ใช่” ลงในตารางข้างล่าง



รูปคลี่	ใช่ หรือ ไม่ใช่
I	ใช่ / ไม่ใช่
II	ใช่ / ไม่ใช่
III	ใช่ / ไม่ใช่
IV	ใช่ / ไม่ใช่

5.2 จากรูปคลี่ของลูกเต๋าดังต่อไปนี้ จงพิจารณาว่า เมื่อพับเป็นลูกเต๋ได้แล้ว มีจำนวนจุดที่อยู่บนหน้าของลูกเต๋าดังต่อไปนี้ตรงข้ามกันรวมกันเท่ากับ 7 เสมอ ใช่หรือไม่ใช่

เขียนวงกลมล้อมรอบคำว่า “ใช่” หรือ “ไม่ใช่” ลงในตารางข้างล่าง

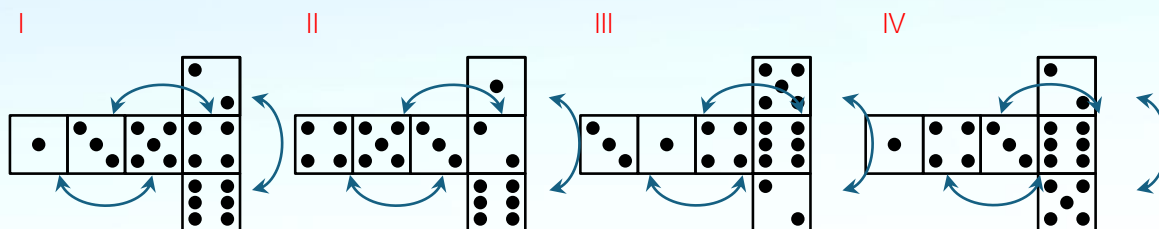


รูปคลี่	ใช่ หรือ ไม่ใช่
I	ใช่ / ไม่ใช่
II	ใช่ / ไม่ใช่

(กระบวนการ: การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์)

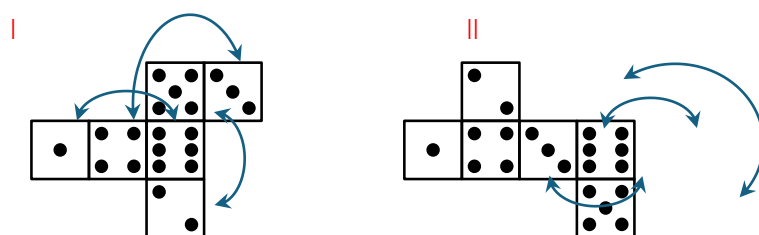
แนวคิด

5.1 เนื่องจากลูกเต๋ามีอยู่ 6 หน้า จึงพิจารณาจำนวนจุดที่อยู่บนหน้าของลูกเต๋าแต่ละคู่ที่อยู่ตรงข้ามกัน ดังรูป



เนื่องจากจำนวนจุดที่อยู่บนหน้าของลูกเต๋ที่อยู่ตรงข้ามกันรวมกันเท่ากับ 7 เสมอ
ดังนั้น รูปคลี่ I ไม่ใช่ รูปคลี่ II ใช่ รูปคลี่ III ใช่ และรูปคลี่ IV ไม่ใช่

5.2 เนื่องจากลูกเต๋ามีอยู่ 6 ด้าน จึงพิจารณาจำนวนจุดที่อยู่บนหน้าของลูกเต๋าแต่ละคู่ที่อยู่ตรงข้ามกัน ดังรูป



เนื่องจากจำนวนจุดที่อยู่บนหน้าของลูกเต๋ที่อยู่ตรงข้ามกันรวมกันเท่ากับ 7 เสมอ
ดังนั้น รูปคลี่ I ใช่ และรูปคลี่ II ไม่ใช่

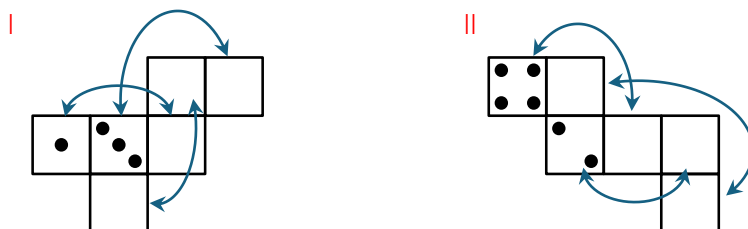
6. จงเขียนจุดลงบนรูปคลี่ที่กำหนดไว้ในภาพด้านล่าง โดยที่เมื่อพับเป็นลูกเต๋ได้แล้ว จะมีจำนวนจุดที่อยู่บนหน้าของลูกเต๋าคู่ที่อยู่ตรงข้ามกันรวมกันเท่ากับ 7 เสมอ



(กระบวนการ: การใช้โน้ตค้น ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา)

แนวคิด

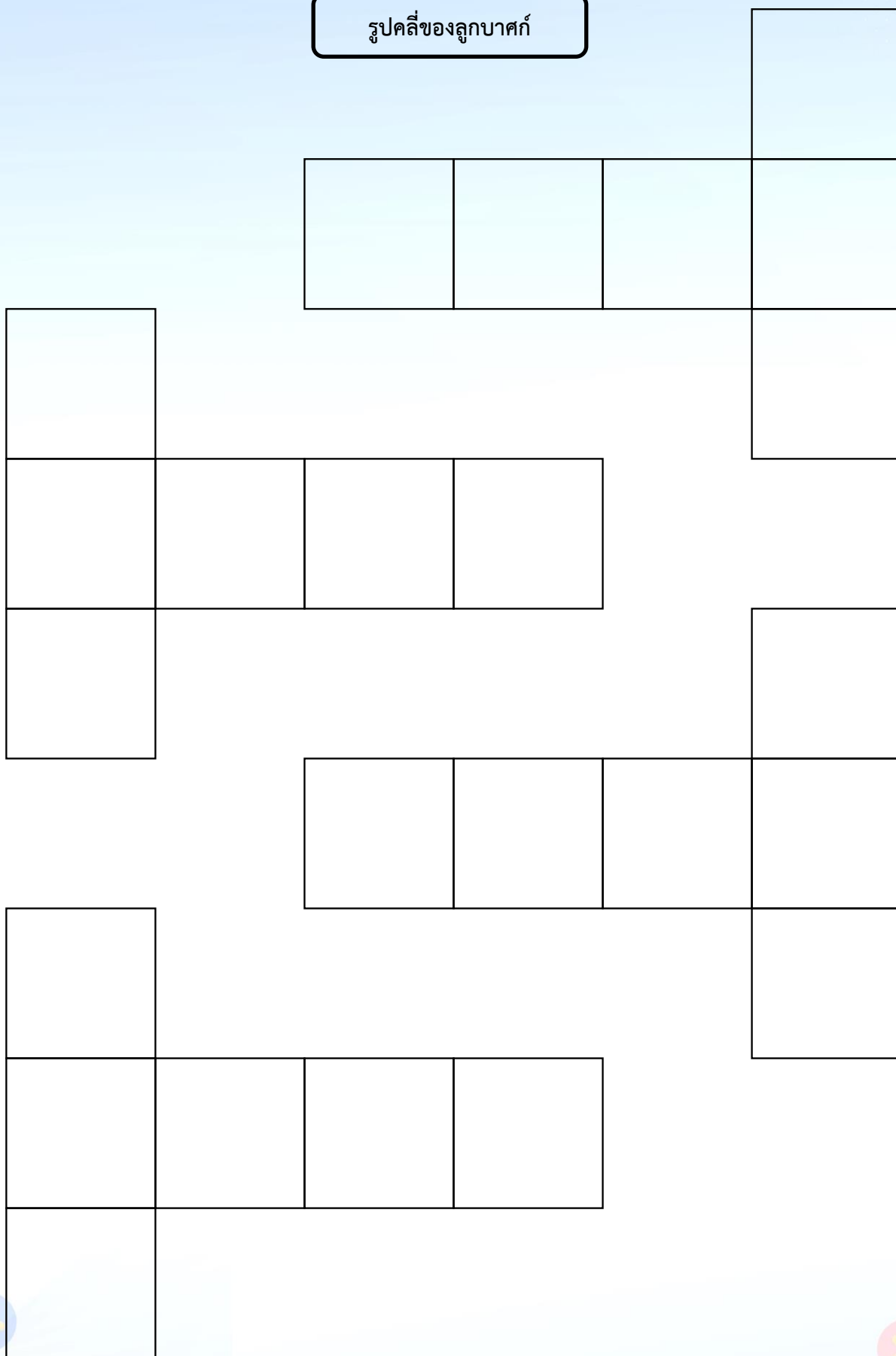
เนื่องจากลูกเต๋ามีอยู่ 6 ด้าน จึงพิจารณาจำนวนจุดที่อยู่บนหน้าของลูกเต๋าคู่ที่อยู่ตรงข้ามกัน ดังรูป



เนื่องจากจำนวนจุดที่อยู่บนหน้าของลูกเต๋าคู่ที่อยู่ตรงข้ามกันรวมกันเท่ากับ 7 เสมอ ดังนั้น เมื่อเขียนจุดลงบนรูปคลี่ I และ II จะได้รูปคลี่ที่เป็นไปได้ดังนี้

รูปคลี่ I ที่เป็นไปได้	รูปคลี่ II ที่เป็นไปได้

รูปคลี่ของลูกบาศก์



กิจกรรมที่ 11

รายวิชา การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างฉลาดรู้

ระดับ มัธยมศึกษาตอนต้น

เรื่อง โรงรถ

เวลาเรียน 1 คาบ

1. ความเชื่อมโยงกับตัวชี้วัดในหลักสูตรแกนกลาง

ค 2.2 ม.1/2 และ ค 2.2 ม.2/5

2. จุดประสงค์การเรียนรู้ ผู้เรียนสามารถ

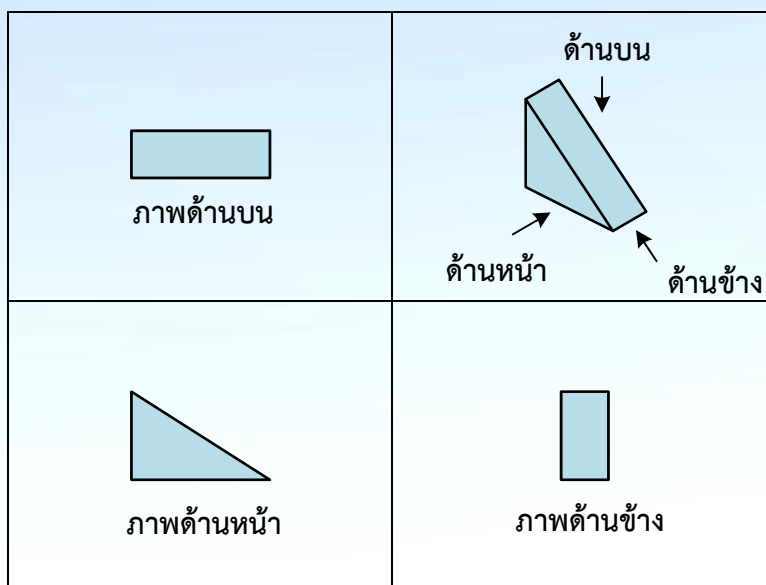
- 1) ตีความในสถานการณ์โรงรถ โดยใช้ความเข้าใจเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและรูปเรขาคณิตสามมิติ
- 2) ใช้ความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและรูปเรขาคณิตสามมิติ ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และพื้นที่ผิวในการแก้ปัญหาสถานการณ์โรงรถ
- 3) อธิบายหรือให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนหรือโต้แย้ง รวมถึงอธิบายกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหา สถานการณ์โรงรถ

3. กระบวนการ (PISA 2022)

- ☒ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- ☐ การคิด/แปลงสถานการณ์ปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์
- ☒ การใช้โมเดล ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา
- ☒ การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์

4. ความรู้ที่เกี่ยวข้อง

- 1) ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติได้จากการมองรูปเรขาคณิตสามมิติในแนวตั้งฉากกับด้านที่มอง ตามทิศทางที่แสดงดังรูป



- 2) ทฤษฎีบทพีทาโกรัส “สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวด้านประกอบมุมฉาก”

5. วัสดุ อุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้

- ตัวอย่างสิ่งของสำหรับการมองภาพด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ เช่น กล้องนม ปฏิทินตั้งโต๊ะ ยางลบ และขวดน้ำ จำนวน 1 ชุด
- ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง มุมมองของฉัน ตามจำนวนผู้เรียน คนละ 1 ชุด
- ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง พื้นที่พาเพลิน ตามจำนวนผู้เรียน คนละ 1 ชุด
- ใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง โรงรถ ตามจำนวนผู้เรียน คนละ 1 ชุด

6. การเตรียมตัวล่วงหน้าของผู้สอน

- เตรียมวัสดุ อุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้สำหรับผู้เรียน
- ศึกษาและตรวจสอบสื่อการเรียนรู้
- ศึกษาขั้นตอนการจัดกิจกรรม

7. ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

- ผู้สอนทบทวนเรื่องการมองภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติได้จากการมองรูปเรขาคณิตสามมิติ โดยให้ผู้เรียนดูตัวอย่างสิ่งของต่างๆ ที่เตรียมมา เช่น กล้องนม ปฏิทินตั้งโต๊ะ ยางลบ และขวดน้ำ (ดูภาพประกอบท้ายกิจกรรม) จากนั้น ผู้สอนสุ่มผู้เรียนให้ออกมาวาดภาพที่ได้จากการมองภาพด้านหน้า ด้านบน และด้านข้าง ที่บนกระดานหน้าชั้นเรียน และผู้สอนเปิดโอกาสให้ผู้เรียนที่เหลือเสนอคำตอบของตนเองหรือโต้แย้งในกรณีที่คำตอบไม่ตรงกัน

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม: ผู้สอนสามารถใช้สื่อเทคโนโลยีมาใช้ในการแสดงภาพที่ได้จากการมองด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติได้ เช่น โปรแกรม Paint 3D ดูตัวอย่างได้ที่ https://drive.google.com/drive/folders/1nt_AVAvcZyi4hJuFY0c66SIzaedf3nOZ

- 2) ผู้สอนให้ผู้เรียนตอบคำถามในใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง มุมมองของฉัน คำถามข้อที่ 1 – 2 จากนั้น ผู้สอน
 สุ่มผู้เรียนให้ตอบคำถามคนละ 1 ข้อ พร้อมทั้งให้เหตุผลสนับสนุนคำตอบของตนเอง
- 3) ผู้สอนให้ผู้เรียนพิจารณาปริซึมสามเหลี่ยมในใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง พื้นที่พาเพลิน จากนั้นใช้การถามตอบ
 เพื่อเชื่อมโยงไปยังทฤษฎีบทพีทาโกรัส เช่น

- ภาพด้านหน้าของรูปเรขาคณิตสามมิตินี้เป็นรูปใด

แนวคำตอบ รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

- หากต้องการหาความยาวของด้าน BC จะต้องใช้ความรู้เรื่องใด

แนวคำตอบ ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

- ความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเป็นอย่างไร

แนวคำตอบ กำลังสองของด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกของกำลังสองของด้านประชิดมุมฉาก
 แต่ละด้าน

- 4) ผู้สอนให้ผู้เรียนตอบคำถามในใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง พื้นที่พาเพลิน คำถามข้อที่ 1 – 2 จากนั้น ผู้สอน
 สุ่มผู้เรียนให้ตอบคำถามคนละ 1 ข้อ พร้อมทั้งให้เหตุผลสนับสนุนคำตอบของตนเอง ทั้งนี้ ผู้สอนควร
 กระตุ้นให้ผู้เรียนที่เหลืตรวจสอบคำตอบของตนเองและเปิดโอกาสให้ผู้เรียนให้เหตุผลเพื่อสนับสนุน
 คำตอบของเพื่อนหรือโต้แย้งในกรณีที่คำตอบไม่ตรงกัน โดยอาจใช้การถามตอบในแต่ละข้อ เช่น
 ข้อ 1.

- ผู้เรียนมีวิธีการตรวจสอบคำตอบที่ได้อย่างไรบ้าง

แนวคำตอบ

แทนค่าความยาวด้าน BC ที่คำนวณได้เพื่อตรวจสอบความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้าน
 ทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากตามทฤษฎีบทพีทาโกรัส ดังนี้

$$10^2 = 8^2 + 6^2$$

$$100 = 64 + 36$$

$$100 = 100 \text{ เป็นจริง}$$

ดังนั้น ด้าน BC ยาว 8 หน่วย

ข้อ 2.

- ปริซึมสามเหลี่ยมนี้มีหน้าทั้งหมดกี่หน้า เป็นรูปอะไรบ้าง

แนวคำตอบ มี 5 หน้า ประกอบด้วย หน้าที่เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก 2 หน้า และหน้าที่เป็น
 รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า 3 หน้า

- 5) ผู้สอนให้ผู้เรียนตอบคำถามในใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง โรงรถ คำถามข้อที่ 1 – 2 จากนั้น ผู้สอนให้ผู้เรียน
 แลกเปลี่ยนวิธีการหาคำตอบ โดยในระหว่างที่ผู้เรียนทำกิจกรรม ผู้สอนต้องคอยสังเกต ให้คำแนะนำ
 หรือให้ความช่วยเหลือในกรณีที่ผู้เรียนไม่สามารถหาคำตอบที่ถูกต้องได้ ทั้งนี้ ผู้สอนอาจสุ่มผู้เรียนให้
 บอกคำตอบที่ได้ในแต่ละข้อและกระตุ้นให้ผู้เรียนที่เหลืตรวจสอบคำตอบของตนเองและเปิดโอกาสให้
 ผู้เรียนให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนคำตอบของเพื่อนหรือโต้แย้งในกรณีที่คำตอบไม่ตรงกัน โดยอาจใช้

การถามตอบในแต่ละข้อ เช่น

ข้อ 1.

- ผู้เรียนทราบได้อย่างไรว่า ภาพดังกล่าวเป็นภาพที่มองจากด้านหลัง

แนวคำตอบ จากภาพที่มองด้านหน้า จะเห็นได้ว่าหน้าต่างของโรงรถที่มีเพียงบานเดียวจะอยู่ติดกับประตูที่มีบานเดียวเช่นกัน ซึ่งหน้าต่างนั้นอยู่ด้านขวามือของผู้ที่มองจากด้านหน้า

- เพราะเหตุใดภาพในตัวเลือกอื่น จึงไม่ใช่ภาพที่มองจากด้านหลัง

แนวคำตอบ

ภาพที่ 1 เมื่อพิจารณาจากภาพของโถยัระยะของหน้าต่างอยู่ใกล้ประตู ซึ่งในภาพที่ 1 ระยะของหน้าต่างอยู่ใกล้กับด้านหลัง จึงไม่ใช่ภาพที่มองจากด้านหลัง

ภาพที่ 2 เมื่อพิจารณาจากภาพของโถยัจะเห็นว่าหน้าต่างอยู่ทางด้านขวาของผู้ที่มองจากด้านหน้า ซึ่งในภาพที่ 2 หน้าต่างจะอยู่ด้านซ้ายของผู้ที่มองจากด้านหน้า จึงไม่ใช่ภาพที่มองจากด้านหลัง

ภาพที่ 4 เมื่อพิจารณาจากภาพของโถยัจะเห็นว่าหน้าต่างอยู่ทางด้านขวาของประตูและติดกับประตู ซึ่งในภาพที่ 4 หน้าต่างจะอยู่ด้านซ้ายของผู้ที่มองจากด้านหน้าและอยู่ไกลจากประตู จึงไม่ใช่ภาพที่มองจากด้านหลัง

ข้อ 2.1

- ด้านหลังของโรงรถมีประตูหรือไม่

แนวคำตอบ ไม่มีประตู เนื่องจากโถยักำหนดให้ แบบของโรงรถพื้นฐาน ของผู้ผลิตมีเพียงหน้าต่างและประตูอย่างละหนึ่งบาน ซึ่งจากภาพที่กำหนดให้มีประตูอยู่ด้านหน้า

- วิธีการหาพื้นที่ด้านหลังโรงรถหาได้อย่างไร

แนวคำตอบ จากข้อมูล ผนังด้านหลังโรงรถมีขนาดเช่นเดียวกับด้านหน้า แต่ไม่มีประตู เมื่อแบ่งพื้นที่ออกเป็น 2 ส่วน คือ ส่วนหน้าจั่วที่เป็นรูปสามเหลี่ยม และส่วนที่เหลือที่เป็นรูปสี่เหลี่ยม

จะได้ว่า พื้นที่ด้านหลังโรงรถทั้งหมด เท่ากับ $\left(\frac{1}{2} \times 5 \times 1\right) + (2.4 \times 4) = 2.5 + 9.6$

= 12.1 ตารางเมตร

ข้อ 2.2

- แบบแปลนกำหนดความยาวส่วนใดมาให้บ้าง

แนวคำตอบ ความยาวด้านหน้าของตัวบ้าน ความยาวด้านข้างของตัวบ้าน ความสูงของตัวบ้าน ความสูงของจั่วบ้าน ความกว้างของประตู และความยาวจากชายคาบ้านถึงดั่งของหลังคา

- นักเรียนใช้ความรู้เรื่องใดในการหาความกว้างของหลังคา

แนวคำตอบ ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

- หลังคากว้างและยาวกี่เมตร

แนวคำตอบ

กำหนดให้ a แทนความกว้างของหลังคารูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

$$\begin{aligned} \text{จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้} \quad a^2 &= 1^2 + 2.5^2 \\ &= 1 + 6.25 \\ a &= \sqrt{7.25} \\ &\approx 2.69 \end{aligned}$$

ดังนั้น หลังคากว้างประมาณ 2.69 เมตร

และเมื่อพิจารณาจากภาพที่กำหนดให้ จะได้ว่า หลังคายาว 6 เมตร เพราะมีความยาวเท่ากับ ความยาวของตัวบ้าน

- วิธีการหาพื้นที่ทั้งหมดของหลังคาหาได้อย่างไร

แนวคำตอบ พื้นที่ทั้งหมดของหลังคาประมาณ $(2.69 \times 6) \times 2 = 32.28$ ตารางเมตร

- 6) ผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันสรุปผลจากการปฏิบัติกิจกรรม โดยมีแนวทางการสรุปดังนี้
- ผู้เรียนได้ใช้ความรู้เกี่ยวกับการนิยามในการแก้ปัญหที่กำหนด และได้ฝึกทักษะการให้เหตุผล และการแก้ปัญหา

8. ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมสำหรับผู้สอน

- 1) หากเวลาการจัดกิจกรรมไม่เพียงพอ ผู้สอนสามารถจัดกิจกรรมตามขั้นตอนที่เหลือให้ผู้เรียนในคาบเรียนถัดไป
- 2) หากจัดกิจกรรมเสร็จแล้ว และพอมีเวลาเหลือ ผู้สอนสามารถเลือกแนวทางการจัดกิจกรรมอื่นที่อยู่ในภาคผนวก ก มาจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนตามความเหมาะสม

9. แหล่งการเรียนรู้เพิ่มเติม

- 1) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เล่ม 1 (สสวท.)
- 2) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เล่ม 1 (สสวท.)

10. การวัดและประเมินผล

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
1) ตีความในสถานการณ์โรงรถ โดยใช้ความเข้าใจเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและรูปเรขาคณิตสามมิติ	• พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม	• ใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง โรงรถ คำถามข้อที่ 1	• ตอบคำถามข้อที่ 1 ได้ถูกต้อง
2) ใช้ความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและ	• พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม	• ใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง โรงรถ	• ตอบคำถามข้อที่ 2.1 ได้ถูกต้อง

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
รูปเรขาคณิตสามมิติ ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และ พื้นที่ผิวในการแก้ปัญหา สถานการณ์โรงรถ		คำถามข้อที่ 2.1 และ 2.2	อธิบายแนวคิดในการหาคำตอบของคำถามข้อที่ 2.2 ได้อย่างสมเหตุสมผล และเพียงพอที่จะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง
3) อธิบายหรือให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนหรือโต้แย้ง รวมถึงอธิบายกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์โรงรถ	สังเกตพฤติกรรม การให้เหตุผลจากการตอบคำถามหรืออภิปรายในชั้นเรียน	แบบประเมินพฤติกรรมการให้เหตุผล	ได้ระดับพอใช้ขึ้นไปเมื่อพิจารณาในภาพรวมของทั้งภาคการศึกษา (ดูภาคผนวก ข)

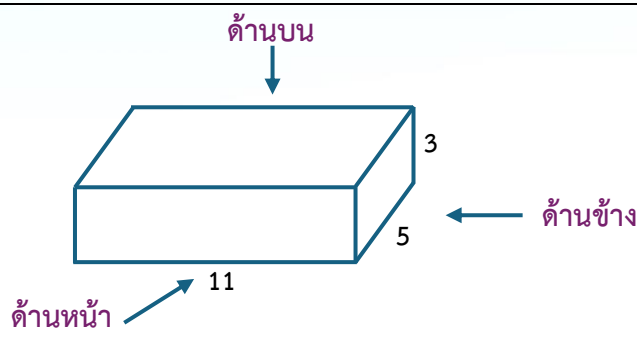
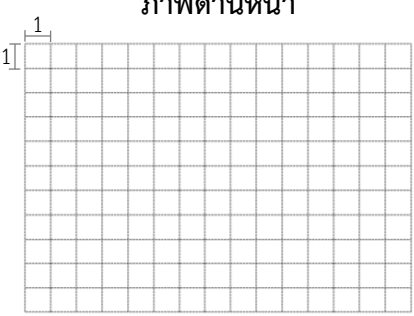
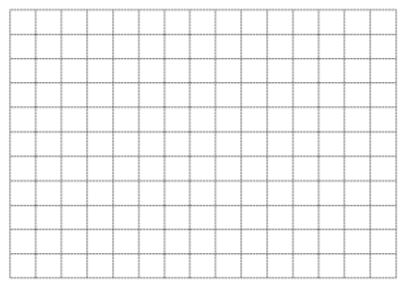
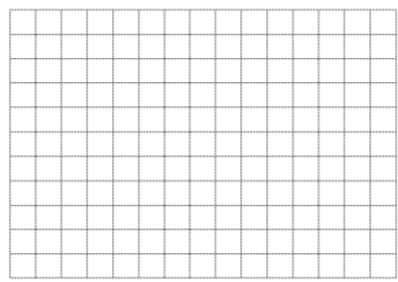
หมายเหตุ เกณฑ์ที่กำหนดไว้ข้างต้น ถือเป็นเกณฑ์ในระดับที่คาดหวัง ในกรณีที่ผู้เรียนทำได้น้อยกว่าเกณฑ์ที่กำหนด ผู้สอนต้องพิจารณาเสริมกระบวนการในด้านนั้นเพิ่มเติม

ชื่อ ห้อง เลขที่

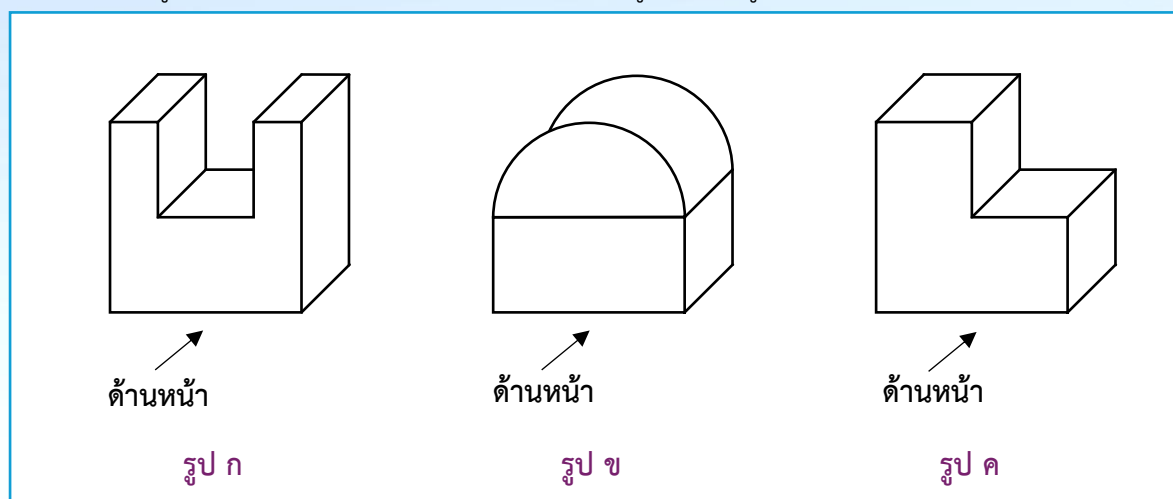
ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง มุมมองของฉัณ

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. จงเขียนภาพที่ได้จากการมองด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบน ของภาพที่กำหนดให้

		
ภาพด้านหน้า 	ภาพด้านข้าง 	ภาพด้านบน 

2. พิจารณารูปเรขาคณิตสามมิติที่กำหนดให้โดยที่แต่ละรูปมีความสูงเท่ากัน ดังนี้



2.1 ภาพ  เป็นภาพที่เกิดจากการมองด้านบนของรูปใด

ตอบ

2.2 รูปใดบ้างที่มีภาพจากการมองด้านข้างเป็นรูปเดียวกัน เพราะเหตุใด

ตอบ

2. พื้นที่ผิวของปริซึมสามเหลี่ยมนี้เท่ากับกี่ตารางหน่วย จงแสดงวิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

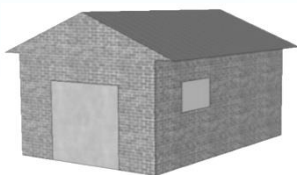
.....

ชื่อ ห้อง เลขที่

ใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง โรงรถ

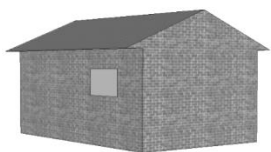
คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนอ่านสถานการณ์และตอบคำถามต่อไปนี้

แบบของโรงรถ “พื้นฐาน” ของผู้ผลิตแห่งหนึ่ง มีเพียงหน้าต่างและประตูอย่างละหนึ่งบาน
 จักรเลือกแบบต่อไปนี้ จากแบบ “พื้นฐาน” ตำแหน่งของหน้าต่างและประตูแสดงดังนี้

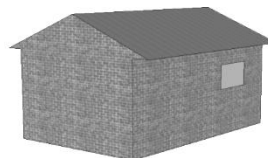


1. ภาพข้างล่าง แสดงแบบ “พื้นฐาน” แบบต่าง ๆ ที่มองจากด้านหลังมีเพียงภาพเดียวเท่านั้นที่ตรงกับ
 แบบข้างบนที่จักรได้เลือกไว้แบบใดที่จักรได้เลือกไว้ จงเขียนวงกลมล้อมรอบ 1, 2, 3 หรือ 4

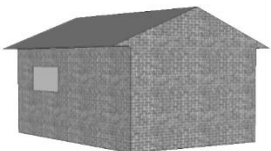
1.



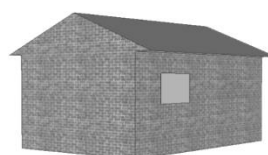
2.



3.



4.



แนวคำตอบ

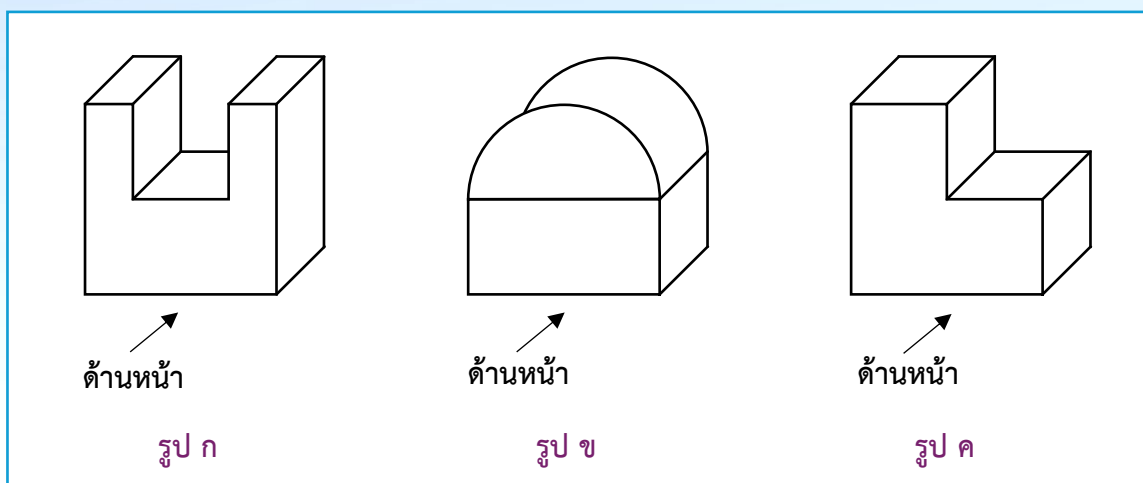
ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง มุมมองของฉัณ

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. จงเขียนภาพที่ได้จากการมองด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบน ของภาพที่กำหนดให้

ภาพด้านหน้า	ภาพด้านข้าง	ภาพด้านบน

2. พิจารณารูปเรขาคณิตสามมิติที่กำหนดให้โดยที่แต่ละรูปมีความสูงเท่ากัน ดังนี้



2.1 ภาพ  เป็นภาพที่เกิดจากการมองด้านบนของรูปใด

ตอบรูป ข.....

แนวคิด

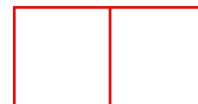
ภาพด้านบนของแต่ละรูป เป็นดังนี้



รูป ก



รูป ข



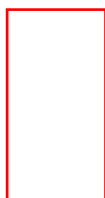
รูป ค

2.2 รูปใดบ้างที่มีภาพจากการมองด้านข้างเป็นรูปเดียวกัน เพราะเหตุใด

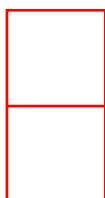
ตอบรูป ข และรูป ค.....

แนวคิด

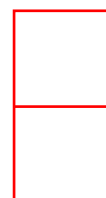
ภาพด้านข้างของแต่ละรูป เป็นดังนี้



รูป ก



รูป ข



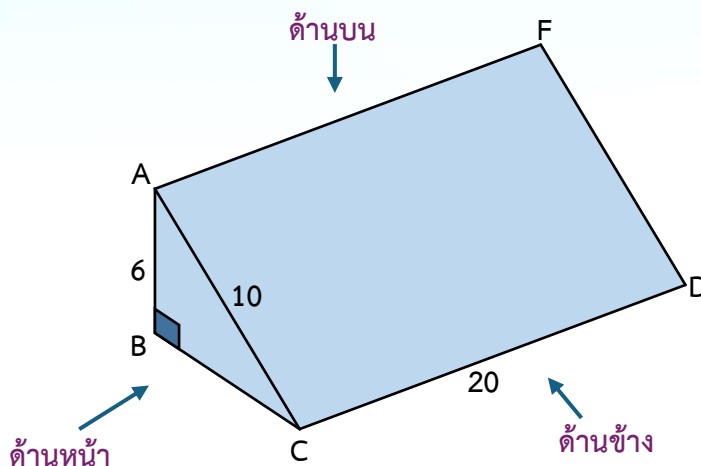
รูป ค

แนวคำตอบ

ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง พื้นที่พาเพลน

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนอ่านสถานการณ์และตอบคำถามต่อไปนี้

พิจารณาปริซึมสามเหลี่ยมที่มีมุม ABC เป็นมุมฉาก ดังรูป



1. ด้าน BC ยาวกี่หน่วย จงแสดงวิธีทำ

.....ดูแนวคำตอบได้จากแนวคิดต่อไปนี้.....

แนวคิด

เนื่องจาก รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ว่า

$$AC^2 = BC^2 + AB^2$$

$$10^2 = BC^2 + 6^2$$

$$BC^2 = 100 - 36$$

$$BC = \sqrt{64}$$

$$= 8$$

ดังนั้น ด้าน BC ยาว 8 หน่วย

2. พื้นที่ผิวของปริซึมสามเหลี่ยมนี้เท่ากับกี่ตารางหน่วย จงแสดงวิธีทำ

ดูแนวคำตอบได้จากแนวคิดต่อไปนี้

แนวคิด

เนื่องจาก หน้าตัดของปริซึมสามเหลี่ยมเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จะได้ว่า พื้นที่หน้าตัดทั้งสองด้านรวมกัน เท่ากับ $2 \times \left(\frac{1}{2} \times 8 \times 6 \right) = 48$ ตารางหน่วย

และ พื้นที่ผิวข้างอีก 3 ด้านรวมกัน เท่ากับ $(10 \times 20) + (6 \times 20) + (8 \times 20) = 200 + 120 + 160$
 $= 480$ ตารางหน่วย

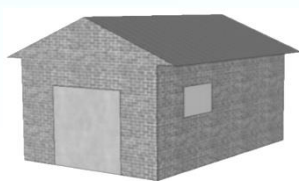
ดังนั้น พื้นที่ผิวของปริซึมสามเหลี่ยมนี้เท่ากับ $48 + 480 = 528$ ตารางหน่วย

แนวคำตอบ

ใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง โรงรถ

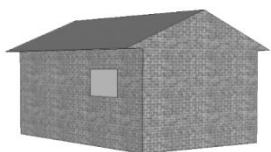
คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนอ่านสถานการณ์และตอบคำถามต่อไปนี้

แบบของโรงรถ “พื้นฐาน” ของผู้ผลิตแห่งหนึ่ง มีเพียงหน้าต่างและประตูอย่างละหนึ่งบาน
จักรเลือกแบบต่อไปนี้ จากแบบ “พื้นฐาน” ตำแหน่งของหน้าต่างและประตูแสดงดังนี้

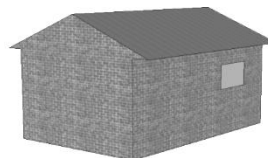


1. ภาพข้างล่าง แสดงแบบ “พื้นฐาน” แบบต่าง ๆ ที่มองจากด้านหลังมีเพียงภาพเดียวเท่านั้นที่ตรงกับ
แบบข้างบนที่จักรได้เลือกไว้แบบใดที่จักรได้เลือกไว้ จงเขียนวงกลมล้อมรอบ 1, 2, 3 หรือ 4

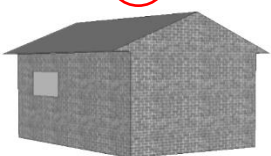
1.



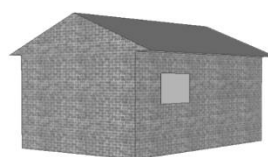
2.



3.

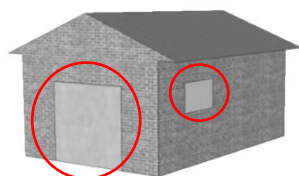


4.



(กระบวนการ: การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์)

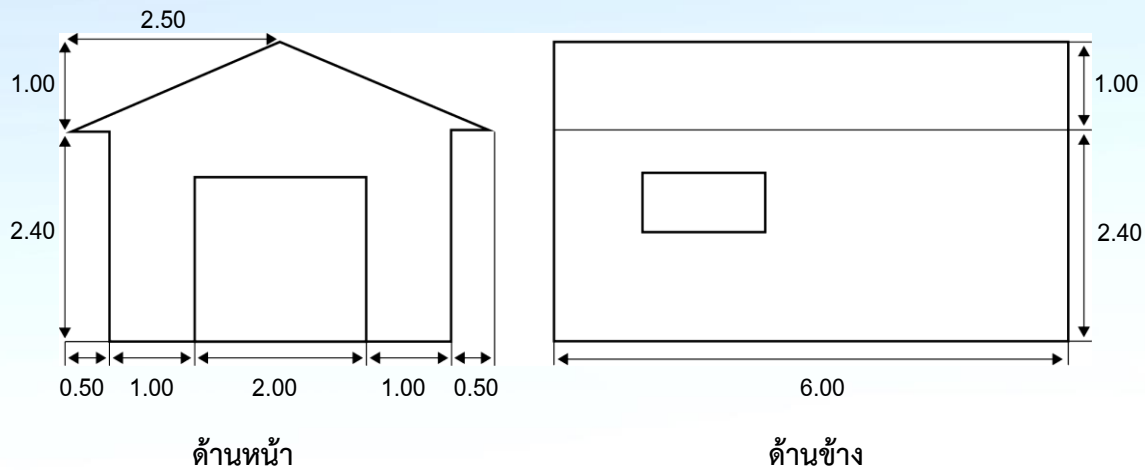
แนวคิด



ด้านหน้า

จากภาพที่มองด้านหน้า จะเห็นได้ว่าหน้าต่างของโรงรถที่มีเพียงบานเดียวจะอยู่ติดกับประตูที่มีบานเดียว
เช่นกัน ซึ่งหน้าต่างนั้นอยู่ด้านขวามือของผู้ที่มองจากด้านหน้า
ดังนั้น ภาพที่ได้จากการมองด้านหลัง จึงตรงกับตัวเลือก 3 ซึ่งหน้าต่างอยู่ด้านซ้ายมือของผู้ที่มองจากด้านหลัง

2. แบบแปลนสองแบบข้างล่างนี้ แสดงขนาดของโรงรถที่จักรเลือกไว้ในหน่วยเมตร



หมายเหตุ: รูปวาดไม่ได้เขียนตามมาตราส่วน

2.1 จากข้อมูล ถ้าจักรต้องการทาสีผนังด้านหลังโรงรถด้วยสีฟ้าแล้วจักรต้องทาสีฟ้าคิดเป็นพื้นที่กี่ตารางเมตร

ตอบ 12.1 ตารางเมตร

(กระบวนการ: การใช้โน้ตสโน้ ข้อเท็จจริง วิธีการ และ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา)

แนวคิด

จากข้อมูล ผนังด้านหลังโรงรถมีขนาดเช่นเดียวกับด้านหน้า แต่ไม่มีประตู

เมื่อแบ่งพื้นที่ออกเป็น 2 ส่วน คือ ส่วนหน้าจั่วที่เป็นรูปสามเหลี่ยม และส่วนที่เหลือที่เป็นรูปสี่เหลี่ยม

จะได้ว่า พื้นที่ด้านหลังโรงรถทั้งหมด เท่ากับ $\left(\frac{1}{2} \times 5 \times 1\right) + (2.4 \times 4) = 2.5 + 9.6$

$= 12.1$ ตารางเมตร

ดังนั้น จักรต้องทาสีฟ้าคิดเป็นพื้นที่ 12.1 ตารางเมตร

2.2 หลังคาประกอบขึ้นจากส่วนของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่เท่ากันสองรูป

ให้คำนวณพื้นที่ทั้งหมดของหลังคา (ตอบเป็นทศนิยม 2 ตำแหน่ง) จงแสดงวิธีทำ

..... ดูแนวคำตอบได้จากแนวคิดต่อไปนี้

(กระบวนการ: การใช้โมนทัศน์ ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา)

แนวคิด

กำหนดให้ a แทนความกว้างของหลังคารูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ $a^2 = 1^2 + 2.5^2$

$$= 1 + 6.25$$

$$a = \sqrt{7.25}$$

$$\approx 2.69$$

ดังนั้น พื้นที่ทั้งหมดของหลังคาประมาณ $(2.69 \times 6) \times 2 = 32.28$ ตารางเมตร

ภาพประกอบท้ายกิจกรรม

ตัวอย่างสิ่งของสำหรับการมองภาพด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ



กิจกรรมที่ 12

รายวิชา การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างฉลาดรู้

ระดับ มัธยมศึกษาตอนต้น

เรื่อง ร้านไอศกรีม

เวลาเรียน 1 คาบ

1. ความเชื่อมโยงกับตัวชี้วัดในหลักสูตรแกนกลาง

ค 1.1 ป.6/3, ค 2.1 ป.6/2 และ ค 2.2 ม.2/5

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 1) ใช้ความรู้เกี่ยวกับมาตราส่วน พื้นที่ของรูปเรขาคณิตสองมิติ และทฤษฎีบทพีทาโกรัสในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับแบบแปลนในสถานการณ์ร้านไอศกรีม
- 2) อธิบายหรือให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนหรือโต้แย้ง รวมถึงอธิบายกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับพื้นที่ของรูปเรขาคณิตสองมิติในสถานการณ์ร้านไอศกรีม

3. กระบวนการ (PISA 2022)

- ☒ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- ☐ การคิด/แปลงสถานการณ์ปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์
- ☒ การใช้โมเดล ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา
- ☐ การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์

4. ความรู้ที่เกี่ยวข้อง

- 1) มาตราส่วน คือ อัตราส่วนที่แสดงการเปรียบเทียบระหว่างความยาวในภาพหรือแผนที่ กับความยาวจริง โดยความยาวอาจมีหน่วยเดียวกันหรือหน่วยต่างกันได้
- 2) สูตรการหาพื้นที่ของรูปเรขาคณิตสองมิติ เช่น

พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม เท่ากับ $\frac{1}{2} \times \text{ความสูง} \times \text{ความยาวของฐาน}$

พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เท่ากับ $\text{ความยาวของด้าน} \times \text{ความยาวของด้าน}$

พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า เท่ากับ $\text{ความกว้าง} \times \text{ความยาว}$
- 3) ทฤษฎีบทพีทาโกรัส “สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก”

5. วัสดุ อุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้

- 1) ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง พื้นที่ของรูปเรขาคณิตสองมิติ ตามจำนวนผู้เรียน คนละ 1 ชุด
- 2) ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง ร้านไอศกรีม ตามจำนวนผู้เรียน คนละ 1 ชุด

- 3) กระดาษภาพอุปกรณ์การทำกิจกรรมกลุ่ม ตามจำนวนผู้เรียน กลุ่มละ 1 ชุด

6. การเตรียมตัวล่วงหน้าของผู้สอน

- 1) เตรียมวัสดุ อุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้สำหรับผู้เรียน
- 2) ศึกษาและตรวจสอบสื่อการเรียนรู้
- 3) ศึกษาขั้นตอนการจัดกิจกรรม

7. ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

- 1) ผู้สอนนำผู้เรียนทบทวนความรู้เกี่ยวกับมาตราส่วน โดยยกตัวอย่าง ดังนี้
 - แผนผังใช้มาตราส่วน 1 เซนติเมตร : 1 เมตร
หมายความว่า ความยาวในแผนผัง 1 เซนติเมตร แทนความยาวจริง 1 เมตร
 - ความยาวในแผนที่ 1 เซนติเมตร แทนความยาวจริง 3 กิโลเมตร
จะเขียนมาตราส่วนได้เป็น 1 : 300,000 หรือ 1 เซนติเมตร : 3 กิโลเมตร

จากนั้น ผู้สอนให้ผู้เรียนเขียนอัตราส่วนแทนข้อความต่อไปนี้

 - ความยาวในแผนที่ 1 เซนติเมตร แทนความยาวจริง 20 กิโลเมตร
แนวคำตอบ 1 เซนติเมตร : 20 กิโลเมตร หรือ 1 : 2,000,000
 - ความยาวในแผนที่ 1 เซนติเมตร แทนความยาวจริง 0.04 เมตร
แนวคำตอบ 1 เซนติเมตร : 0.04 เมตร หรือ 1 : 4
- 2) ผู้สอนแจกใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง พื้นที่ของรูปเรขาคณิตสองมิติ และให้ผู้เรียนตอบคำถามข้อที่ 1 โดยก่อนผู้เรียนลงมือหาคำตอบให้ผู้สอนใช้การถามตอบโดยมีแนวคำถามดังนี้
 - รูปสี่เหลี่ยมที่โจทย์กำหนดให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมชนิดใด
แนวคำตอบ รูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่า
 - เราสามารถหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมที่โจทย์กำหนดให้โดยใช้สูตรการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมได้หรือไม่ เพราะเหตุใด
แนวคำตอบ ไม่ได้ เนื่องจากสูตรการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่าต้องทราบความยาวของเส้นกึ่ง 2 เส้น แต่ข้อมูลที่กำหนดให้มีความยาวของเส้นกึ่งเพียงเส้นเดียว
 - เราจะมึวิธีการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมที่โจทย์กำหนดได้อย่างไร
แนวคำตอบ หาพื้นที่ของแปลงที่ 1 และหาพื้นที่ของแปลงที่ 2 แล้วนำมาบวกกัน

เมื่อผู้เรียนหาคำตอบเสร็จแล้ว ผู้สอนเฉลยคำตอบ จากนั้นผู้สอนให้ผู้เรียนตอบคำถามข้อที่ 2 โดยก่อนผู้เรียนลงมือหาคำตอบให้ผู้สอนใช้การถามตอบโดยมีแนวคำถามดังนี้

 - การหาพื้นที่ของรูปหลายเหลี่ยมที่โจทย์กำหนดให้เราสามารถทำอย่างไรได้บ้าง
แนวคำตอบ มีคำตอบหลากหลาย เช่น
 1. แบ่งรูปหลายเหลี่ยมนออกเป็นรูปสี่เหลี่ยมหลาย ๆ รูป แล้วนำพื้นที่มารวมกัน
 2. ทำรูปให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมขนาดใหญ่ แล้วหาพื้นที่ส่วนที่เกินมาหักออกจากพื้นที่ทั้งหมด

3. เขียนตาราง 1 หน่วย ลงในภาพที่กำหนด แล้วนับจำนวนช่องขนาด 1 ตารางเซนติเมตร

เมื่อผู้เรียนหาคำตอบเสร็จแล้ว ผู้สอนเฉลยคำตอบ

- 3) ผู้สอนให้ผู้เรียนจัดกลุ่ม กลุ่มละ 3 – 4 คน ให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันพิจารณาสถานการณ์ของคำถามข้อที่ 3 และร่วมกันแสดงความคิดเห็นเพื่อออกแบบวิธีการหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา โดยผู้สอนใช้คำถามกระตุ้นความคิดของผู้เรียนก่อนที่ผู้เรียนจะเริ่มแก้ปัญหา เช่น

- ผู้เรียนสังเกตเห็นรูปอะไรบ้างที่เป็นส่วนประกอบในรูปที่โจทย์กำหนด

แนวคำตอบ รูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

- พื้นที่ที่ต้องการหาสามารถหาได้ครั้งเดียวจากรูปที่โจทย์กำหนดให้หรือไม่ ถ้าไม่ได้จะมีวิธีการหาพื้นที่ที่ต้องการได้อย่างไรบ้าง

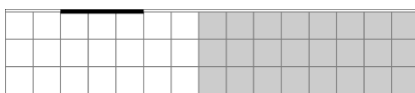
แนวคำตอบ ไม่สามารถหาได้ในครั้งเดียว แต่สามารถหาได้โดยหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมใหญ่

และหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมด้านขวามาลบออก หรือ หาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมทั้งหมด และหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมที่ไม่แรเงามาลบออก

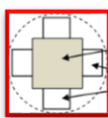
ผู้สอนให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มหาคำตอบของคำถามข้อที่ 3 เมื่อผู้เรียนหาคำตอบได้แล้ว ผู้สอนสุ่มเลือกผู้เรียนให้ออกมานำเสนอแนวคิดในการหาพื้นที่ของรูปเรขาคณิตของกลุ่มตัวเอง และเปิดโอกาสให้กลุ่มอื่นซักถามและเสนอวิธีการคิดแบบอื่นที่แตกต่าง

- 4) ผู้สอนให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มทำใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง ร้านไอศกรีม โดยช่วยกันแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ตรวจสอบความถูกต้องของผลงานกลุ่ม ระหว่างที่ผู้เรียนทำกิจกรรมกลุ่ม ผู้สอนเดินสำรวจการทำงาน ให้คำแนะนำและความช่วยเหลือแก่ผู้เรียน

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม: สำหรับผู้เรียนที่ยังไม่ได้เรียนเนื้อหาทฤษฎีบทพีทาโกรัส ผู้สอนอาจแจกกระดาษภาพอุปกรณ์การทำกิจกรรมกลุ่มให้ผู้เรียนใช้หาคำตอบ หรือใช้เพื่อตรวจสอบคำตอบได้ สำหรับผู้เรียนที่ได้เรียนเนื้อหาทฤษฎีบทพีทาโกรัสแล้ว ผู้สอนอาจทบทวนเนื้อหาทฤษฎีบทพีทาโกรัสให้กับผู้เรียนที่ยังไม่สามารถหาคำตอบเองได้



ภาพแถบวัด ใช้วัดความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากในคำถามข้อที่ 1



ภาพชุดที่หนึ่ง ใช้ตรวจสอบคำตอบในคำถามข้อที่ 3

เมื่อผู้เรียนทำกิจกรรมเสร็จแล้ว ให้ผู้สอนรวบรวมคำตอบของแต่ละกลุ่ม แล้วอธิบายวิธีการหาคำตอบทีละข้อ เมื่ออธิบายเสร็จแต่ละข้อ ผู้สอนนำคำตอบของแต่ละกลุ่มฉายขึ้นจอเพื่อเปรียบเทียบแนวคิดให้เห็นความแตกต่างทางความคิดของแต่ละกลุ่ม

- 5) ผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันสรุปผลจากการปฏิบัติกิจกรรม โดยมีแนวทางการสรุปดังนี้

ผู้เรียนได้ใช้ความรู้เกี่ยวกับมาตราส่วน การหาพื้นที่ของรูปเรขาคณิตสองมิติ และทฤษฎีบทพีทาโกรัส ในการแก้ปัญหาที่กำหนด และได้ฝึกทักษะการให้เหตุผลและการแก้ปัญหา

8. ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมสำหรับผู้สอน

- 1) หากเวลาการจัดกิจกรรมไม่เพียงพอ ผู้สอนสามารถจัดกิจกรรมตามขั้นตอนที่เหลือให้ผู้เรียนในคาบเรียนถัดไป
- 2) หากจัดกิจกรรมเสร็จแล้ว และพอมีเวลาเหลือ ผู้สอนสามารถเลือกแนวทางการจัดกิจกรรมอื่นที่อยู่ในภาคผนวก ก มาจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนตามความเหมาะสม

9. แหล่งการเรียนรู้เพิ่มเติม

- 1) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 1 (สสวท.)
- 2) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 (สสวท.)
- 3) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เล่ม 1 (สสวท.)

10. การวัดและประเมินผล

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
1) ใช้ความรู้เกี่ยวกับมาตราส่วน พื้นที่ของรูปเรขาคณิตสองมิติ และทฤษฎีบทพีทาโกรัสในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับแบบแปลนในสถานการณ์ร้านไอศกรีม	• พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม	• ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง พื้นที่ของรูปเรขาคณิตสองมิติ คำถามข้อที่ 1 – 3 • ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง ร้านไอศกรีม คำถามข้อที่ 1 – 3	• อธิบายแนวคิดในการหาคำตอบของคำถามข้อที่ 1 – 3 ได้อย่างสมเหตุสมผล และเพียงพอที่จะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้องตั้งแต่ 2 ข้อขึ้นไป จากทั้งหมด 3 ข้อ • อธิบายแนวคิดในการหาคำตอบของคำถามข้อที่ 1 – 3 ได้อย่างสมเหตุสมผล และเพียงพอที่จะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้องตั้งแต่ 2 ข้อขึ้นไป จากทั้งหมด 3 ข้อ

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
2) อธิบายหรือให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนหรือโต้แย้ง รวมถึงอธิบายกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับพื้นที่ของรูปเรขาคณิตสองมิติในสถานการณ์ร้านไอศกรีม	- พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม - สังเกตพฤติกรรม การให้เหตุผลจากการตอบคำถามหรืออภิปรายในชั้นเรียน	- ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง ร้านไอศกรีม คำถามข้อที่ 3 - แบบประเมินพฤติกรรม การให้เหตุผล	- อธิบายแนวคิดในการหาคำตอบของคำถามข้อที่ 3 ได้ อย่างสมเหตุสมผล และเพียงพอที่จะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง - ได้ระดับพอใช้ขึ้นไป เมื่อพิจารณาในภาพรวมของทั้งภาคการศึกษา (ดูภาคผนวก ข)

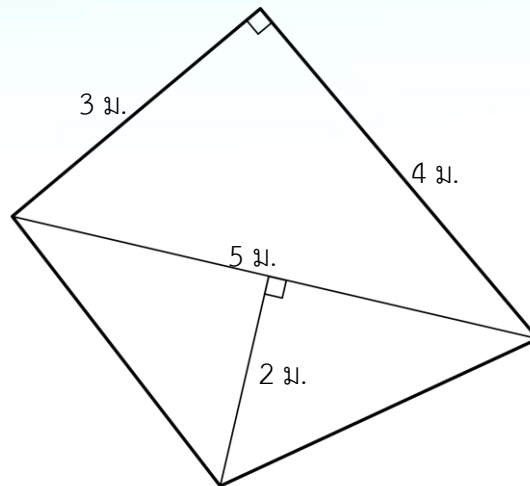
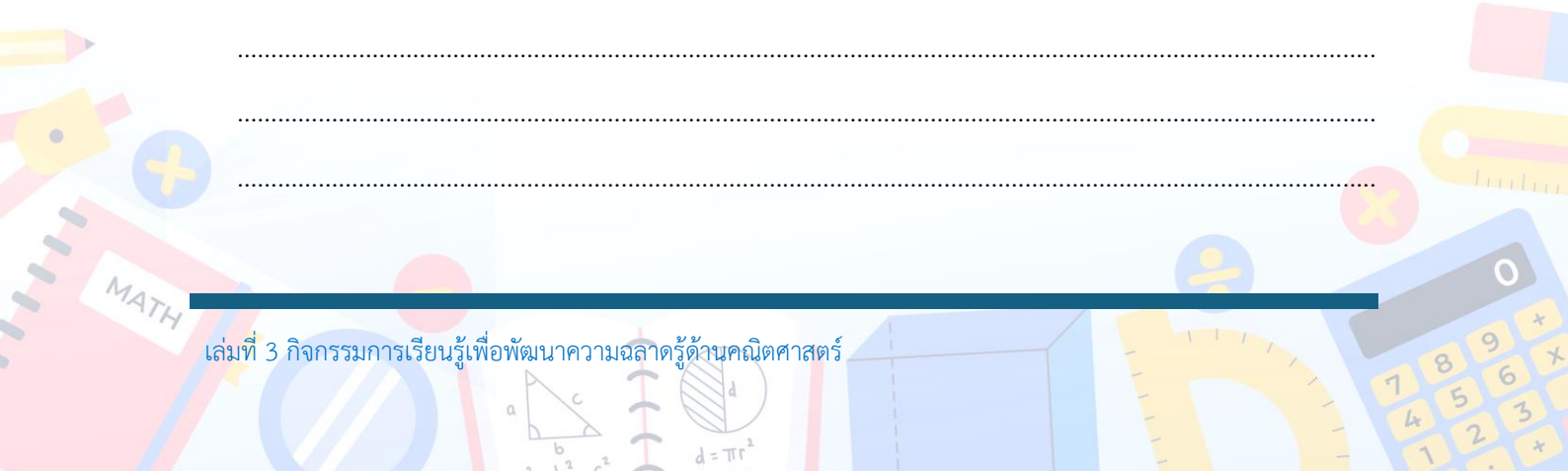
หมายเหตุ เกณฑ์ที่กำหนดไว้ข้างต้น ถือเป็นเกณฑ์ในระดับที่คาดหวัง ในกรณีที่ผู้เรียนทำได้น้อยกว่าเกณฑ์ที่กำหนด ผู้สอนต้องพิจารณาเสริมกระบวนการในด้านนั้นเพิ่มเติม

ชื่อ ห้อง เลขที่

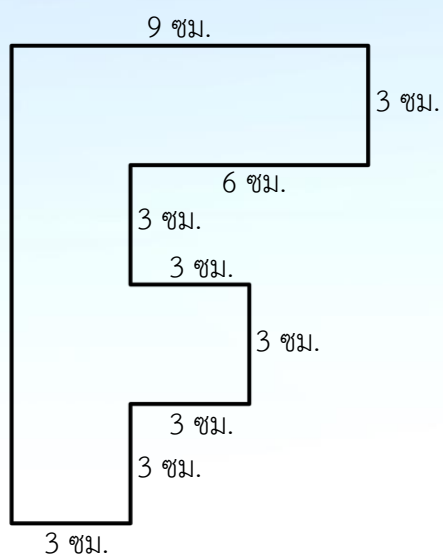
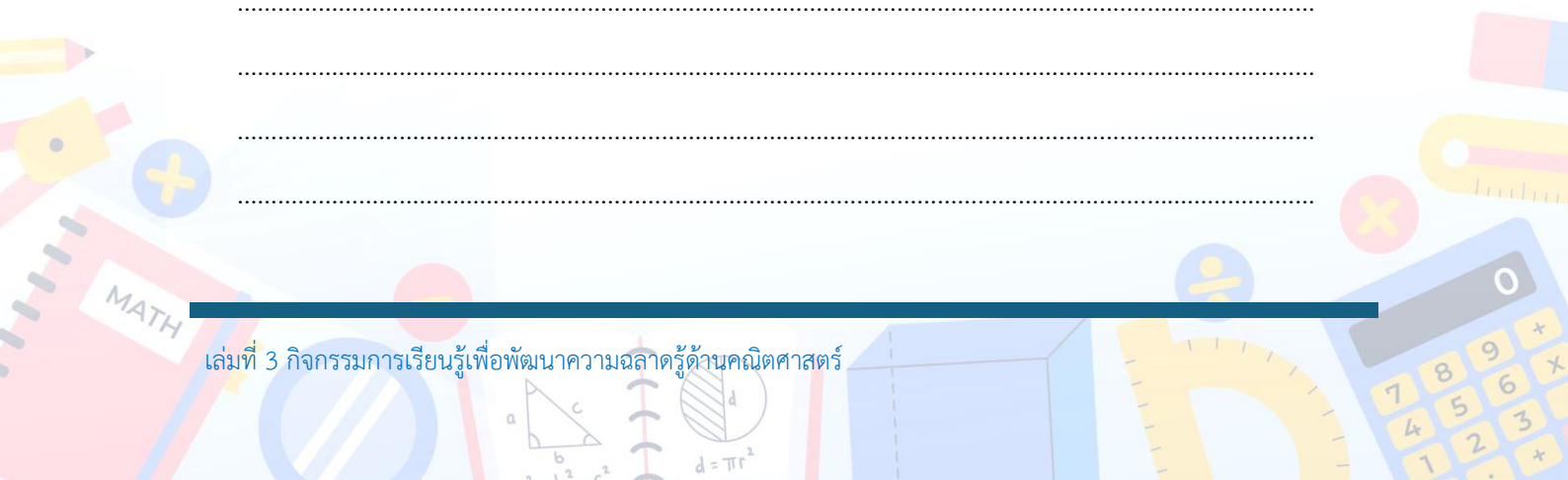
ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง พื้นที่ของรูปเรขาคณิตสองมิติ

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. แปลงดอกไม้ที่มีลักษณะคล้ายรูปสี่เหลี่ยมนี้มีพื้นที่เท่าใด จงแสดงวิธีทำ

This image shows a full page of white paper with horizontal blue ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are approximately 20 lines visible. In the bottom right corner, there is a small portion of a pink circular object, possibly a binder ring or a piece of tape.

2. รูปเรขาคณิตสองมิตินี้มีพื้นที่เท่าใด จงแสดงวิธีทำ

This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines, typical of primary school handwriting practice paper. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There is no text or other markings on the paper.

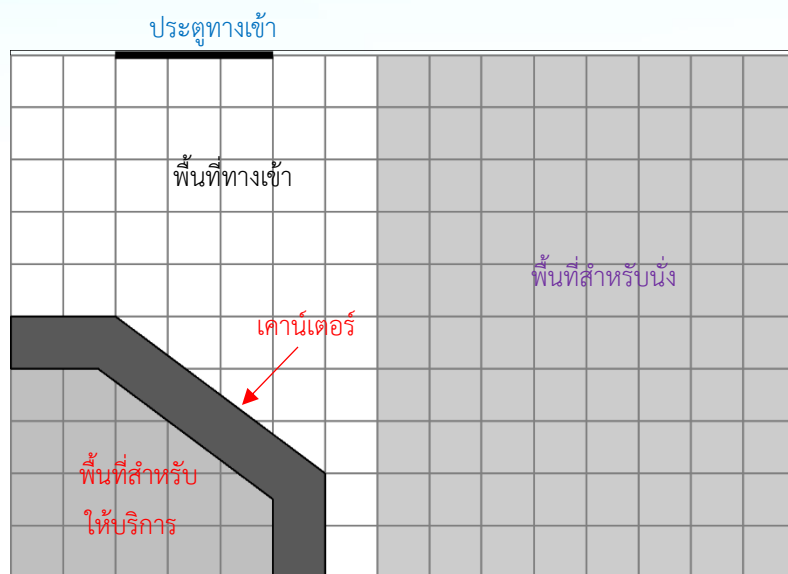
ชื่อ ห้อง เลขที่

ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง ร้านไอศกรีม

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนอ่านสถานการณ์และตอบคำถามต่อไปนี้

แบบแปลนพื้นร้านไอศกรีมของมาลีเป็นดังนี้ เธอกำลังจะปรับปรุงร้าน

พื้นที่สำหรับให้บริการถูกล้อมด้วยเคาน์เตอร์



หมายเหตุ: รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสแต่ละรูปในช่องตาราง แทน 0.5 เมตร $\times$ 0.5 เมตร

- มาลีต้องการทำขอบเคาน์เตอร์ใหม่ตามแนวขอบด้านนอก ความยาวขอบทั้งหมดที่เธอต้องทำเป็นเท่าใด จงแสดงวิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. มาลีต้องการปูพื้นใหม่ในร้านด้วย พื้นที่ว่างของพื้นทั้งหมดในร้านเป็นเท่าใด หากไม่นับรวมพื้นที่ส่วนให้บริการและเคาน์เตอร์ จงแสดงวิธีทำ

.....

.....

.....

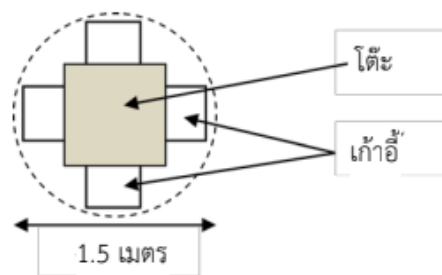
.....

.....

.....

.....

3. มาลีต้องการจัดวางชุดที่นั่งในร้านของเธอซึ่งมีโต๊ะและเก้าอี้สี่ตัว ตามลักษณะที่แสดงด้านล่าง



รูปวงกลมแทนพื้นที่ว่างของพื้นซึ่งจำเป็นต้องวางชุดที่นั่งแต่ละชุดเพื่อให้ลูกค้ามีที่ว่างเพียงพอขณะที่พวกเขานั่ง แต่ละชุดที่นั่ง (แทนด้วยรูปวงกลม) ควรจะวางตามเงื่อนไขบังคับต่อไปนี้:

- ชุดที่นั่งแต่ละชุดควรวางห่างจากผนังอย่างน้อย 0.5 เมตร
- ชุดที่นั่งแต่ละชุดควรวางห่างจากชุดที่นั่งอื่นอย่างน้อย 0.5 เมตร

มาลีสามารถวางชุดที่นั่งให้พอดีกับพื้นที่สำหรับที่นั่งส่วนที่แรกในร้านของเธอได้มากที่สุดกี่ชุด เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

.....

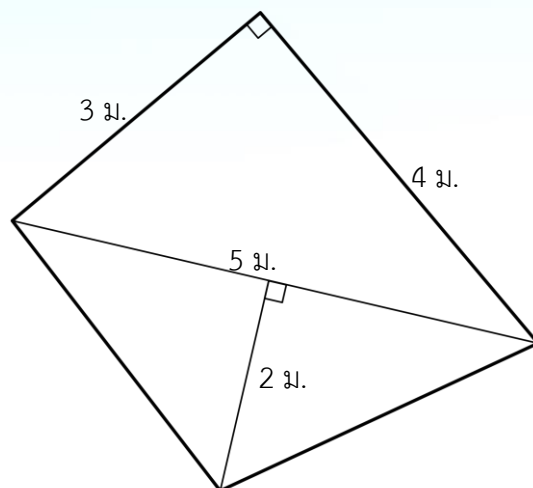
.....

แนวคำตอบ

ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง พื้นที่ของรูปเรขาคณิตสองมิติ

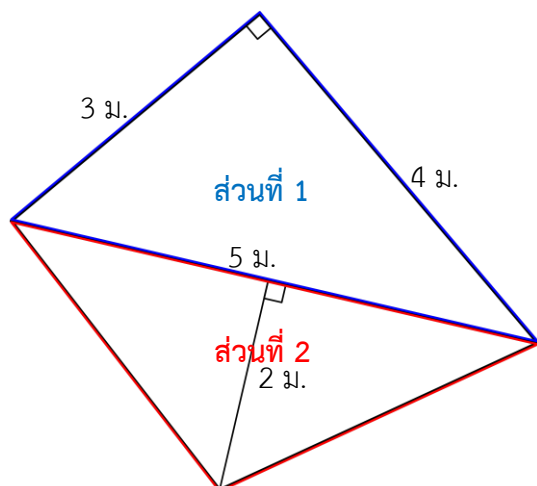
คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. แปลงดอกไม้ที่มีลักษณะคล้ายรูปสี่เหลี่ยมนี้มีพื้นที่เท่าใด จงแสดงวิธีทำ



แนวคิด

แบ่งแปลงดอกไม้ออกเป็น 2 ส่วน ดังนี้

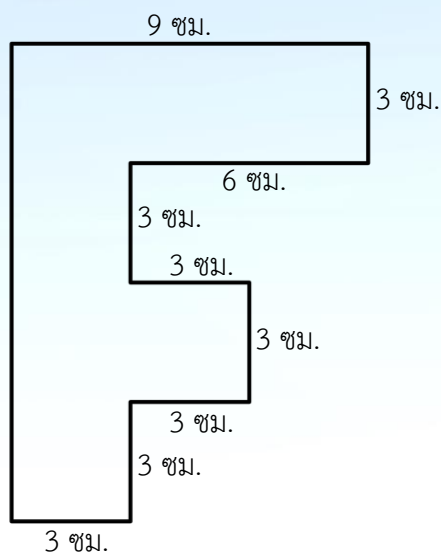


ส่วนที่ 1 มีพื้นที่ $\frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$ ตารางเมตร

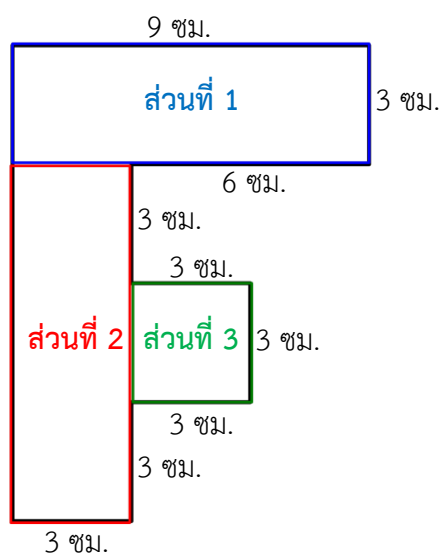
ส่วนที่ 2 มีพื้นที่ $\frac{1}{2} \times 5 \times 2 = 5$ ตารางเมตร

ดังนั้น แปลงดอกไม้ที่มีลักษณะคล้ายรูปสี่เหลี่ยมนี้มีพื้นที่ $6 + 5 = 11$ ตารางเมตร

2. รูปเรขาคณิตสองมิตินี้มีพื้นที่เท่าใด จงแสดงวิธีทำ



แนวคิดที่ 1 (แบ่งรูปหลายเหลี่ยมออกเป็นรูปสี่เหลี่ยมหลาย ๆ รูป แล้วนำพื้นที่มารวมกัน)
แบ่งรูปเรขาคณิตสองมิตินี้ออกเป็น 3 ส่วน ดังนี้



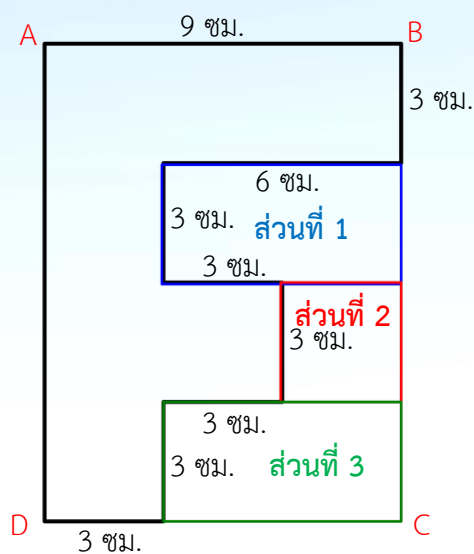
ส่วนที่ 1 มีพื้นที่ $3 \times 9 = 27$ ตารางเมตร

ส่วนที่ 2 มีพื้นที่ $3 \times 9 = 27$ ตารางเมตร

ส่วนที่ 3 มีพื้นที่ $3 \times 3 = 9$ ตารางเมตร

ดังนั้น รูปเรขาคณิตสองมิตินี้มีพื้นที่ $27 + 27 + 9 = 63$ ตารางเซนติเมตร

แนวคิดที่ 2 (ทำรูปให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมขนาดใหญ่ แล้วหาพื้นที่ส่วนที่เกินมาหักออกจากพื้นที่ทั้งหมด)
ลากเส้นเป็นรูปสี่เหลี่ยม ABCD และแบ่งส่วนที่ไม่ใช่รูปเรขาคณิตสองมิตินี้ออกเป็น 3 ส่วน ดังนี้



รูปสี่เหลี่ยม ABCD มีพื้นที่ $9 \times 12 = 108$ ตารางเซนติเมตร

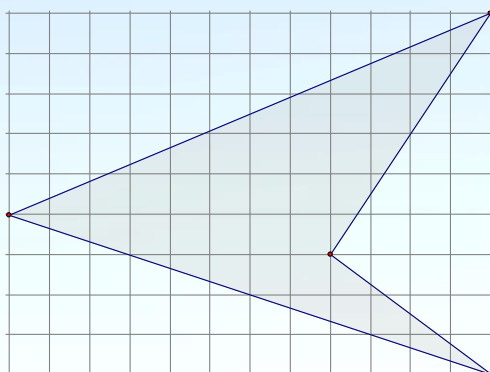
ส่วนที่ 1 มีพื้นที่ $3 \times 6 = 18$ ตารางเมตร

ส่วนที่ 2 มีพื้นที่ $3 \times 3 = 9$ ตารางเมตร

ส่วนที่ 3 มีพื้นที่ $3 \times 6 = 18$ ตารางเมตร

ดังนั้น รูปเรขาคณิตสองมิตินี้มีพื้นที่ $108 - 18 - 9 - 18 = 63$ ตารางเซนติเมตร

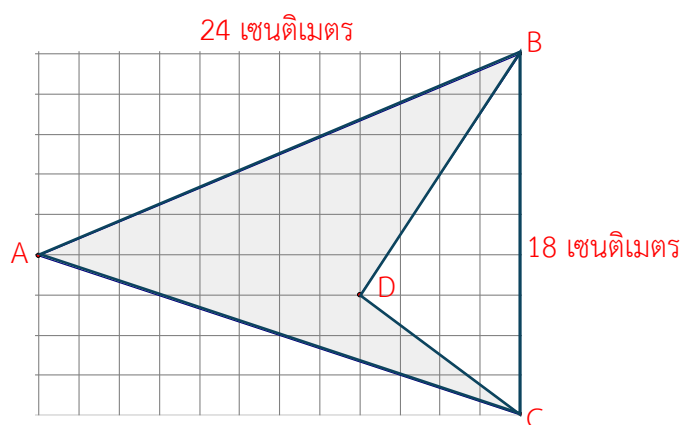
3. จากรูป ส่วนที่แรเงามีพื้นที่เท่าใด จงแสดงวิธีทำ



หมายเหตุ: รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสแต่ละรูปในช่องตาราง แทน 2 เซนติเมตร $\times$ 2 เซนติเมตร

แนวคิดที่ 1

กำหนดรูปสามเหลี่ยม ABC และรูปสามเหลี่ยม DBC ดังนี้



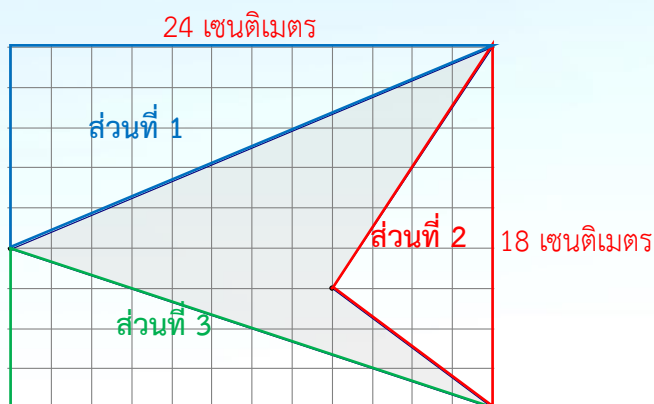
รูปสามเหลี่ยม ABC มีพื้นที่ $\frac{1}{2} \times (9 \times 2) \times (12 \times 2) = 216$ ตารางเซนติเมตร

รูปสามเหลี่ยม DBC มีพื้นที่ $\frac{1}{2} \times (9 \times 2) \times (4 \times 2) = 72$ ตารางเซนติเมตร

เนื่องจาก พื้นที่ของส่วนที่แรเงา เท่ากับ พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABC - พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม DBC
ดังนั้น ส่วนที่แรเงามีพื้นที่ $216 - 72 = 144$ ตารางเซนติเมตร

แนวคิดที่ 2

กำหนดส่วนที่เป็นรูปสามเหลี่ยม 3 ส่วน ดังนี้



รูปสี่เหลี่ยมมีพื้นที่ $24 \times 18 = 432$ ตารางเซนติเมตร

ส่วนที่ 1 มีพื้นที่ $\frac{1}{2} \times (5 \times 2) \times (12 \times 2) = 120$ ตารางเซนติเมตร

ส่วนที่ 2 มีพื้นที่ $\frac{1}{2} \times (9 \times 2) \times (4 \times 2) = 72$ ตารางเซนติเมตร

ส่วนที่ 3 มีพื้นที่ $\frac{1}{2} \times (4 \times 2) \times (12 \times 2) = 96$ ตารางเซนติเมตร

เนื่องจาก พื้นที่ของส่วนที่แรเงา เท่ากับ พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม ABC - ผลรวมของพื้นที่ทั้ง 3 ส่วน

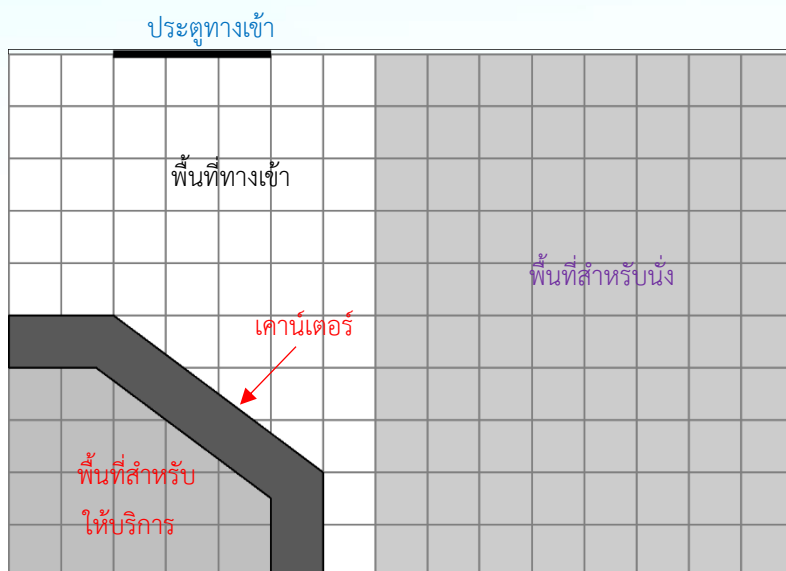
ดังนั้น ส่วนที่แรเงามีพื้นที่ $432 - (120 + 72 + 96) = 144$ ตารางเซนติเมตร

แนวคำตอบ

ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง ร้านไอศกรีม

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนอ่านสถานการณ์และตอบคำถามต่อไปนี้

แบบแปลนพื้นร้านไอศกรีมของมาลีเป็นดังนี้ เธอกำลังจะปรับปรุงร้าน
พื้นที่สำหรับให้บริการถูกล้อมด้วยเคาน์เตอร์



หมายเหตุ: รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสแต่ละรูปในช่องตาราง แทน 0.5 เมตร $\times$ 0.5 เมตร

- มาลีต้องการทำขอบเคาน์เตอร์ใหม่ตามแนวขอบด้านนอก ความยาวขอบทั้งหมดที่เธอต้องทำเป็นเท่าใด
จงแสดงวิธีทำ

.....ดูแนวคำตอบได้จากแนวคิดต่อไปนี้.....

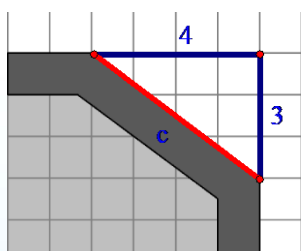
.....

(กระบวนการ: การใช้โน้ตค้น ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา)

แนวคิดที่ 1

หาความยาวขอบด้านเอียงของเคาน์เตอร์ โดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ให้ด้านเอียงมีความยาว c หน่วย จะได้ว่า

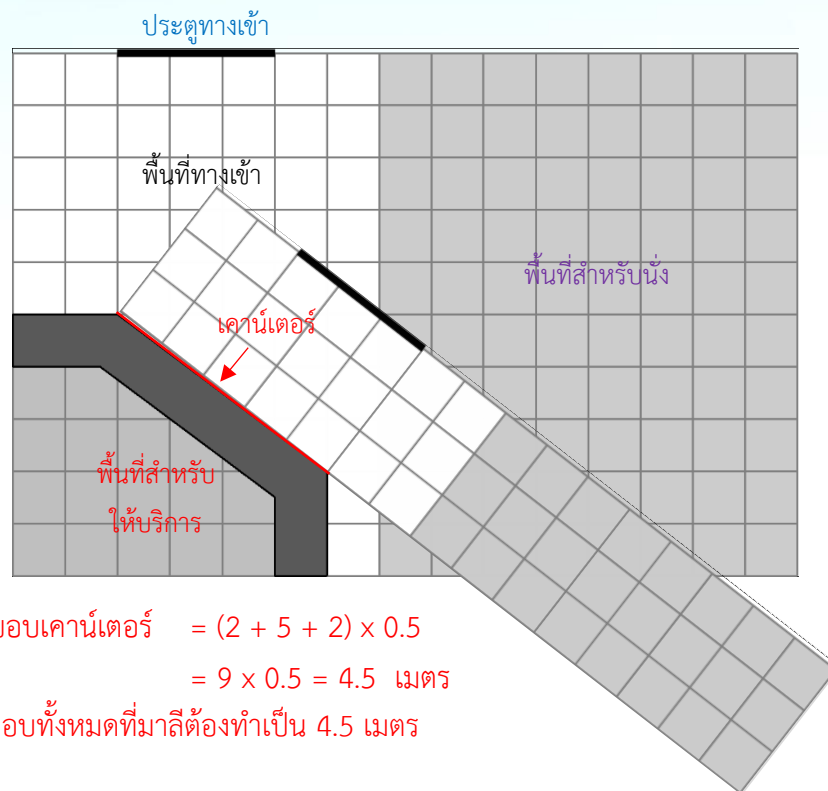


$$\begin{aligned} c^2 &= 3^2 + 4^2 \\ &= 9 + 16 \\ &= 25 \\ c &= 5 \end{aligned}$$

นั่นคือ ความยาวขอบเคาน์เตอร์ = $(2 + 5 + 2) \times 0.5$
 $= 9 \times 0.5 = 4.5$ เมตร
 ดังนั้น ความยาวขอบทั้งหมดที่มาลิต้องทำเป็น 4.5 เมตร

แนวคิดที่ 2

ใช้แถบวัดในการหาความยาวขอบด้านเอียงของเคาน์เตอร์ ได้ 5 ช่อง



นั่นคือ ความยาวขอบเคาน์เตอร์ = $(2 + 5 + 2) \times 0.5$
 $= 9 \times 0.5 = 4.5$ เมตร
 ดังนั้น ความยาวขอบทั้งหมดที่มาลิต้องทำเป็น 4.5 เมตร

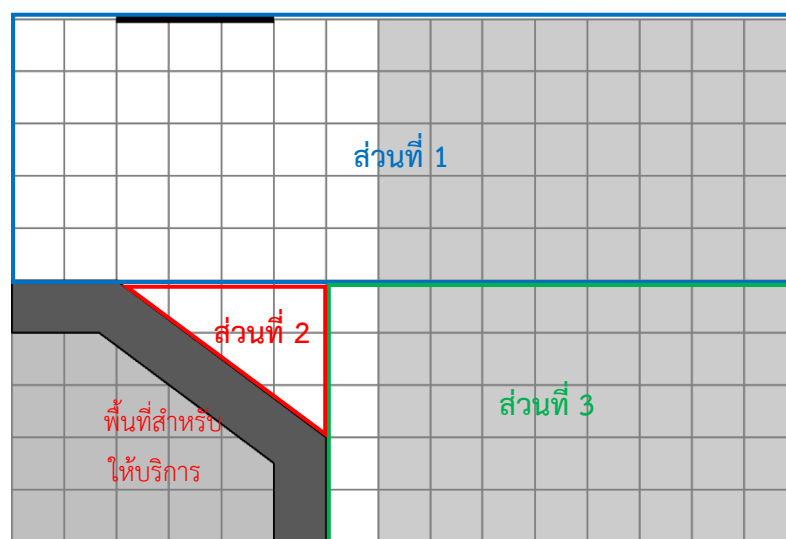
2. มาลีต้องการปูพื้นใหม่ในร้านด้วย พื้นที่ว่างของพื้นทั้งหมดในร้านเป็นเท่าใด หากไม่นับรวมพื้นที่ส่วนให้บริการและเคอร์เตอร์ จงแสดงวิธีทำ

ดูแนวคำตอบได้จากแนวคิดต่อไปนี้

(กระบวนการ: การใช้โน้ตค้น ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา)

แนวคิดที่ 1

แบ่งพื้นที่ว่างของพื้นทั้งหมดในร้านออกเป็น 3 ส่วน ดังนี้



ส่วนที่ 1 มีพื้นที่ $(5 \times 0.5) \times (15 \times 0.5) = 2.5 \times 7.5 = 18.75$ ตารางเมตร

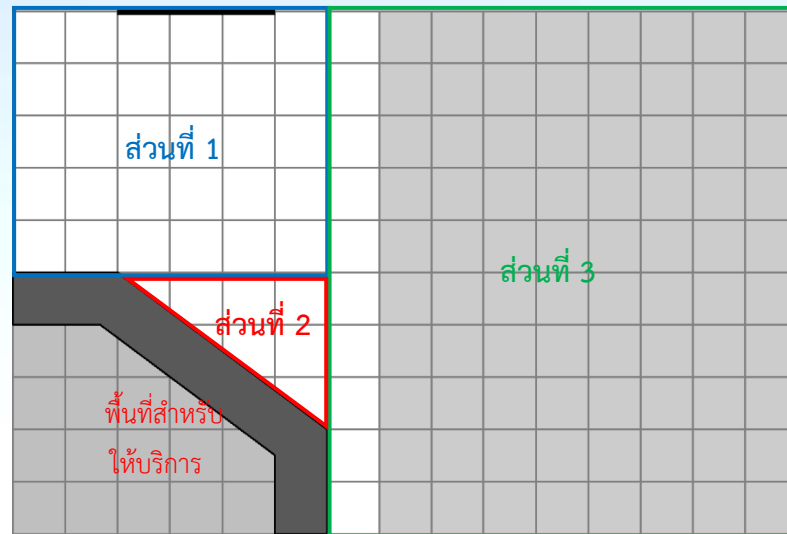
ส่วนที่ 2 มีพื้นที่ $\frac{1}{2} \times (3 \times 0.5) \times (4 \times 0.5) = \frac{1}{2} \times 1.5 \times 2 = 1.5$ ตารางเมตร

ส่วนที่ 3 มีพื้นที่ $(5 \times 0.5) \times (9 \times 0.5) = 2.5 \times 4.5 = 11.25$ ตารางเมตร

ดังนั้น พื้นที่ว่างของพื้นทั้งหมดในร้านเท่ากับ $18.75 + 1.5 + 11.25 = 31.5$ ตารางเมตร

แนวคิดที่ 2

แบ่งพื้นที่ว่างของพื้นที่ทั้งหมดในร้านออกเป็น 3 ส่วน ดังนี้



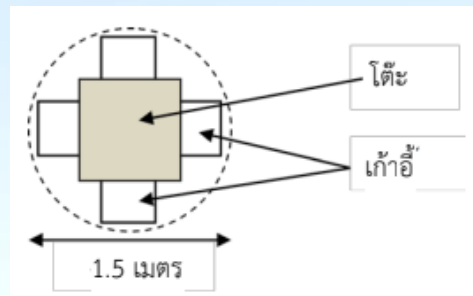
ส่วนที่ 1 มีพื้นที่ $(5 \times 0.5) \times (6 \times 0.5) = 2.5 \times 3 = 7.5$ ตารางเมตร

ส่วนที่ 2 มีพื้นที่ $\frac{1}{2} \times (3 \times 0.5) \times (4 \times 0.5) = \frac{1}{2} \times 1.5 \times 2 = 1.5$ ตารางเมตร

ส่วนที่ 3 มีพื้นที่ $(10 \times 0.5) \times (9 \times 0.5) = 5 \times 4.5 = 22.5$ ตารางเมตร

ดังนั้น พื้นที่ว่างของพื้นที่ทั้งหมดในร้านเท่ากับ $7.5 + 1.5 + 22.5 = 31.5$ ตารางเมตร

3. มาลีต้องการจัดวางชุดที่นั่งในร้านของเธอซึ่งมีโต๊ะและเก้าอี้สี่ตัว ตามลักษณะที่แสดงด้านล่าง



รูปวงกลมแทนพื้นที่ว่างของพื้นซึ่งจำเป็นต้องวางชุดที่นั่งแต่ละชุดเพื่อให้ลูกค้ามีที่ว่างเพียงพอขณะที่พวกเขานั่ง แต่ละชุดที่นั่ง (แทนด้วยรูปวงกลม) ควรจะวางตามเงื่อนไขบังคับต่อไปนี้:

- ชุดที่นั่งแต่ละชุดควรวางห่างจากผนังอย่างน้อย 0.5 เมตร
- ชุดที่นั่งแต่ละชุดควรวางห่างจากชุดที่นั่งอื่นอย่างน้อย 0.5 เมตร

มาลีสามารถวางชุดที่นั่งให้พอดีกับพื้นที่สำหรับที่นั่งส่วนที่แรเงาในร้านของเธอได้มากที่สุดกี่ชุด เพราะเหตุใด

.....ดูแนวคำตอบได้จากแนวคิดต่อไปนี้.....

(กระบวนการ: การใช้โมเดล ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา)

แนวคิด

พื้นที่สำหรับที่นั่งในร้านของมาลีมีขนาด 8 ช่อง $\times$ 10 ช่อง

ชุดที่นั่งแต่ละชุดใช้พื้นที่เป็นรูปวงกลม ที่มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 1.5 เมตร

นั่นคือ ชุดที่นั่งแต่ละชุดจะใช้พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 1.5 เมตร $\times$ 1.5 เมตร หรือ 3 ช่อง $\times$ 3 ช่อง

เนื่องจากต้องวางชุดที่นั่งห่างจากผนังอย่างน้อย 0.5 เมตร (1 ช่อง)

และห่างจากชุดที่นั่งอื่นอย่างน้อย 0.5 เมตร (1 ช่อง)

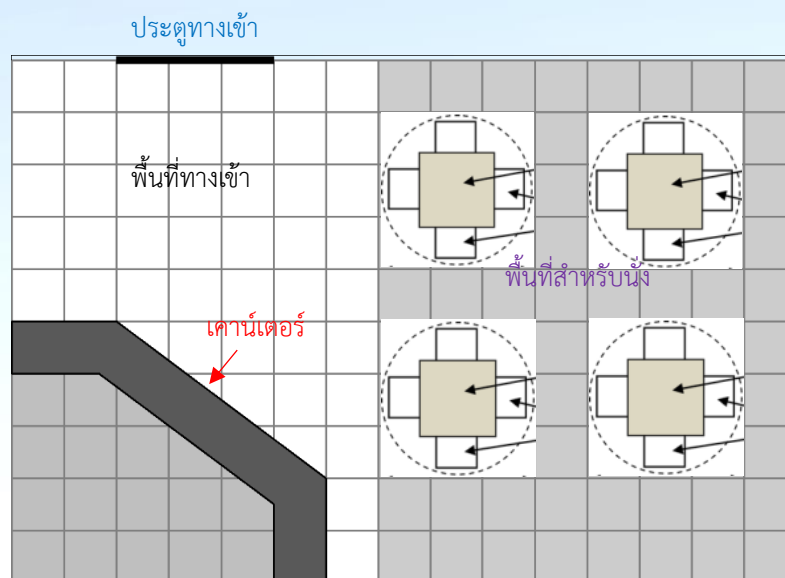
จะได้ว่า การวางชุดที่นั่งแต่ละชุดจะต้องใช้พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 4 ช่อง $\times$ 4 ช่อง

พิจารณาด้านกว้างของพื้นที่สำหรับนั่ง จาก $8 \div 4 = 2$ จะวางโต๊ะที่นั่งในแนวนนี้ได้ 2 แถว

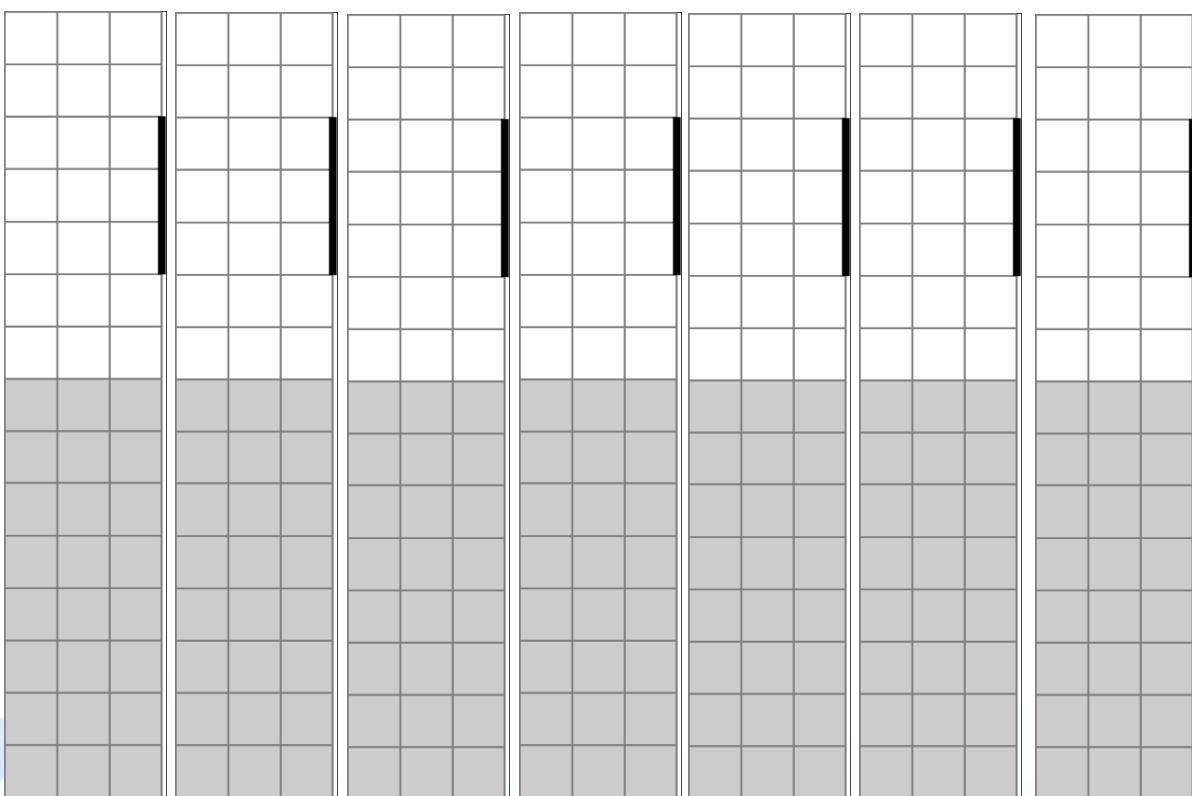
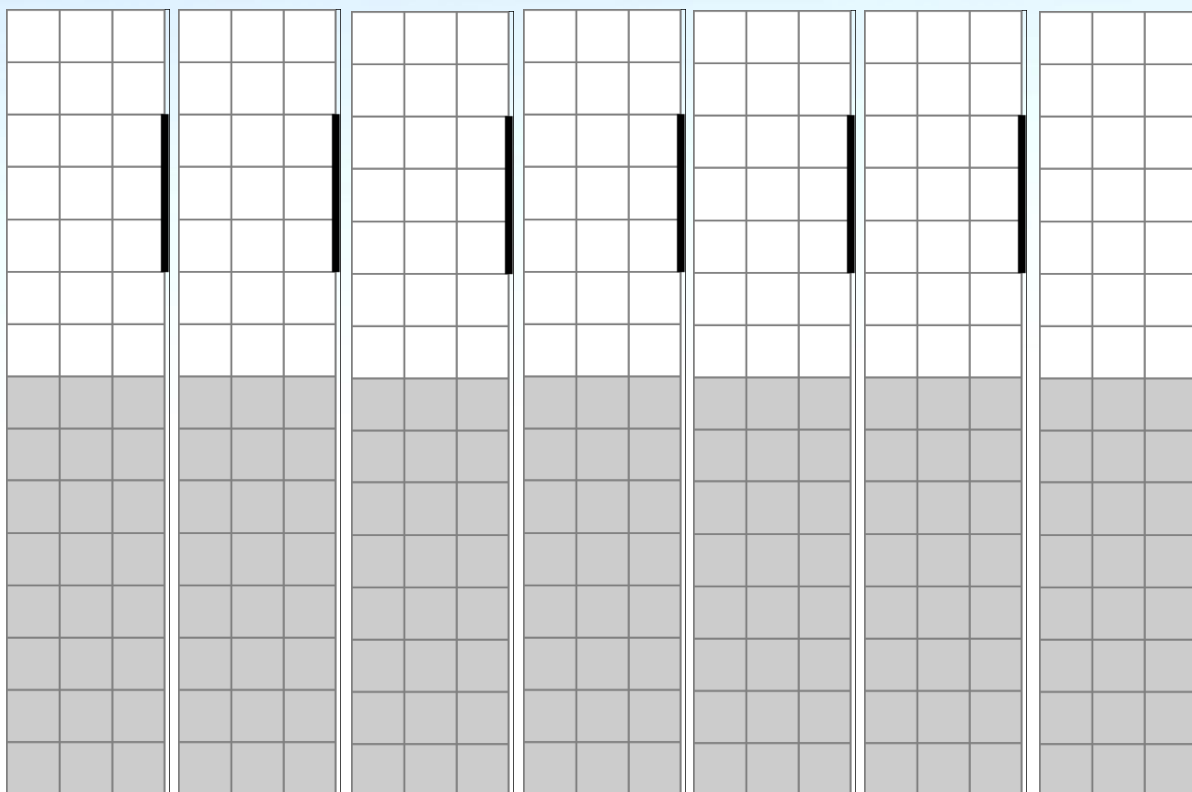
พิจารณาด้านยาวของพื้นที่สำหรับนั่ง จาก $10 \div 4 = 2.5$ จะวางโต๊ะที่นั่งในแนวนนี้ได้ 2 แถว

ดังนั้น มาลีสามารถวางชุดที่นั่งให้พอดีกับพื้นที่สำหรับที่นั่งในร้านของเธอได้มากที่สุด $2 \times 2 = 4$ ชุด

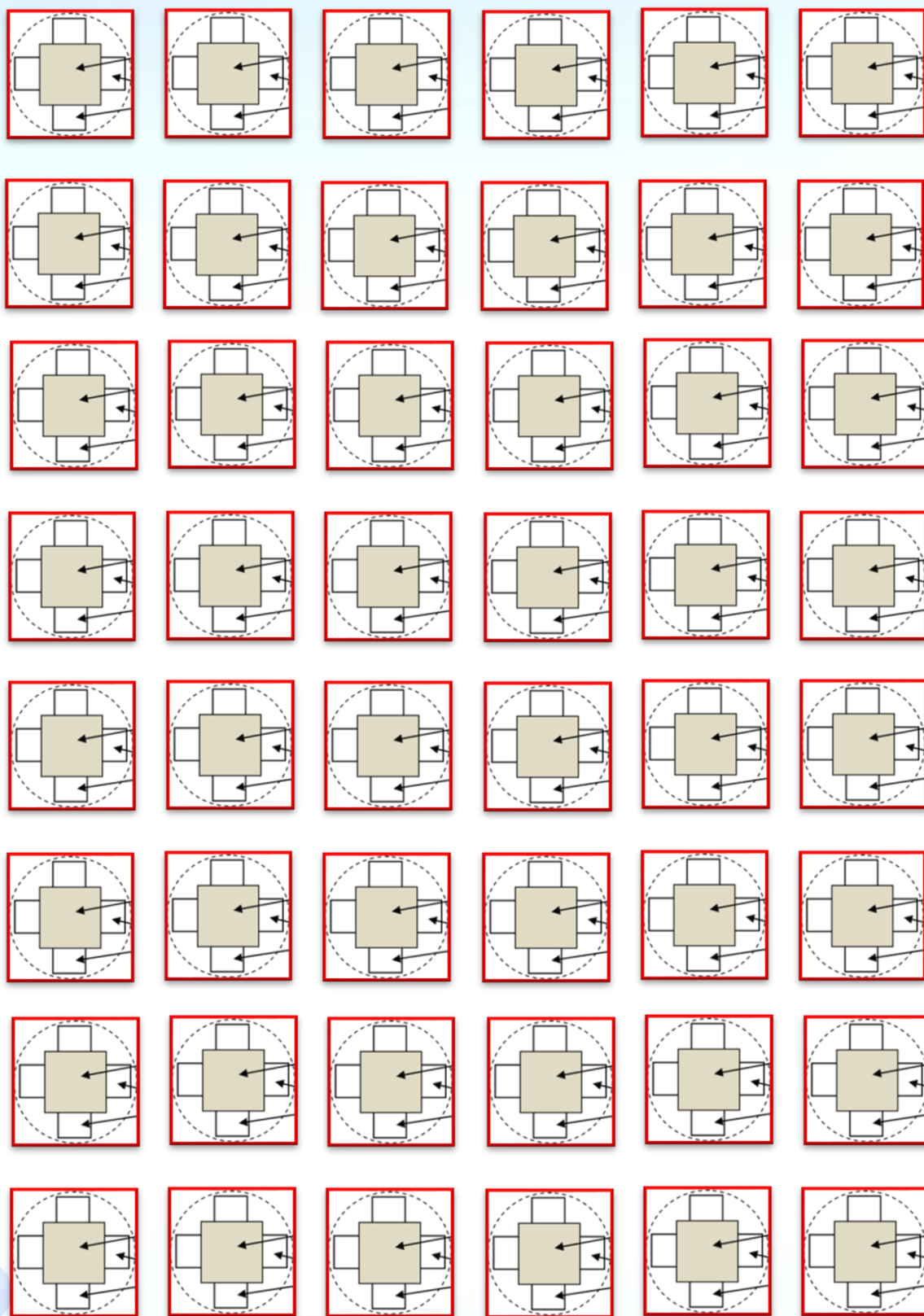
ตรวจสอบคำตอบโดยใช้อุปกรณ์ได้ดังภาพ



ภาพอุปกรณ์การทำกิจกรรมกลุ่ม ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง ร้านไอศกรีม คำถามข้อที่ 1
แถบวัด ใช้วัดความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก



ภาพอุปกรณ์การทำกิจกรรมกลุ่ม ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง ร้านไอศกรีม คำถามข้อที่ 3
ชุดที่นี้่ง ใช้ตรวจสอบคำตอบ



กิจกรรมที่ 13

รายวิชา การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างฉลาดรู้

ระดับ มัธยมศึกษาตอนต้น

เรื่อง เรือเดินทะเล

เวลาเรียน 1 คาบ

1. ความเชื่อมโยงกับตัวชี้วัดในหลักสูตรแกนกลาง

ค 1.1 ม.1/3 และ ค 2.2 ม.2/5

2. จุดประสงค์การเรียนรู้ ผู้เรียนสามารถ

- 1) ใช้ความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัสหรืออัตราส่วนตรีโกณมิติในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการหาความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากในสถานการณ์เรือเดินทะเล
- 2) ระบุนัยสัมพันธ์ของข้อมูลเพื่อใช้ในการประมาณค่าและสรุปคำตอบที่เหมาะสมกับสถานการณ์เรือเดินทะเล
- 3) อธิบายหรือให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนหรือโต้แย้ง รวมถึงอธิบายกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์เรือเดินทะเล

3. กระบวนการ (PISA 2022)

- ☒ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- ☒ การคิด/แปลงสถานการณ์ปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์
- ☒ การใช้โมเดล ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา
- ☐ การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์

4. ความรู้ที่เกี่ยวข้อง

- 1) ร้อยละหรือเปอร์เซ็นต์ เป็นอัตราส่วนแสดงการเปรียบเทียบปริมาณใดปริมาณหนึ่งต่อ 100
- 2) ทฤษฎีบทพีทาโกรัส “สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก”

5. วัสดุ อุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้

ใบกิจกรรม เรื่อง เรือเดินทะเล ตามจำนวนผู้เรียน คนละ 1 ชุด

6. การเตรียมตัวล่วงหน้าของผู้สอน

- 1) เตรียมวัสดุ อุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้สำหรับผู้เรียน
- 2) ศึกษาและตรวจสอบสื่อการเรียนรู้
- 3) ศึกษาขั้นตอนการจัดกิจกรรม

7. ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

- 1) ผู้สอนทบทวนการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละโดยยกตัวอย่างและใช้คำถามประกอบ ดังนี้
ตัวอย่าง

นาวินซื้อรถยนต์คันหนึ่งราคา 500,000 บาท จ่ายค่ามัดจำ 15% ของราคารถยนต์คันนี้
หลังจากจ่ายค่ามัดจำไปแล้วนาวินยังเหลือค่ารถยนต์ที่ต้องจ่ายเพิ่มอีกเท่าใด

- โจทย์ต้องการให้หาอะไร และการหาคำตอบต้องมีข้อมูลอะไรบ้าง

แนวคำตอบ โจทย์ต้องการให้หาว่ารถคันนี้ที่ต้องจ่ายเพิ่ม และต้องมีข้อมูลค่ามัดจำที่ต้องจ่าย

- โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

แนวคำตอบ โจทย์กำหนดราคารถยนต์ 500,000 บาท และต้องจ่ายค่ามัดจำ 15% ของราคารถยนต์

- นักเรียนมีวิธีการหาคำตอบได้อย่างไร

แนวคำตอบที่ 1 รถยนต์คันหนึ่งราคา 500,000 บาท จ่ายค่ามัดจำ 15% ของราคารถยนต์คันนี้

$$\text{เป็นเงิน } \frac{15}{100} \times 500,000 = 75,000 \text{ บาท}$$

ดังนั้น นาวินเหลือค่ารถคันนี้ที่ต้องจ่ายเพิ่มอีก

$$500,000 - 75,000 = 425,000 \text{ บาท}$$

แนวคำตอบที่ 2 รถยนต์คันหนึ่งราคา 500,000 บาท จ่ายค่ามัดจำ 15%

ดังนั้นจะต้องจ่ายค่ารถที่เหลือ 85% ของราคารถยนต์

$$\text{เป็นเงิน } \frac{85}{100} \times 500,000 = 425,000 \text{ บาท}$$

ดังนั้น นาวินเหลือค่ารถคันนี้ที่ต้องจ่ายเพิ่มอีก 425,000 บาท

- 2) ให้ผู้เรียนอ่านบริบทในใบกิจกรรมเรื่องเรือเดินทะเลแล้วสนทนาเกี่ยวกับพลังงานที่ใช้ในการเดินเรือ โดยใช้คำถามดังนี้

- จากสถานการณ์เรือเดินทะเลนักเรียนคิดว่ามีพลังงานใดบ้างที่ใช้ในการเดินเรือ

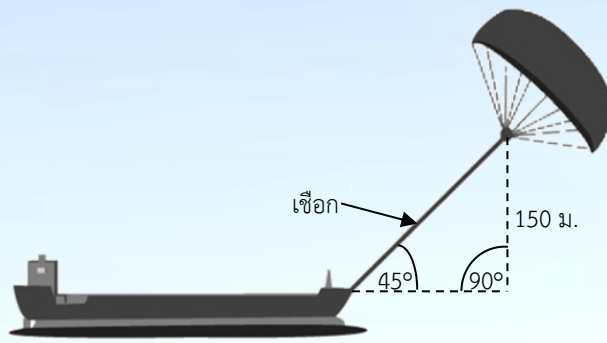
แนวคำตอบ พลังงานเชื้อเพลิง พลังงานลม

- วิศวกรใช้พลังงานลมช่วยในการเดินเรืออย่างไร

แนวคำตอบ ตีลมนุงเรือ

- 3) ผู้สอนให้ผู้เรียนตอบคำถามในใบกิจกรรม เรื่อง เรือเดินทะเล คำถามข้อที่ 1 จากนั้น สุ่มผู้เรียนมานำเสนอคำตอบและวิธีการในการหาคำตอบ โดยให้เพื่อน ๆ ช่วยกันตรวจสอบคำตอบและนำเสนอวิธีการหาคำตอบที่แตกต่าง

- 4) ผู้สอนชวนผู้เรียนสนทนาเกี่ยวกับภาพประกอบคำถามในใบกิจกรรม เรื่อง เรือเดินทะเล คำถามข้อที่ 2 ดังนี้



- จากภาพจำลองนักเรียนสังเกตเห็นอะไรบ้าง

แนวคำตอบ เรือ ร่มชูเรือ เชือก ขนาดของร่ม รูปสามเหลี่ยม

- จากรูปสามเหลี่ยมที่นักเรียนเห็นเป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใด เพราะเหตุใด

แนวคำตอบ รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เพราะมีมุมหนึ่งมีขนาด 90°

รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว เพราะมีมุมสองมุมมีขนาดเท่ากันคือ 45°

รูปสามเหลี่ยมมุมฉากหน้าจั่ว เพราะมีมุมหนึ่งมีขนาด 90° และมีมุมสองมุมมีขนาด 45°

- จากสถานการณ์ที่กำหนดให้ นักเรียนคิดว่าจะหาความยาวของเชือกได้โดยใช้ความรู้วิชาคณิตศาสตร์ในเรื่องใดบ้าง

แนวคำตอบ ทฤษฎีบทพีทาโกรัส (หรืออาจตอบอัตราส่วนตรีโกณมิติ) เนื่องจากการหาความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

- 5) ผู้สอนให้ผู้เรียนหาคำตอบในใบกิจกรรม เรื่อง เรือเดินทะเล คำถามข้อที่ 2 จากนั้น สุ่มผู้เรียนมานำเสนอคำตอบและวิธีการในการหาคำตอบ โดยให้เพื่อน ๆ ช่วยกันตรวจสอบคำตอบและนำเสนอวิธีการหาคำตอบที่แตกต่าง

- 6) ให้ผู้เรียนอ่านสถานการณ์ปัญหาและอภิปรายคำถามในใบกิจกรรม เรื่องเดินทะเล คำถามข้อที่ 3 โดยใช้คำถาม ดังนี้

- จากสถานการณ์โจทย์ต้องการทราบอะไร

แนวคำตอบ หลังติดตั้งร่มชูเรือประมาณกี่ปี จึงจะทำให้ค่าน้ำมันดีเซลที่ประหยัดได้คุ้มกับการลงทุนติดตั้งร่มชูเรือ

- ความคุ้มค่าในการลงทุนติดตั้งร่มชูเรือต้องพิจารณาอย่างไร

แนวคำตอบ จำนวนปีที่ทำให้ราคาน้ำมันดีเซลที่ประหยัดได้มากกว่าราคาค่าติดตั้งร่มชูเรือปริมาณน้ำมันดีเซลโดยไม่มีร่มชูเรือ การติดตั้งร่มชูเรือสามารถประหยัดค่าใช้จ่ายได้ที่เปอร์เซ็นต์

- 7) แบ่งกลุ่มผู้เรียนเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 คนให้ร่วมกันอภิปรายคำถามในใบกิจกรรม เรื่องเดินทะเล คำถามข้อที่ 3 จากนั้นให้ตัวแทนกลุ่มออกมานำเสนอผลงานของกลุ่ม 2 – 3 กลุ่ม โดยผู้สอนและเพื่อน ๆ ช่วยกันตรวจสอบความถูกต้องโดยผู้สอนควรอธิบายเกี่ยวกับการประมาณค่าศนิยมเพื่อให้สอดคล้องกับบริบทของสถานการณ์ที่กำหนดให้ เช่น กรณีคำถามข้อที่ 3 ที่คำนวณได้ 8.5 แต่สถานการณ์กำหนดให้ตอบจุดคุ้มทุนโดยประมาณเป็นปีจึงต้องตอบ 9 ปี

- 8) ผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันสรุปผลจากการปฏิบัติกิจกรรม โดยมีแนวทางการสรุปดังนี้
ผู้เรียนได้ใช้ความรู้เรื่องอัตราส่วนร้อยละและทฤษฎีบทพีทาโกรัสในการแก้ปัญหาที่กำหนด

และได้ฝึกทักษะการให้เหตุผลและการแก้ปัญหา

8. ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมสำหรับผู้สอน

- 1) หากเวลาการจัดกิจกรรมไม่เพียงพอ ผู้สอนสามารถจัดกิจกรรมตามขั้นตอนที่เหลือให้ผู้เรียนในคาบเรียนถัดไป
- 2) หากจัดกิจกรรมเสร็จแล้ว และพอมีเวลาเหลือ ผู้สอนสามารถเลือกแนวทางการจัดกิจกรรมอื่นที่อยู่ในภาคผนวก ก มาจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนตามความเหมาะสม

9. แหล่งการเรียนรู้เพิ่มเติม

- 1) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เล่ม 2 (สสวท.)
- 2) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เล่ม 1 (สสวท.)

10. การวัดและประเมินผล

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
1) ใช้ความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัสหรืออัตราส่วนตรีโกณมิติในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการหาความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากในสถานการณ์เรือเดินทะเล	• พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม	• ใบกิจกรรม เรื่อง เรือเดินทะเล คำถามข้อที่ 1 – 2	• อธิบายแนวคิดในการหาคำตอบของคำถามข้อที่ 1 – 2 ได้อย่างสมเหตุสมผล และเพียงพอที่จะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง
2) ระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลเพื่อใช้ในการประมาณค่าและสรุปคำตอบที่เหมาะสมกับสถานการณ์เรือเดินทะเล	• พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม	• ใบกิจกรรม เรื่อง เรือเดินทะเล คำถามข้อที่ 3	• อธิบายแนวคิดในการหาคำตอบของคำถามข้อที่ 3 ได้อย่างสมเหตุสมผล และเพียงพอที่จะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง
3) อธิบายหรือให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนหรือโต้แย้ง รวมถึงอธิบายกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสถานการณ์เรือเดินทะเล	• สังเกตพฤติกรรม การให้เหตุผลจาก การตอบคำถามหรือ อภิปรายในชั้นเรียน	• แบบประเมิน พฤติกรรม การให้เหตุผล	• ได้ระดับพอใช้ขึ้นไปเมื่อพิจารณาในภาพรวมของทั้งภาคการศึกษา (ดูภาคผนวก ข)

หมายเหตุ เกณฑ์ที่กำหนดไว้ข้างต้น ถือเป็นเกณฑ์ในระดับที่คาดหวัง ในกรณีที่ผู้เรียนทำได้น้อยกว่าเกณฑ์ที่กำหนด ผู้สอนต้องพิจารณาเสริมกระบวนการในด้านนั้นเพิ่มเติม

- หน้า 170
2. ในการลากเรือให้เชือกทำมุม 45° และร่มชูเรือมีความสูงในแนวดิ่ง 150 ม. ดังแสดงในแผนภาพ ความยาวของเชือกที่ผูกกับร่มชูเรือยาวประมาณเท่าใด (ตอบเป็นจำนวนเต็ม) จงแสดงวิธีทำ
- The diagram illustrates a ship on the left pulling a boat on the right. A rope, labeled 'เชือก' (rope), connects the ship to the boat. The rope is at an angle of 45° to the horizontal dashed line. A vertical dashed line from the boat to the horizontal line is labeled '150 ม.' (150 m). A right angle symbol (90°) is shown at the intersection of the horizontal and vertical dashed lines.
- เล่มที่ 3 กิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์



หน้า 170

2. ในการลากเรือให้เชือกทำมุม 45° และร่มชูเรือมีความสูงในแนวดิ่ง 150 ม. ดังแสดงในแผนภาพ ความยาวของเชือกที่ผูกกับร่มชูเรือยาวประมาณเท่าใด (ตอบเป็นจำนวนเต็ม) จงแสดงวิธีทำ

The diagram illustrates a ship on the left pulling a boat on the right. A rope, labeled 'เชือก' (rope), connects the ship to the boat. The rope is at an angle of 45° to the horizontal dashed line. A vertical dashed line from the boat to the rope indicates a height of 150 m. The angle between the rope and this vertical line is marked as 90° .

เล่มที่ 3 กิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์

3. เนื่องจากค่าใช้จ่ายในส่วนของน้ำมันดีเซลสูงถึง 0.42 เซตต่อลิตร เจ้าของเรื่อนิวเวฟ กำลังคิดว่า จะติดตั้งร่วมจูงเรือกับเรือของเขา
- จากการประมาณ พบว่าร่วมจูงเรือลักษณะนี้มีศักยภาพที่จะลดการใช้ น้ำมันดีเซลประมาณ 20% ของทั้งหมด

ชื่อเรือ: นิวเวฟ	
ประเภท: เรือบรรทุกสินค้า	
ความยาว: 117 เมตร	
ความกว้าง: 18 เมตร	
ขีดความสามารถบรรทุก: 12,000 ตัน	
อัตราเร็วสูงสุด: 19 น็อต	
การใช้น้ำมันดีเซลต่อปีโดยไม่มีร่มจูงเรือ:	
ประมาณ 3,500,000 ลิตร	

ค่าใช้จ่ายในการติดตั้งรวมจูนเรือกับเรือ นิวเวฟ เป็น 2,500,000 เซต

หลังติดตั้งรวมจูนเรือประมาณกี่ปี่ จึงจะทำให้ค่าน้ำมันดีเซลที่ประหยัดได้คุ้มกับการลงทุนติดตั้งรวมจูนเรือ

จงแสดงวิธีทำ

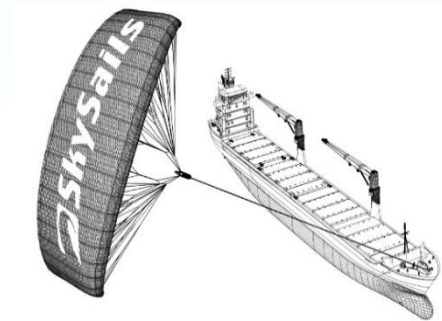
This image shows a full page of blank handwriting practice paper. It features multiple sets of horizontal lines across the entire page. Each set consists of three lines: a solid top line, a dashed middle line, and a solid bottom line. The background is white, and the lines are black. In the bottom right corner, there is a small, partially visible pink circular graphic element.

แนวคำตอบ

ใบกิจกรรม เรื่อง เรือเดินทะเล

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนอ่านสถานการณ์และตอบคำถามต่อไปนี้

ร้อยละ 95 ของการค้าโลกใช้การขนส่งทางทะเล ประมาณอย่างคร่าว ๆ มีเรือบรรทุกน้ำมัน เรือบรรทุกสินค้า เรือบรรทุกตู้สินค้า ประมาณ 50,000 ลำ เรือเหล่านี้ส่วนใหญ่ใช้น้ำมันดีเซลเป็นเชื้อเพลิง วิศวกรกำลังวางแผนเพื่อพัฒนาพลังงานลมช่วยในการเดินเรือ ข้อเสนอของพวกเขา คือ ให้ติดตั้งกังหันเรือไว้กับเรือและใช้พลังของลมช่วยลดการใช้ น้ำมันดีเซลและลดผลกระทบของเชื้อเพลิงที่มีต่อสิ่งแวดล้อม



- ข้อดีอย่างหนึ่งของการใช้กังหันเรือ คือ กังหันจะลอยที่ความสูง 150 ม. ที่ระดับความสูงนี้ อัตราเร็วลมจะมากกว่าข้างล่างที่เป็นดาดฟ้าเรือประมาณ 25% เมื่อวัดอัตราเร็วลมบนดาดฟ้าเรือได้ 24 กม./ชม. ลมที่พัดกังหันเรือมีอัตราเร็วประมาณเท่าใด จงแสดงวิธีทำ

ดูแนวคำตอบได้จากแนวคิดต่อไปนี้

(กระบวนการ: การใช้โน้ตสโนว์ ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา)

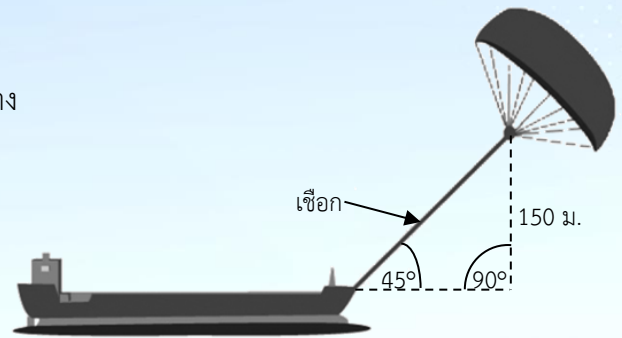
แนวคิด

วัดอัตราเร็วลมบนดาดฟ้าเรือได้ 24 กม./ชม. เมื่อใช้กังหันเรือกังหันจะลอยที่ความสูง 150 ม.

อัตราเร็วลมจะมากกว่าที่ดาดฟ้าเรือประมาณ 25% คิดเป็น $\frac{25}{100} \times 24 = 6$ กม./ชม.

ดังนั้น กังหันเรือมีอัตราเร็ว ประมาณ $24 + 6 = 30$ กม./ชม.

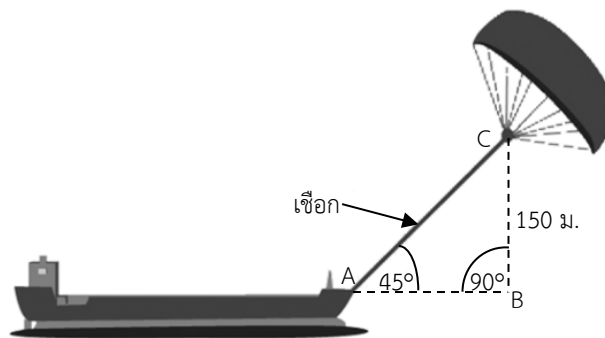
2. ในการลากเรือให้เชือกทำมุม 45° และร่มชูเรือมีความสูงในแนวตั้ง 150 ม. ดังแสดงในแผนภาพด้านข้าง ความยาวของเชือกที่ผูกกับร่มชูเรือยาวประมาณเท่าใด (ตอบเป็นจำนวนเต็ม) จงแสดงวิธีทำ



ดูแนวคำตอบได้จากแนวคิดต่อไปนี้

(กระบวนการ: การใช้โน้ตค้น ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา)

แนวคิด



จากรูป ให้ AC แทน ความยาวเชือก

เนื่องจาก $\hat{A} = 45^\circ$ และ $\hat{B} = 90^\circ$ จะได้ $\hat{C} = 180 - 90 - 45 = 45^\circ$

ดังนั้น $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหน้าจั่ว โดยที่ $\hat{B}$ เป็นมุมฉาก
จะได้ $AB = BC = 150$ เมตร

$$\begin{aligned} \text{จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ } AC^2 &= 150^2 + 150^2 \\ &= 22,500 + 22,500 \\ &= 45,000 \\ AC &= \sqrt{45,000} \approx 212.1 \end{aligned}$$

นั่นคือ เชือกที่ผูกกับร่มชูเรือยาวประมาณ 212 เมตร

หมายเหตุ : อาจหาคำตอบโดยใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติได้ดังนี้

จากรูป ให้ AC แทน ความยาวเชือก

$$\text{เนื่องจาก } \sin 45^\circ = \frac{BC}{AC}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{150}{AC}$$

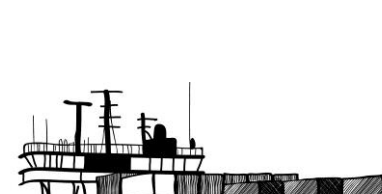
$$AC = 150\sqrt{2}$$

$$AC \approx 150(1.414) = 212.1 \text{ เมตร}$$

ดังนั้น เชือกที่ผูกกับรั้วสูงเรียวยาวประมาณ 212 เมตร

3. เนื่องจากค่าใช้จ่ายในส่วนของน้ำมันดีเซลสูงถึง 0.42 เซตต่อลิตร เจ้าของเรื่อนิวเวฟ กำลังคิดว่า จะติดตั้งร่วมจเรือกับเรือของเขา

จากการประมาณ พบว่าร้อยละ ๖๖ ของรถจักรยานยนต์ที่จดทะเบียนในประเทศไทย มีน้ำหนักบรรทุกเกินกว่าที่กำหนดไว้ ซึ่งจะทำให้รถจักรยานยนต์มีอายุการใช้งานที่สั้นลง และเพิ่มความเสี่ยงต่อการเกิดอุบัติเหตุ

ชื่อเรือ: นิวเวฟ	
ประเภท: เรือบรรทุกสินค้า	
ความยาว: 117 เมตร	
ความกว้าง: 18 เมตร	
ขีดความสามารถบรรทุก: 12,000 ตัน	
อัตราเร็วสูงสุด: 19 น็อต	
การใช้น้ำมันดีเซลต่อปีโดยไม่มีร่มจูงเรือ:	
ประมาณ 3,500,000 ลิตร	

ค่าใช้จ่ายในการติดตั้งร่วมจูงเรือกับเรือ นิวเวฟ เป็น 2,500,000 เซด

หลังติดตั้งร่วมจูงเรือประมาณกี่ปี จึงจะทำให้ค่าน้ำมันดีเซลที่ประหยัดได้คุ้มกับการลงทุนติดตั้งร่วมจูงเรือ

จงแสดงวิธีทำ

ดแนวคำตอบได้จากแนวคิดต่อไปนี้

(กระบวนการ: การคิด/แปลงสถานการณ์ปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์)

แนวคิด

การใช้น้ำมันดีเซลต่อปีโดยไม่มีร่วม: 3.5 ล้านลิตร ราคา 0.42 เซต/ลิตร

ค่าน้ำมันดีเซลโดยไม่มีร่ม 1,470,000 เซด

ถ้าประหยัดค่าใช้จ่ายได้ 20% โดยการติตรึม ทำให้ลดค่าใช้จ่ายไป $1,470,000 \times 0.2 = 294,000$ เซตต่อปี

ดังนั้น $2,500,000 \div 294,000 = 8.5$ นั่นคือ หลังจาก 9 ปี การติดตั้งเริ่มที่จะคุ้มค่า (ทางด้านการเงิน)

กิจกรรมที่ 14

รายวิชา การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างฉลาดรู้

ระดับ มัธยมศึกษาตอนต้น

เรื่อง พลังของลม

เวลาเรียน 1 คาบ

1. ความเชื่อมโยงกับตัวชี้วัดในหลักสูตรแกนกลาง

ค 1.1 ม.1/3, ค 1.3 ม.1/3, ค 2.1 ป.6/3 และ ค 2.2 ม.2/5

2. จุดประสงค์การเรียนรู้ ผู้เรียนสามารถ

- 1) ประเมินความสมเหตุสมผลของข้อความที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์สถานีผลิตไฟฟ้าพลังงานลม โดยวิเคราะห์จากข้อมูลในสถานการณ์
- 2) แก้ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์สถานีผลิตไฟฟ้าพลังงานลม
- 3) อธิบายหรือให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนหรือโต้แย้ง รวมถึงอธิบายกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสถานีผลิตไฟฟ้าพลังงานลมในสถานการณ์พลังของลม

3. กระบวนการ (PISA 2022)

- ☒ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- ☐ การคิด/แปลงสถานการณ์ปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์
- ☒ การใช้โมเดล ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา
- ☒ การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์

4. ความรู้ที่เกี่ยวข้อง

- 1) ร้อยละหรือเปอร์เซ็นต์ เป็นอัตราส่วนแสดงการเปรียบเทียบปริมาณใดปริมาณหนึ่งต่อ 100
- 2) สมการเชิงเส้นสองตัวแปร เป็นสมการที่เขียนอยู่ในรูปทั่วไปเป็น $Ax + By + C = 0$ เมื่อ x และ y เป็นตัวแปร A , B และ C เป็นค่าคงตัว โดยที่ A และ B ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน
- 3) ความยาวของเส้นรอบวงเท่ากับ $2\pi r$ เมื่อ r แทน รัศมีของวงกลม
- 4) ทฤษฎีบทพีทาโกรัส “สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก”

5. วัสดุ อุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้

- 1) รูปภาพกังหันลม พัดลม และกังหันลมผลิตไฟฟ้า
- 2) วิดีทัศน์ <https://www.youtube.com/shorts/XZAn8XSQ428> หรือ https://www.youtube.com/watch?v=T8_83cHOYjl
- 3) ใบกิจกรรม เรื่อง พลังของลม ตามจำนวนผู้เรียน คนละ 1 ชุด

6. การเตรียมตัวล่วงหน้าของผู้สอน

- 1) เตรียมวัสดุ อุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้สำหรับผู้เรียน
- 2) ศึกษาและตรวจสอบสื่อการเรียนรู้
- 3) ศึกษาขั้นตอนการจัดกิจกรรม

7. ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

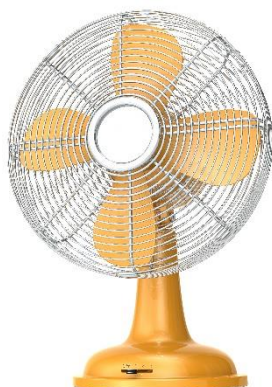
- 1) ผู้สอนเกริ่นนำเกี่ยวกับกังหันลม โดยให้ผู้เรียนพิจารณาภาพกังหันลม พัดลม และกังหันลมผลิตไฟฟ้า



จากนั้น ผู้สอนใช้การถามตอบกับผู้เรียนโดยใช้แนวคำถามดังนี้

- นักเรียนทราบหรือไม่ว่าภาพนี้คืออะไร และเล่นอย่างไร

แนวคำตอบ กังหันลมกระดาษ จะหมุนเมื่อมีลมพัด หรือเล่นโดยการเป่าลมเพื่อให้กังหันหมุน



- นักเรียนทราบหรือไม่ว่าภาพนี้คืออะไร

แนวคำตอบ พัดลม พัดลมตั้งโต๊ะ

- จากภาพพัดลม นักเรียนคิดว่าพัดลมมีส่วนประกอบอะไรที่คล้ายกับกังหันลม

แนวคำตอบ มีใบพัด

- นักเรียนคิดว่าพัดลมและกังหันลมกระดาษใช้พลังงานที่ทำให้ใบพัดหมุนเหมือนกันหรือไม่ อย่างไร

แนวคำตอบ แตกต่างกัน พัดลมใช้พลังงานไฟฟ้าในการหมุนใบพัด ส่วนกังหันลมกระดาษใช้พลังงานลมในการหมุนใบพัด



- นักเรียนทราบหรือไม่ว่าภาพนี้คืออะไร

แนวคำตอบ กังหันลมผลิตไฟฟ้า

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม: ในกรณีที่ผู้เรียนทำกิจกรรมได้เร็ว ผู้สอนสามารถให้ผู้เรียนศึกษาและทำกังหันลมกระดาษด้วยตนเอง โดยผู้สอนอาจเปิดวิดีโอจาก <https://www.youtube.com/shorts/XZAn8XSQ428> หรือ https://www.youtube.com/watch?v=T8_83cHOYjl

- 2) ผู้สอนแจกใบกิจกรรม เรื่อง พลังของลม ให้ผู้เรียนทุกคนศึกษาและทำความเข้าใจ ผู้สอนเปิดโอกาสให้ผู้เรียนสอบถามเกี่ยวกับข้อมูลที่ไม่เข้าใจ ทั้งนี้ผู้สอนอาจให้ผู้เรียนอภิปรายร่วมกันในประเด็นที่ไม่เข้าใจ และอาจเพิ่มเติมการตรวจสอบว่าผู้เรียนเข้าใจสถานการณ์หรือไม่ โดยการตั้งคำถามจากข้อมูลในสถานการณ์ เช่น

- ความยาวของใบพัดวัดจากตำแหน่งใดถึงตำแหน่งใด

แนวคำตอบ จากจุดหมุนถึงปลายของใบพัด

- “เขต” คืออะไร

แนวคำตอบ หน่วยของเงินที่ใช้ในสถานการณ์

- 3) ผู้สอนให้ผู้เรียนจับคู่และตอบคำถามข้อที่ 1 จากนั้นผู้สอนสุ่มผู้เรียนให้บอกคำตอบ พร้อมทั้งอธิบายเหตุผลประกอบคำตอบ และผู้สอนเฉลยคำตอบของคำถามข้อที่ 1
- 4) ผู้สอนให้ผู้เรียนแต่ละคู่ตอบคำถามข้อที่ 2 จากนั้นผู้สอนถามคำตอบของทุกคู่ และผู้สอนสุ่มผู้เรียนที่ได้อาสาตอบต่างออกมาแสดงวิธีคิดหน้าชั้นเรียน ผู้สอนเฉลยคำตอบที่ถูกต้อง และอธิบายคำตอบ
- 5) ผู้สอนให้ผู้เรียนจัดกลุ่ม กลุ่มละ 3 – 4 คน และให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันพิจารณาวิธีการหาคำตอบของคำถามข้อที่ 3 โดยผู้สอนใช้คำถามกระตุ้นความคิดของผู้เรียนก่อนที่ผู้เรียนจะเริ่มแก้ปัญหา เช่น
 - เสาคู่ใดใกล้กันมากที่สุด และสามารถหาระยะห่างระหว่างเสาคู่ที่อยู่ใกล้กันมากที่สุดได้อย่างไร

แนวคำตอบ เสาคู่ที่อยู่ที่มีมุมของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเล็กรูปเดียวกันอยู่ใกล้กันมากที่สุด และสามารถหาระยะห่างระหว่างเสาคู่ที่อยู่ใกล้กันมากที่สุดได้โดยการหาความยาวของเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมเล็ก

เมื่อผู้เรียนตอบคำถามแล้ว ผู้สอนอาจสุ่มผู้เรียนให้บอกคำตอบพร้อมแนวคิด ทั้งนี้ ผู้สอนควรกระตุ้นให้ผู้เรียนที่เหลื้ตรวจสอบคำตอบของตนเองและเปิดโอกาสให้ผู้เรียนให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนคำตอบของเพื่อนหรือโต้แย้งในกรณีที่คำตอบไม่ตรงกัน เช่น ผู้สอนอาจใช้คำถามว่า

- นักเรียนได้คำตอบเหมือนเพื่อนหรือไม่
- นักเรียนคิดว่าคำตอบของเพื่อนถูกหรือผิด เพราะเหตุใด

จากนั้น ผู้สอนเฉลยคำตอบของคำถามข้อที่ 3 พร้อมทั้งอธิบายวิธีหาคำตอบ

- 6) ผู้สอนให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มตอบคำถามข้อที่ 4 โดยมีวิธีการจัดกิจกรรมในการทำงานเดียวกันกับคำถามข้อที่ 3 ทั้งนี้ เมื่อผู้เรียนพิจารณาวิธีหาคำตอบของคำถามข้อที่ 4 แล้ว ผู้สอนอาจใช้คำถามกระตุ้นความคิดของผู้เรียนก่อนที่ผู้เรียนจะเริ่มแก้ปัญหา เช่น

- ในขณะที่ก้งหันหมุน จะเห็นเป็นรูปเรขาคณิตใด

แนวคำตอบ วงกลม

- นักเรียนใช้ความรู้เรื่องอะไรบ้างในการตอบคำถามข้อที่ 4

แนวคำตอบ อัตราเร็ว ความยาวของเส้นรอบวง การเปลี่ยนหน่วยของเวลา

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม: ผู้สอนอาจจัดกลุ่มผู้เรียนกลุ่มละ 3 – 4 คน แบบคณะกรรมการ แล้วจัดกิจกรรมแบบการแข่งขันระหว่างกลุ่ม โดยแจกใบกิจกรรมและให้ผู้เรียนตอบคำถามที่ละหนึ่งคำถาม

- 7) ผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันสรุปผลจากการปฏิบัติกิจกรรม โดยมีแนวทางการสรุปดังนี้
- ผู้เรียนได้ใช้ความรู้เกี่ยวกับร้อยละ สมการเชิงเส้นสองตัวแปร ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และความยาวของเส้นรอบวงในการแก้ปัญหาที่กำหนด และได้ฝึกทักษะการให้เหตุผลและการแก้ปัญหา

8. ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมสำหรับผู้สอน

- 1) หากเวลาการจัดกิจกรรมไม่เพียงพอ ผู้สอนสามารถจัดกิจกรรมตามขั้นตอนที่เหลือให้ผู้เรียนในคาบเรียนถัดไป
- 2) หากจัดกิจกรรมเสร็จแล้ว และพอมีเวลาเหลือ ผู้สอนสามารถเลือกแนวทางการจัดกิจกรรมอื่นที่อยู่ในภาคผนวก ก มาจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนตามความเหมาะสม

9. แหล่งการเรียนรู้เพิ่มเติม

- 1) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 (สสวท.)
- 2) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เล่ม 2 (สสวท.)
- 3) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เล่ม 1 (สสวท.)

10. การวัดและประเมินผล

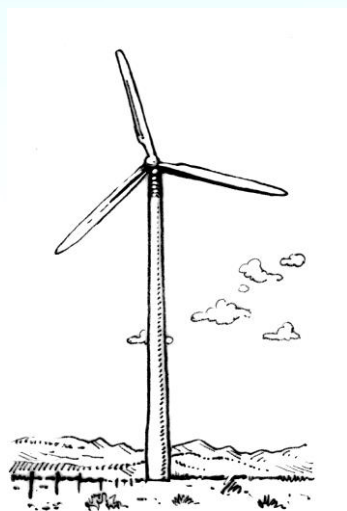
จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
1) ประเมินความสมเหตุสมผลของข้อความที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์สถานีผลิตไฟฟ้าพลังงานลม โดยวิเคราะห์จากข้อมูลในสถานการณ์	• พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม	• ใบกิจกรรม เรื่อง พลังของลม คำถามข้อที่ 1	• ตอบคำถามข้อที่ 1 ได้ถูกต้องตั้งแต่ 3 ข้อขึ้นไป จากทั้งหมด 4 ข้อ
2) แก้ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์สถานีผลิตไฟฟ้าพลังงานลม	• พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม	• ใบกิจกรรม เรื่อง พลังของลม คำถามข้อที่ 2 – 4	• อธิบายแนวคิดในการหาคำตอบของคำถามข้อที่ 2 – 4 ได้อย่างสมเหตุสมผล และเพียงพอที่จะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง ตั้งแต่ 2 ข้อขึ้นไป จากทั้งหมด 3 ข้อ
3) อธิบายหรือให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนหรือโต้แย้ง รวมถึงอธิบายกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสถานการณ์ผลิตไฟฟ้าพลังงานลมในสถานการณ์พลังของลม	• พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม • สังเกตพฤติกรรมการให้เหตุผลจากการตอบคำถามหรืออภิปรายในชั้นเรียน	• ใบกิจกรรม เรื่อง พลังของลม คำถามข้อที่ 3 • แบบประเมินพฤติกรรมการให้เหตุผล	• อธิบายแนวคิดในการหาคำตอบของคำถามข้อที่ 3 ได้อย่างสมเหตุสมผล และเพียงพอที่จะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง • ได้ระดับพอใช้ขึ้นไปเมื่อพิจารณาในภาพรวมของทั้งภาคการศึกษา (ดูภาคผนวก ข)

หมายเหตุ เกณฑ์ที่กำหนดไว้ข้างต้น ถือเป็นเกณฑ์ในระดับที่คาดหวัง ในกรณีที่ผู้เรียนทำได้น้อยกว่าเกณฑ์ที่กำหนด ผู้สอนต้องพิจารณาเสริมกระบวนการในด้านนั้นเพิ่มเติม

ชื่อ ห้อง เลขที่

ใบกิจกรรม เรื่อง พลังของลม

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนอ่านสถานการณ์และตอบคำถามต่อไปนี้



เมืองเซตทาวน์ กำลังพิจารณาสร้างสถานีผลิตไฟฟ้าพลังลม
เพื่อผลิตกระแสไฟฟ้า

สภาเทศบาลเมืองเซตทาวน์ ได้รวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับรุ่นต่อไปนี้

รุ่น:	E-82
ความสูงของเสา:	138 เมตร
จำนวนใบพัด:	3
ความยาวของใบพัด:	40 เมตร
อัตราเร็วสูงสุดของการหมุน:	20 รอบต่อนาที
ค่าใช้จ่ายในการก่อสร้าง:	3,200,000 เซด
ผลตอบแทน:	0.10 เซดต่อการผลิต 1 กิโลวัตต์-ชั่วโมง (kWh)
ค่าบำรุงรักษา:	0.01 เซดต่อการผลิต 1 กิโลวัตต์-ชั่วโมง (kWh)
ประสิทธิภาพ:	ทำงานได้ 97% ของปี

หมายเหตุ: กิโลวัตต์-ชั่วโมง (kWh) เป็นหน่วยวัดกำลังไฟฟ้า

1. จงตัดสินใจว่าข้อความต่อไปนี้ซึ่งเกี่ยวกับสถานีผลิตไฟฟ้าพลังลมรุ่น E-82 สามารถสรุปได้จากข้อมูลที่กำหนดให้ใช่หรือไม่ จงเขียนวงกลมล้อมรอบคำว่า “ใช่” หรือ “ไม่ใช่” ในแต่ละข้อความ

ข้อความ	ข้อความนี้สามารถสรุปได้จากข้อมูลที่กำหนดให้ใช่หรือไม่
1) การสร้างสถานีผลิตไฟฟ้าพลังลมสามสถานีจะเสียค่าใช้จ่ายทั้งหมดมากกว่า 8,000,000 เซด	ใช่ / ไม่ใช่
2) ค่าบำรุงรักษาสถานีผลิตไฟฟ้าพลังลมประมาณ 5% ของผลตอบแทนโดยประมาณ	ใช่ / ไม่ใช่
3) ค่าบำรุงรักษาสถานีผลิตไฟฟ้าพลังลมขึ้นอยู่กับปริมาณไฟฟ้าทั้งหมดที่ผลิตได้ในหน่วย กิโลวัตต์-ชั่วโมง (kWh)	ใช่ / ไม่ใช่
4) ในหนึ่งปีมี 97 วันพอดิ ที่สถานีผลิตไฟฟ้าพลังลมไม่ทำงาน	ใช่ / ไม่ใช่

2. เมืองเซดทาวนต้องการประมาณค่าใช้จ่ายและกำไรที่จะเกิดขึ้นจากการสร้างสถานีผลิตไฟฟ้าพลังลมนี้ นายกเทศมนตรีของเมืองเซดทาวนเสนอสูตรต่อไปนี้ เพื่อเป็นการประมาณรายได้ (F เซด) ในระยะเวลาที่ใช้งาน (y ปี) ถ้าพวกเขาสร้างสถานีผลิตไฟฟ้าตามรุ่น E-82

$$F = 400,000y - 3,200,000$$

กำไรจากการผลิต
ไฟฟ้าต่อปี

ค่าใช้จ่ายในการสร้าง
สถานีผลิตไฟฟ้าพลังลม

จากสูตรของนายกเทศมนตรี จำนวนปีอย่างน้อยที่สุดเป็นเท่าใด เพื่อที่จะให้การผลิตไฟฟ้าคุ้มกับค่าใช้จ่ายในการก่อสร้างสถานีผลิตไฟฟ้าพลังลม จงแสดงวิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

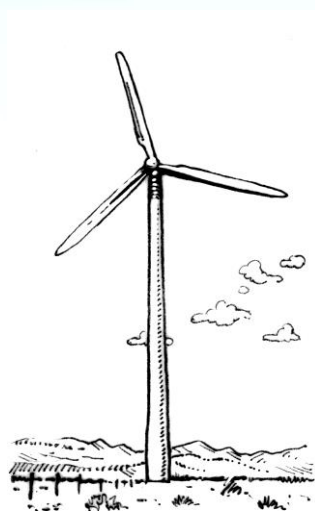
.....

.....

แนวคำตอบ

ใบกิจกรรม เรื่อง พลังของลม

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนอ่านสถานการณ์และตอบคำถามต่อไปนี้



เมืองเซตทาวน์ กำลังพิจารณาสร้างสถานีผลิตไฟฟ้าพลังลม เพื่อผลิตกระแสไฟฟ้า

สภาเทศบาลเมืองเซตทาวน์ ได้รวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับรุ่นต่อไปนี้

รุ่น:	E-82
ความสูงของเสา:	138 เมตร
จำนวนใบพัด:	3
ความยาวของใบพัด:	40 เมตร
อัตราเร็วสูงสุดของการหมุน:	20 รอบต่อนาที
ค่าใช้จ่ายในการก่อสร้าง:	3,200,000 เซต
ผลตอบแทน:	0.10 เซตต่อการผลิต 1 กิโลวัตต์-ชั่วโมง (kWh)
ค่าบำรุงรักษา:	0.01 เซตต่อการผลิต 1 กิโลวัตต์-ชั่วโมง (kWh)
ประสิทธิภาพ:	ทำงานได้ 97% ของปี

หมายเหตุ: กิโลวัตต์-ชั่วโมง (kWh) เป็นหน่วยวัดกำลังไฟฟ้า

1. จงตัดสินใจว่าข้อความต่อไปนี้ซึ่งเกี่ยวกับสถานีผลิตไฟฟ้าพลังลมรุ่น E-82 สามารถสรุปได้จากข้อมูลที่กำหนดให้ใช่หรือไม่ จงเขียนวงกลมล้อมรอบคำว่า “ใช่” หรือ “ไม่ใช่” ในแต่ละข้อความ

ข้อความ	ข้อความนี้สามารถสรุปได้จากข้อมูลที่กำหนดให้ใช่หรือไม่
1) การสร้างสถานีผลิตไฟฟ้าพลังลมสามสถานีจะเสียค่าใช้จ่ายทั้งหมดมากกว่า 8,000,000 เซต	ใช่ / ไม่ใช่
2) ค่าบำรุงรักษาสถานีผลิตไฟฟ้าพลังลมประมาณ 5% ของผลตอบแทนโดยประมาณ	ใช่ / ไม่ใช่
3) ค่าบำรุงรักษาสถานีผลิตไฟฟ้าพลังลมขึ้นอยู่กับปริมาณไฟฟ้าทั้งหมดที่ผลิตได้ในหน่วยกิโลวัตต์-ชั่วโมง (kWh)	ใช่ / ไม่ใช่
4) ในหนึ่งปีมี 97 วันพอดี ที่สถานีผลิตไฟฟ้าพลังลมไม่ทำงาน	ใช่ / ไม่ใช่

(กระบวนการ: การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์)

แนวคิด

พิจารณาข้อความในแต่ละข้อได้ดังนี้

ข้อความ 1) ใช่ เพราะว่า ค่าใช้จ่ายในการก่อสร้างคือ 3,200,000 เซต/สถานี
 ค่าใช้จ่ายในการก่อสร้าง 3 สถานี เท่ากับ $3,200,000 \times 3 = 9,600,000$ เซต
 ซึ่งมากกว่า 8,000,000 เซต

ข้อความ 2) ไม่ใช่ เพราะว่า ค่าบำรุงรักษาคือ 0.01 เซต/การผลิต 1 kWh
 และผลตอบแทนคือ 0.10 เซต/การผลิต 1 kWh

$$\text{ดังนั้น ค่าบำรุงรักษาคิดเป็น } \frac{0.01}{0.1} \times 100 = 10\% \text{ ของผลตอบแทน}$$

ข้อความ 3) ใช่ เพราะว่า จากข้อมูล ค่าบำรุงรักษาคือ 0.01 เซต/การผลิต 1 kWh

ข้อความ 4) ไม่ใช่ เพราะว่า ประสิทธิภาพของสถานีผลิตไฟฟ้าพลังลมคือ ทำงานได้ 97% ของปี
 นั่นคือ สถานีไม่ทำงานคิดเป็น 3% ต่อปี

$$\text{เนื่องจาก } \frac{3}{100} \times 365 = 10.95$$

ดังนั้น ในหนึ่งปีมีประมาณ 11 วัน ที่สถานีผลิตไฟฟ้าพลังลมไม่ทำงาน

2. เมืองเซตทาว์นต้องการประมาณค่าใช้จ่ายและกำไรที่จะเกิดขึ้นจากการสร้างสถานีผลิตไฟฟ้าพลังลมนี้ นายกเทศมนตรีของเมืองเซตทาว์นเสนอสูตรต่อไปนี้ เพื่อเป็นการประมาณรายได้ (F เซต) ในระยะเวลาที่ใช้งาน (y ปี) ถ้าพวกเขาสร้างสถานีผลิตไฟฟ้าตามรุ่น E-82

$$F = 400,000y - 3,200,000$$

กำไรจากการผลิต
ไฟฟ้าต่อปี

ค่าใช้จ่ายในการสร้าง
สถานีผลิตไฟฟ้าพลังลม

จากสูตรของนายกเทศมนตรี จำนวนปีอย่างน้อยที่สุดเป็นเท่าใด เพื่อที่จะให้การผลิตไฟฟ้าคุ้มกับค่าใช้จ่ายในการก่อสร้างสถานีผลิตไฟฟ้าพลังลม จงแสดงวิธีทำ

ดูแนวคำตอบได้จากแนวคิดต่อไปนี้

(กระบวนการ: การใช้โมเดล ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา)

แนวคิด

การผลิตไฟฟ้าจะคุ้มกับค่าใช้จ่ายในการก่อสร้างสถานีผลิตไฟฟ้าพลังลม เมื่อกำไรจากการผลิตตั้งแต่เริ่มต้นใช้งาน เท่ากับค่าใช้จ่ายในการสร้างสถานี

นั่นคือ เมื่อค่าประมาณของรายได้ (F) เท่ากับ 0 เซต

จาก $F = 400,000y - 3,200,000$

แทน F ด้วย 0 จะได้ $0 = 400,000y - 3,200,000$

$$y = 8$$

ดังนั้น จำนวนปีที่น้อยที่สุดที่ทำให้การผลิตไฟฟ้าคุ้มกับค่าใช้จ่ายในการก่อสร้างสถานีคือ 8 ปี

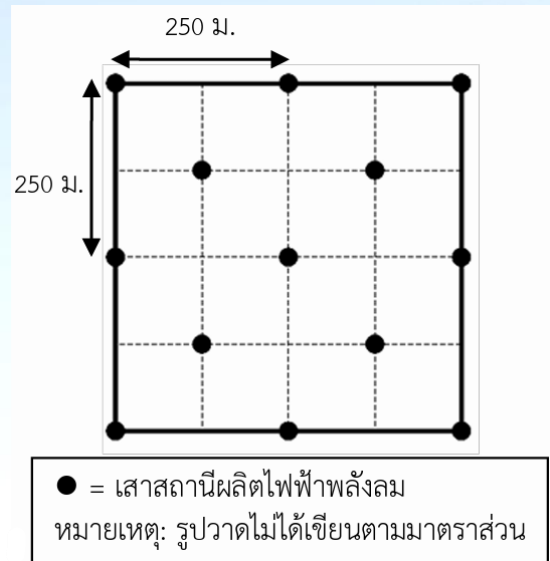
3. เมืองเซตทาวน์ได้ตัดสินใจสร้างสถานีผลิตไฟฟ้า

พลังลม E-82 ในพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส

(ความยาว = ความกว้าง = 500 ม.)

ตามข้อกำหนดในการก่อสร้าง ระยะห่างที่น้อยที่สุด
ระหว่างเสาสองเสาของสถานีผลิตไฟฟ้าพลังลมรุ่นนี้
ต้องมีระยะห่างกันเป็นห้าเท่าของความยาวของใบพัด

นายกเทศมนตรีได้ให้ข้อเสนอแนะถึงวิธีจัดวางสถานี
ผลิตไฟฟ้าพลังลมในพื้นที่ ซึ่งแสดงไว้ในแผนภาพด้านข้าง



3.1 จากแผนภาพ ระยะห่างของแต่ละเสาเป็นไปตามข้อกำหนดในการก่อสร้างหรือไม่

ไม่เป็นไปตามที่กำหนด

3.2 จงแสดงวิธีการคำนวณหาระยะห่างของแต่ละเสา เพื่อสนับสนุนคำตอบในข้อ 3.1

ดูแนวคำตอบได้จากแนวคิดต่อไปนี้

(กระบวนการ: การใช้โน้ตค้น ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา)

แนวคิด

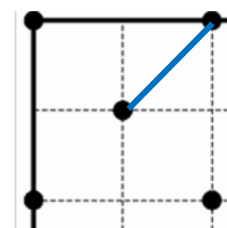
ห้าเท่าของความยาวของใบพัดคือ $5 \times 40 = 200$ เมตร

ระยะห่างระหว่างเสาที่อยู่ใกล้ที่สุดแสดงด้วยเส้นสีน้ำเงิน

ซึ่งเป็นเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีด้านยาวด้านละ 125 เมตร

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ว่า เส้นทแยงมุมยาว

$\sqrt{125^2 + 125^2} \approx 176.78$ เมตร ซึ่งน้อยกว่า 200 เมตร



4. ปลายใบพัดของสถานีผลิตไฟฟ้าพลังลมเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วสูงสุดเท่าใด จงอธิบายกระบวนการหาคำตอบของนักเรียน และเขียนคำตอบในหน่วยกิโลเมตรต่อชั่วโมง (กม./ชม.) โดยให้นักเรียนย้อนกลับไปใช้ข้อมูลของรุ่น E-82

ดูแนวคำตอบได้จากแนวคิดต่อไปนี้

(กระบวนการ: การใช้โมเดล ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา)

แนวคิด

เมื่อใบพัดหมุน ปลายใบพัดจะเคลื่อนที่ตามแนววงกลม

จาก ความยาวของใบพัดคือ 40 เมตร

ใน 1 รอบ ของการหมุน ปลายใบพัดเคลื่อนที่เป็นระยะทาง $2\pi r = 2 \times \pi \times 40 = 80\pi$ เมตร

จากอัตราเร็วสูงสุดของการหมุนคือ 20 รอบต่อนาที

ใน 1 นาที ปลายใบพัดเคลื่อนที่เป็นระยะทาง $80\pi \times 20 = 1600\pi$ เมตร หรือ 1.6π กิโลเมตร

ใน 1 ชั่วโมง ปลายใบพัดเคลื่อนที่เป็นระยะทาง $1.6\pi \times 60 = 96\pi \approx 96 \times 3.14 = 301.44$ กิโลเมตร

ดังนั้น ปลายใบพัดของสถานีผลิตไฟฟ้าพลังลมเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วสูงสุดประมาณ

301.44 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

กิจกรรมที่ 15

รายวิชา การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างฉลาดรู้

ระดับ มัธยมศึกษาตอนต้น

เรื่อง ประตูลม

เวลาเรียน 1 คาบ

1. ความเชื่อมโยงกับตัวชี้วัดในหลักสูตรแกนกลาง

ค 2.1 ป.6/3 และ ค 2.2 ม.3/3

2. จุดประสงค์การเรียนรู้ ผู้เรียนสามารถ

- 1) ระบุขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางของส่วนโค้งของวงกลมของประตูลม
- 2) ใช้ความรู้เกี่ยวกับความยาวของเส้นรอบวงในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับความยาวของส่วนโค้งของวงกลมในสถานการณ์ประตูลม
- 3) สร้างแบบจำลองจากข้อมูลที่กำหนดเพื่อแก้ปัญหาในสถานการณ์ประตูลม
- 4) อธิบายหรือให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนหรือโต้แย้ง รวมถึงอธิบายกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์ประตูลม

3. กระบวนการ (PISA 2022)

- ☒ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- ☒ การคิด/แปลงสถานการณ์ปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์
- ☒ การใช้โมเดล ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา
- ☐ การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์

4. ความรู้ที่เกี่ยวข้อง

วงกลม เป็นรูปเรขาคณิตบนระนาบ แต่ละจุดบนรูปเรขาคณิตนี้อยู่ห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่งบนระนาบเดียวกันเป็นระยะเท่ากัน เรียกจุดคงที่นี้ว่า จุดศูนย์กลางของวงกลม และเรียกระยะที่เท่ากันนี้ว่า รัศมีของวงกลม มุมรอบจุดศูนย์กลางของวงกลมมีขนาด 360 องศา และความยาวของเส้นรอบวง หาได้จาก $2\pi r$ เมื่อ r แทน รัศมีของวงกลม

5. วัสดุ อุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้

- 1) ภาพตัวอย่างส่วนต่าง ๆ ของวงกลม
- 2) วิดีทัศน์ https://www.youtube.com/watch?v=d5Oc4vL_jbY
- 3) ใบกิจกรรม เรื่อง ประตูลม ตามจำนวนผู้เรียน คนละ 1 ชุด

6. การเตรียมตัวล่วงหน้าของผู้สอน

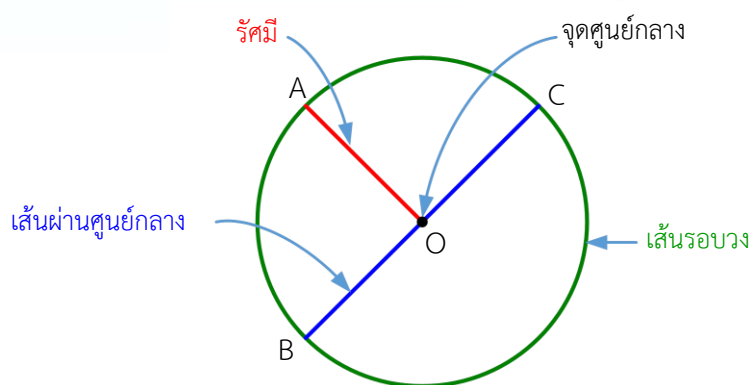
- 1) เตรียมวัสดุ อุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้สำหรับผู้เรียน
- 2) ศึกษาและตรวจสอบสื่อการเรียนรู้
- 3) ศึกษาขั้นตอนการจัดกิจกรรม

7. ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

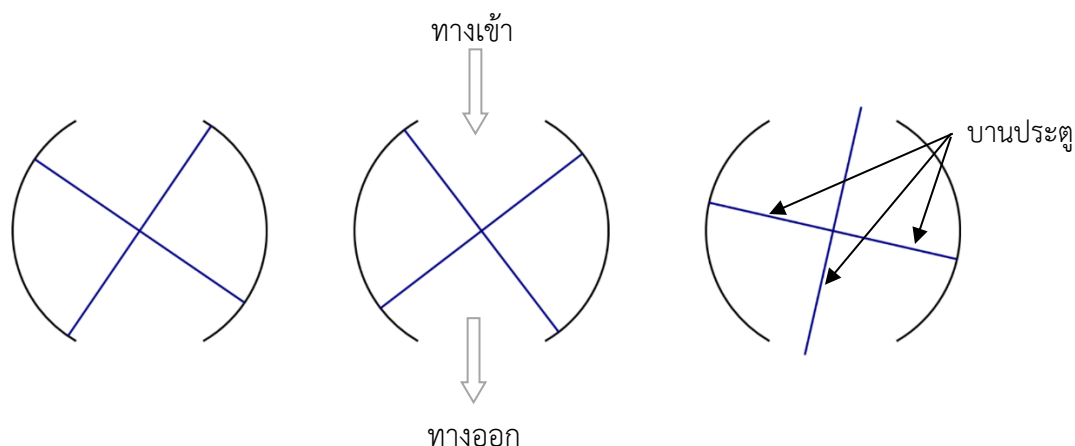
- 1) ผู้สอนนำผู้เรียนสนทนาเกี่ยวกับวงกลมในชีวิตจริง โดยให้ผู้เรียนยกตัวอย่างสิ่งที่มีลักษณะคล้ายวงกลม

แนวคำตอบ มีคำตอบได้หลากหลาย เช่น จานรองแก้ว เหรียญ โดนนัท ฯลฯ

จากนั้นผู้สอนให้ผู้เรียนดูภาพตัวอย่างพร้อมอธิบายส่วนต่าง ๆ ของวงกลม ดังภาพ



- 2) ผู้สอนแนะนำให้ผู้เรียนรู้จักกับประตูหมุน โดยผู้สอนเปิดวิดีโอจาก https://www.youtube.com/watch?v=d5Oc4vL_jbY
- 3) ผู้สอนยกตัวอย่างสถานการณ์ของประตูหมุนที่ประกอบด้วยประตู 4 บาน ซึ่งหมุนภายในพื้นที่รูปวงกลม มีลักษณะดังรูป แล้วให้ผู้เรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับการเข้า-ออกอาคารผ่านประตูหมุน



จากนั้นผู้สอนให้ผู้เรียนช่วยกันตอบคำถาม โดยใช้แนวคำถามดังนี้

- มุมรอบจุดศูนย์กลางมีขนาดเท่าใด

แนวคำตอบ 360 องศา

- ประตูลมมีการแบ่งพื้นที่วงกลมออกเป็นสี่ส่วนที่เท่ากัน

แนวคำตอบ 4 ส่วน

- ถ้าเราต้องการทราบขนาดของมุมที่อยู่ระหว่างประตูคู่หนึ่ง เราจะหาได้อย่างไร

แนวคำตอบ บานประตูแบ่งวงกลมออกเป็นสี่ส่วนที่เท่ากัน มุมระหว่างบานประตูสองบานที่อยู่ติดกันมีขนาดเท่ากับ $360 \div 4 = 90$ องศา

- 3) ผู้สอนแจกใบกิจกรรม เรื่อง ประตูลม ให้ผู้เรียนตอบคำถามข้อที่ 1 เพื่อตรวจสอบความเข้าใจในการหาขนาดของมุมระหว่างบานประตูสองบาน จากนั้นผู้สอนสุ่มผู้เรียนให้บอกคำตอบและแนวคิดในการหาคำตอบ แล้วผู้สอนจึงเฉลยคำตอบ

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม: ในกรณีที่ไม่มีผู้เรียนให้คำตอบของคำถามข้อที่ 1 เป็น 240 องศา ผู้สอนอาจนำผู้เรียนอภิปรายร่วมกันว่ามีคำตอบอื่นที่นอกเหนือจากคำตอบนี้หรือไม่

- 4) ผู้สอนให้ผู้เรียนพิจารณาคำถามข้อที่ 2 จากนั้นผู้สอนอาจใช้คำถามนำเพื่อช่วยแนะแนวทางผู้เรียน เช่น
- ถ้าไม่ต้องการให้อากาศไหลผ่านได้ตลอดระหว่างทางเข้าและทางออก แล้วส่วนโค้งที่เป็นเส้นทึบแต่ละด้านควรมีความยาวเป็นกี่ส่วนเมื่อเทียบกับเส้นรอบวง

แนวคำตอบ มีความยาวด้านละ 1 ใน 3 ส่วนของเส้นรอบวง

- ส่วนโค้งที่เป็นเส้นประแต่ละด้านควรมีความยาวเป็นกี่ส่วนเมื่อเทียบกับเส้นรอบวง

แนวคำตอบ มีความยาวด้านละ 1 ใน 6 ส่วนของเส้นรอบวง

ผู้สอนให้ผู้เรียนตอบคำถามข้อที่ 2 จากนั้นผู้สอนเฉลยคำตอบแล้วให้ผู้เรียนที่ตอบถูกอธิบายแนวคิดของตนเองให้เพื่อนฟัง

- 5) ผู้สอนให้ผู้เรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3 คน แล้วช่วยกันตอบคำถามข้อที่ 3 โดยในระหว่างที่ผู้เรียนทำกิจกรรม ผู้สอนต้องคอยสังเกต ให้คำแนะนำหรือให้ความช่วยเหลือในกรณีที่ผู้เรียนไม่สามารถหาคำตอบที่ถูกต้องได้ จากนั้น เมื่อผู้เรียนตอบคำถามเรียบร้อยแล้ว ผู้สอนเลือกผู้เรียนที่มีแนวทางการหาคำตอบแตกต่างกันออกมานำเสนอหน้าชั้น แล้วให้ผู้เรียนร่วมกันอภิปรายการหาคำตอบดังกล่าว
- 6) ผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันสรุปผลจากการปฏิบัติกิจกรรม โดยมีแนวทางในการสรุปกิจกรรมดังนี้
- ผู้เรียนได้ใช้ความรู้เกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมและความยาวของเส้นรอบวงในการแก้ปัญหาที่กำหนด และได้ฝึกทักษะการให้เหตุผลและการแก้ปัญหา

8. ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมสำหรับผู้สอน

- 1) หากเวลาการจัดกิจกรรมไม่เพียงพอ ผู้สอนสามารถจัดกิจกรรมตามขั้นตอนที่เหลือให้ผู้เรียนในคาบเรียนถัดไป
- 2) หากจัดกิจกรรมเสร็จแล้ว และพอมีเวลาเหลือ ผู้สอนสามารถเลือกแนวทางการจัดกิจกรรมอื่นที่อยู่ในภาคผนวก ก มาจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนตามความเหมาะสม

9. แหล่งการเรียนรู้เพิ่มเติม

- 1) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 (สสวท.)
- 2) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เล่ม 2 (สสวท.)

10. การวัดและประเมินผล

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
1) ระบุขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางของส่วนโค้งของวงกลมของประตูปวง	• พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม	• ใบกิจกรรม เรื่อง ประตูปวง คำถามข้อที่ 1	• ตอบคำถามข้อที่ 1 ได้ถูกต้อง
2) ใช้ความรู้เกี่ยวกับความยาวของเส้นรอบวงในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับความยาวของส่วนโค้งของวงกลมในสถานการณ์ประตูปวง	• พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม	• ใบกิจกรรม เรื่อง ประตูปวง คำถามข้อที่ 2	• อธิบายแนวคิดในการหาคำตอบของคำถามข้อที่ 2 ได้อย่างสมเหตุสมผล และเพียงพอที่จะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง
3) สร้างแบบจำลองจากข้อมูลที่กำหนดเพื่อแก้ปัญหาในสถานการณ์ประตูปวง	• พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม	• ใบกิจกรรม เรื่อง ประตูปวง คำถามข้อที่ 3	• อธิบายแนวคิดในการหาคำตอบของคำถามข้อที่ 3 ได้อย่างสมเหตุสมผล และเพียงพอที่จะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง
4) อธิบายหรือให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนหรือโต้แย้ง รวมถึงอธิบายกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์ประตูปวง	• สังเกตพฤติกรรม การให้เหตุผลจากการตอบคำถามหรืออภิปรายในชั้นเรียน	• แบบประเมิน พฤติกรรมการให้เหตุผล	• ได้ระดับพอใช้ขึ้นไป เมื่อพิจารณาในภาพรวมของทั้งภาคการศึกษา (ดูภาคผนวก ข)

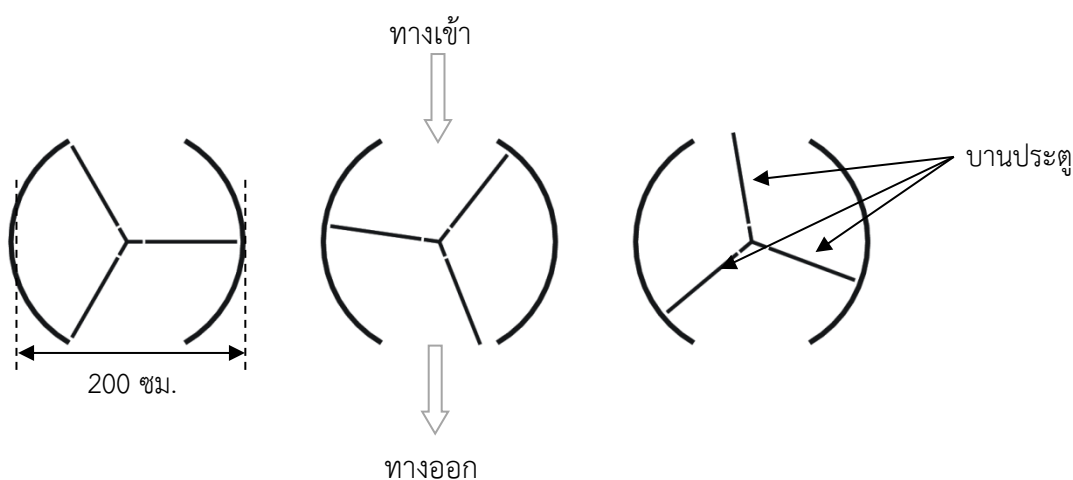
หมายเหตุ เกณฑ์ที่กำหนดไว้ข้างต้น ถือเป็นเกณฑ์ในระดับที่คาดหวัง ในกรณีที่ผู้เรียนทำได้น้อยกว่าเกณฑ์ที่กำหนด ผู้สอนต้องพิจารณาเสริมกระบวนการในด้านนั้นเพิ่มเติม

ชื่อ ห้อง เลขที่

ใบกิจกรรม เรื่อง ประตูลมุน

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนอ่านสถานการณ์และตอบคำถามต่อไปนี้

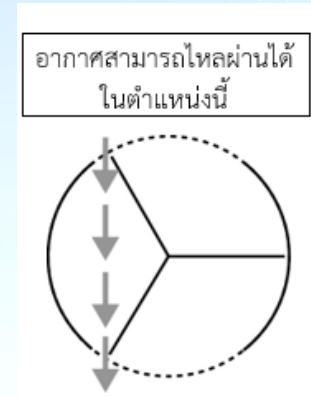
ประตูลมุน ประกอบด้วยบานประตูสามบาน ซึ่งหมุนภายในพื้นที่รูปวงกลม เส้นผ่านศูนย์กลางด้านในของพื้นที่นี้เป็น 2 เมตร (200 เซนติเมตร) บานประตูสามบานแบ่งพื้นที่วงกลมออกเป็นสามส่วนที่เท่ากัน แบบแปลนข้างล่างแสดงบานประตูในตำแหน่งที่แตกต่างกันสามตำแหน่งเมื่อมองจากด้านบน



1. บานประตูสองบานทำมุมกันมีขนาดของมุมในหน่วยองศาเป็นเท่าใด

ตอบ องศา

2. ประตูที่เปิดออกสองด้าน (เส้นโค้งที่เป็นเส้นประในแผนภาพ) มีขนาดเท่ากัน ถ้าส่วนที่เปิดนี้กว้างเกินไป บานประตูหมุนจะไม่สามารถปิดช่องว่างได้สนิท และอากาศจะสามารถไหลผ่านได้ตลอดระหว่างทางเข้าและทางออก ซึ่งเป็นสาเหตุทำให้สูญเสียความร้อนหรือรับความร้อนที่ไม่ต้องการได้ ดังแสดงในแผนภาพด้านข้าง
- ประตูที่เปิดออกแต่ละด้านจะมีความยาวของเส้นโค้งที่มากที่สุดเป็นเท่าใดในหน่วยเซนติเมตร (ซม.) จึงจะทำให้อากาศไม่ไหลผ่านได้ตลอดระหว่างทางเข้าและทางออก จงแสดงวิธีทำ



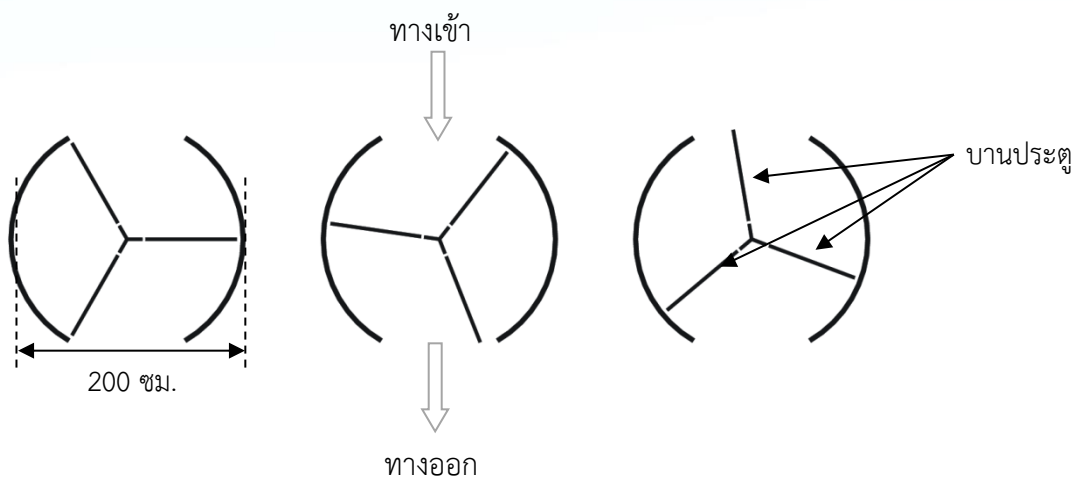
3. ประตูหมุนครบ 4 รอบในหนึ่งนาที แต่ละส่วนของประตูทั้งสามส่วนจะมีที่ว่างพอสำหรับรองรับคนได้มากที่สุดสองคน
- ในเวลา 30 นาที มีคนที่สามารถผ่านประตูเข้าสู่อาคารได้มากที่สุดกี่คน จงแสดงวิธีทำ

แนวคำตอบ

ใบกิจกรรม เรื่อง ประตูลมุน

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนอ่านสถานการณ์และตอบคำถามต่อไปนี้

ประตูลมุน ประกอบด้วยบานประตูสามบาน ซึ่งหมุนภายในพื้นที่รูปวงกลม เส้นผ่านศูนย์กลางด้านในของพื้นที่นี้เป็น 2 เมตร (200 เซนติเมตร) บานประตูสามบานแบ่งพื้นที่วงกลมออกเป็นสามส่วนที่เท่ากัน แบบแปลนข้างล่างแสดงบานประตูในตำแหน่งที่แตกต่างกันสามตำแหน่งเมื่อมองจากด้านบน



1. บานประตูสองบานทำมุมกันมีขนาดของมุมในหน่วยองศาเป็นเท่าใด

ตอบ 120 องศา

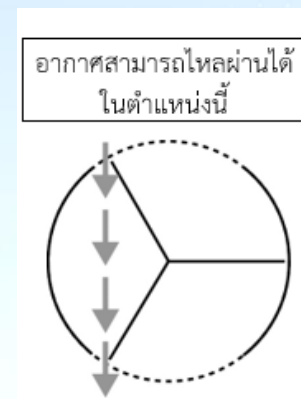
(กระบวนการ: การใช้โน้ตค้น ข้อเท็จจริง วิธีการ และ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา)

แนวคิด

มุมรอบจุดศูนย์กลางของวงกลมมีขนาด 360 องศา

ประตูมี 3 บาน ดังนั้นบานประตูสองบานทำมุมกันมีขนาดของมุม $360 \div 3 = 120$ องศา

2. ประตูที่เปิดออกสองด้าน (เส้นโค้งที่เป็นเส้นประในแผนภาพ) มีขนาดเท่ากัน ถ้าส่วนที่เปิดนี้กว้างเกินไป บานประตูหมุนจะไม่สามารถปิดช่องว่างได้สนิท และอากาศจะสามารถไหลผ่านได้ตลอดระหว่างทางเข้าและทางออก ซึ่งเป็นสาเหตุทำให้สูญเสียความร้อนหรือรับความร้อนที่ไม่ต้องการได้ ดังแสดงในแผนภาพด้านข้าง



ประตูที่เปิดออกแต่ละด้านจะมีความยาวของเส้นโค้งที่มากที่สุดเท่าใดในหน่วยเซนติเมตร (ซม.) จึงจะทำให้อากาศไม่ไหลผ่านได้ตลอดระหว่างทางเข้าและทางออก จงแสดงวิธีทำ

.....ดูแนวคำตอบได้จากแนวคิดต่อไปนี้.....

(กระบวนการ: การคิด/แปลงสถานการณ์ปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์)

แนวคิด

เพื่อให้อากาศไม่ไหลผ่านตลอดระหว่างทางเข้าและทางออก

เส้นโค้งส่วนที่เปิดอยู่จะต้องมีความยาวเพียงพอที่จะรองรับส่วนโค้งระหว่างประตูสองบานได้

นั่นคือ เส้นที่บดแต่ละด้านมีความยาวอย่างน้อย 1 ใน 3 ของเส้นรอบวง

จะได้ว่า เส้นประทั้งสองด้านรวมกัน มีความยาวรวมกันอย่างมาก 1 ใน 3 ของเส้นรอบวง

ดังนั้น ประตูที่เปิดออกแต่ละด้านจะมีความยาวของเส้นโค้งได้มากที่สุดเป็น 1 ใน 6 ของเส้นรอบวง

จาก เส้นรอบวงของวงกลมคือ $2\pi r$

จะได้ว่า พื้นที่รูปวงกลมที่รองรับประตูหมุน มีเส้นรอบวงยาว $2 \times \pi \times 100 = 200\pi$

ดังนั้น ประตูที่เปิดออกแต่ละด้านจะมีความยาวของเส้นโค้งที่มากที่สุดเท่ากับ

$$\frac{200\pi}{6} \approx 104.67 \text{ เซนติเมตร}$$

- ในเวลา 30 นาที มีคนที่สามารถผ่านประตูเข้าสู่อาคารได้มากที่สุดกี่คน จงแสดงวิธีทำ

ดูแนวคำตอบได้จากแนวคิดต่อไปนี้

แนวคิด

ประตุมีการหมุน 4 รอบ ในหนึ่งนาที

นั่นคือ ในเวลาหนึ่งนาที่ สามารถรองรับคนได้ $3 \times 2 \times 4 = 24$ คน

ดังนั้น ในเวลา 30 นาที มีคนที่สามารถผ่านประตูเข้าสู่อาคารได้ $30 \times 24 = 720$ คน

กิจกรรมที่ 16

รายวิชา การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างฉลาดรู้

ระดับ มัธยมศึกษาตอนต้น

เรื่อง แฟลชไดรฟ์

เวลาเรียน 1 คาบ

1. ความเชื่อมโยงกับตัวชี้วัดในหลักสูตรแกนกลาง

ค 3.1 ม.1/1

2. จุดประสงค์การเรียนรู้ ผู้เรียนสามารถ

- 1) ตีความในสถานการณ์ปัญหาแฟลชไดรฟ์ โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาหรือตัดสินใจ
- 2) เลือกแผนภูมิรูปร่างกลมที่สอดคล้องกับข้อมูลในสถานการณ์แฟลชไดรฟ์ที่กำหนดให้
- 3) อธิบายหรือให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนหรือโต้แย้ง รวมถึงอธิบายกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์แฟลชไดรฟ์

3. กระบวนการ (PISA 2022)

- ☒ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- ☐ การคิด/แปลงสถานการณ์ปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์
- ☐ การใช้โมเดล ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา
- ☒ การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์

4. ความรู้ที่เกี่ยวข้อง

- 1) การวัดขนาดหน่วยความจำ นิยมใช้หน่วยเป็นไบต์ (Byte) ซึ่งอาจเทียบได้เท่ากับตัวอักษร 1 ตัว โดยที่คอมพิวเตอร์ต้องใช้หน่วยความจำที่ใหญ่มาก เพื่อให้สะดวกจึงต้องมีหน่วยที่ใหญ่ขึ้นมาเรียก นั่นคือ หน่วยกิโลไบต์ (KB) เท่ากับ 1,024 ไบต์ และเมกะไบต์ (MB) ซึ่งเท่ากับค่าประมาณหนึ่งล้านไบต์ ดังนี้

1 Byte (ไบต์)	= 1 ตัวอักษร
1 KB (กิโลไบต์)	= 1,024 ตัวอักษร
1 MB (เมกะไบต์)	= 1,024 KB
1 GB (กิกะไบต์)	= 1,024 MB
1 TB (เทราไบต์)	= 1,024 GB
1 PB (เพตะไบต์)	= 1,024 TB
1 EB (เอ็กซาไบต์)	= 1,024 PB

(ศึกษาข้อมูลเพิ่มเติมได้ที่ <https://www.scimath.org/article-technology/item/4412-17-11-2014>)

- 2) แผนภูมิรูปร่างกลม เป็นการนำเสนอข้อมูลโดยการแบ่งพื้นที่ของวงกลมหนึ่งวงออกเป็น ส่วน ๆ ตามสัดส่วนของข้อมูลที่ต้องการนำเสนอ

การนำเสนอข้อมูลด้วยแผนภูมิรูปร่างกลม เหมาะสำหรับการเปรียบเทียบข้อมูลเชิงคุณภาพแต่ละกลุ่ม กับภาพรวมของข้อมูลทั้งหมด หากมีข้อมูลหลาย ๆ กลุ่ม การใช้แผนภูมิรูปร่างกลมอาจไม่เหมาะสมกับการเปรียบเทียบปริมาณของข้อมูล เพราะความแตกต่างของเซกเตอร์ (sector) อาจมีน้อยมาก

5. วัสดุ อุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้

ใบกิจกรรม เรื่อง แฟลชไดรฟ์ ตามจำนวนผู้เรียน คนละ 1 ชุด

6. การเตรียมตัวล่วงหน้าของผู้สอน

- 1) เตรียมวัสดุ อุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้สำหรับผู้เรียน
- 2) ศึกษาและตรวจสอบสื่อการเรียนรู้
- 3) ศึกษาขั้นตอนการจัดกิจกรรม

7. ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

- 1) ผู้สอนนำอภิปรายเกี่ยวกับอุปกรณ์จัดเก็บข้อมูลสำหรับผู้เรียนรู้จัก และให้ข้อมูลเกี่ยวกับ “แฟลชไดรฟ์” ว่าเป็นอุปกรณ์ใช้ในการเก็บข้อมูลหรือไฟล์จากคอมพิวเตอร์ โดยแฟลชไดรฟ์จะมีหน่วยความจุที่หลากหลาย ได้แก่ ไบต์ กิโลไบต์ เมกะไบต์ และกิกะไบต์ และเมื่อเพิ่มข้อมูลไปจะทำให้พื้นที่ว่างลดลง แต่หากลบข้อมูลที่มีอยู่ในแฟลชไดรฟ์ออก จะทำให้แฟลชไดรฟ์มีพื้นที่ว่างเพิ่มขึ้นเท่ากับความจุของข้อมูลที่ลบออกไป จากนั้น ผู้สอนใช้การถามตอบกับผู้เรียนโดยใช้แนวคำถามดังนี้
 - หน่วยความจุ ของข้อมูลสำหรับผู้เรียนรู้จัก มีหน่วยใดบ้าง

แนวคำตอบ Byte (ไบต์)

Kilobyte (กิโลไบต์) ตัวย่อ KB

Megabyte (เมกะไบต์) ตัวย่อ MB

Gigabyte (กิกะไบต์) ตัวย่อ GB

Terabyte (เทราไบต์) ตัวย่อ TB

- นักเรียนรู้หรือไม่ว่าแฟลชไดรฟ์ที่มีในปัจจุบันมีขนาดความจุเท่าใดบ้าง

แนวคำตอบ 2GB, 4GB, 8GB ,16GB, 32GB, 64GB, 128GB, 256GB, 512GB, 1TB, 2TB

- 2) ผู้สอนให้ความรู้เพิ่มเติมเกี่ยวกับการแปลงหน่วยของความจุของข้อมูล ดังนี้

1 Byte (ไบต์) = 1 ตัวอักษร

1 KB (กิโลไบต์) = 1024 ตัวอักษร

1 MB (เมกะไบต์) = 1024 KB

1 GB (กิกะไบต์) = 1024 MB

จากนั้น ผู้สอนยกตัวอย่างสถานการณ์และใช้การถามตอบเพื่อตรวจสอบความเข้าใจเกี่ยวกับการเปลี่ยน

หน่วยความจุของข้อมูล และใช้ความรู้เรื่องการประมาณค่าเพื่อความสะดวกในการคำนวณ ดังนี้

ตัวอย่าง แฟลชไดรฟ์อันหนึ่งมีขนาด 8 GB มีการจัดเก็บข้อมูลและหน่วยความจำที่ใช้ไปแล้วดังตาราง

ประเภทของข้อมูล	หน่วยความจำที่ใช้
เพลงไทยสากล	768 MB
เพลงสากล	512 MB
รูปถ่าย	1,536 MB
วิดีโอ	2 GB
งานเอกสาร	256 MB

- จากข้อมูลดังกล่าวแฟลชไดรฟ์ของนักเรียนจะเหลือพื้นที่ว่างกี่ MB
แนวคำตอบ หน่วยความจำที่ใช้ไปรวมเป็น 5 GB ดังนั้น เหลือพื้นที่ว่าง 3 GB = 3,072 MB
 - หน่วยความจำที่ใช้สำหรับจัดเก็บข้อมูลของเพลงทั้งสองประเภทมีขนาดต่างกันกี่ KB
แนวคำตอบ ต่างกัน 256 MB = 262,144 KB
 - ถ้านักเรียนเพิ่มข้อมูลรูปถ่ายที่มีขนาดหน่วยความจำ 520 MB ลงในแฟลชไดรฟ์ แล้วลบข้อมูลงานเอกสารที่มีขนาดหน่วยความจำ 8,192 KB และมีเพื่อนนักเรียนขอยืมแฟลชไดรฟ์เพื่อเก็บข้อมูลที่มีขนาด 2.56 GB แฟลชไดรฟ์ของนักเรียนจะมีพื้นที่ว่างในการเก็บข้อมูลของเพื่อนได้เพียงพอหรือไม่
แนวคำตอบ ไม่เพียงพอ เนื่องจากพื้นที่ว่างมีขนาดหน่วยความจำ 2,560 MB = 2.5 GB
 ไม่สามารถเก็บข้อมูลขนาด 2.56 GB ได้
- 3) ผู้สอนให้ผู้เรียนพิจารณาแผนภูมิรูปวงกลมของสถานการณ์ในใบกิจกรรม เรื่อง แฟลชไดรฟ์ จากนั้น ผู้สอนใช้ข้อมูลจากแผนภูมิรูปวงกลมของสถานการณ์ในการถามตอบเพื่อตรวจสอบความเข้าใจข้อมูลอย่างง่าย โดยกำหนดสถานการณ์ตัวอย่างให้ผู้เรียนพิจารณาดังนี้

Name	Date	Type	Size	Tags
001	2/11/2012 2:17 PM	PNG File	797 KB	
002	2/11/2012 4:57 PM	JPG File	2,134 KB	
003	2/11/2012 4:57 PM	JPG File	1,948 KB	
004	2/11/2012 4:58 PM	JPG File	2,033 KB	
005	2/11/2012 4:58 PM	JPG File	2,054 KB	
006	2/11/2012 4:58 PM	JPG File	142 KB	
007	2/11/2012 4:59 PM	JPG File	136 KB	
008	2/11/2012 5:00 PM	JPG File	132 KB	
009	2/11/2012 5:00 PM	JPG File	148 KB	
010	2/11/2012 6:07 PM	JPG File	2,433 KB	
011	2/11/2012 6:07 PM	JPG File	2,428 KB	
012	2/11/2012 6:07 PM	JPG File	2,396 KB	
013	2/12/2012 7:20 AM	JPG File	2,293 KB	
014	2/12/2012 7:21 AM	JPG File	2,376 KB	
015	2/12/2012 7:26 AM	JPG File	2,909 KB	
016	2/12/2012 7:27 AM	JPG File	2,685 KB	
017	2/12/2012 10:46 AM	JPG File	2,630 KB	
026	2/18/2012 5:43 PM	JPG File	108 KB	

ภาพแสดงข้อมูลขนาดไฟล์รูปภาพ

- นักเรียนสามารถเก็บไฟล์รูปภาพจากข้อมูลดังภาพ ลงในพื้นที่ว่างของแฟลชไดรฟ์ที่กำหนดในใบกิจกรรมได้หรือไม่ (กำหนดให้ 1 MB เท่ากับ 1,000 KB)

แนวคำตอบที่ 1 ไฟล์รูปภาพทั้งหมดมีขนาด 29,782 KB = 29.78 MB ซึ่งแฟลชไดรฟ์มีพื้นที่ว่าง 152 MB จึงสามารถจัดเก็บไฟล์รูปภาพทั้งหมดได้

แนวคำตอบที่ 2 ไฟล์รูปภาพทั้งหมดมีขนาดประมาณ 30,000 KB ในขณะที่เหลือพื้นที่ว่าง 152 MB จึงสามารถจัดเก็บไฟล์รูปภาพทั้งหมดได้

- ผู้สอนให้ผู้เรียนตอบคำถามในใบกิจกรรม เรื่อง แฟลชไดรฟ์ คำถามข้อที่ 1 โดยผู้สอนควรเน้นย้ำความสัมพันธ์ของหน่วยวัดขนาดข้อมูลของแฟลชไดรฟ์ที่กำหนดในสถานการณ์ คือ ความจุแฟลชไดรฟ์ 1 GB คือ 1,000 MB จากนั้น สุ่มผู้เรียนให้บอกคำตอบ แสดงแนวคิดและเหตุผลประกอบคำตอบ ทั้งนี้ผู้สอนควรกระตุ้นให้ผู้เรียนที่เหลือตรวจสอบคำตอบของตนเอง
 - ผู้สอนให้ผู้เรียนพิจารณาแผนภูมิรูปร่างกลมของสถานการณ์ในใบกิจกรรม เรื่อง แฟลชไดรฟ์ คำถามข้อที่ 2 จากนั้นผู้สอนใช้ข้อมูลจากแผนภูมิรูปร่างกลมของสถานการณ์ในการถามตอบเพื่อตรวจสอบความเข้าใจเกี่ยวกับการอ่านแผนภูมิรูปร่างกลม ความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลในแผนภูมิรูปร่างกลมและแสดงสถานะหน่วยความจำของแฟลชไดรฟ์ ดังนี้
 - หากนักเรียนย้ายข้อมูลไปจัดเก็บในแฟลชไดรฟ์อันใหม่ สามารถจัดเรียงขนาดของพื้นที่ที่เก็บเพลง รูปถ่าย และพื้นที่ว่าง จากมากไปน้อยได้อย่างไร

แนวคำตอบ พื้นที่ว่าง เพลง และ รูปถ่าย

 - พื้นที่ว่างในแฟลชไดรฟ์อันใหม่มีขนาดประมาณเป็นกี่เท่าของพื้นที่ที่เก็บเพลง
- แนวคำตอบ** พื้นที่ว่างมีขนาดประมาณ 2 เท่าของพื้นที่ที่เก็บเพลง

- ให้นักเรียนเปรียบเทียบขนาดของพื้นที่ว่างกับพื้นที่ที่เก็บเพลงและรูปถ่ายรวมกันในแฟลชไดรฟ์อันใหม่

แนวคำตอบ พื้นที่ว่างมีขนาดมากกว่าพื้นที่ที่เก็บเพลงและรูปถ่ายรวมกัน

- 6) ผู้สอนให้ผู้เรียนสรุปคำตอบใบกิจกรรม เรื่อง แฟลชไดรฟ์ คำถามข้อที่ 2 จากการพิจารณาแผนภูมิรูปวงกลมข้างต้น พร้อมทั้งบอกเหตุผลและแนวคิด

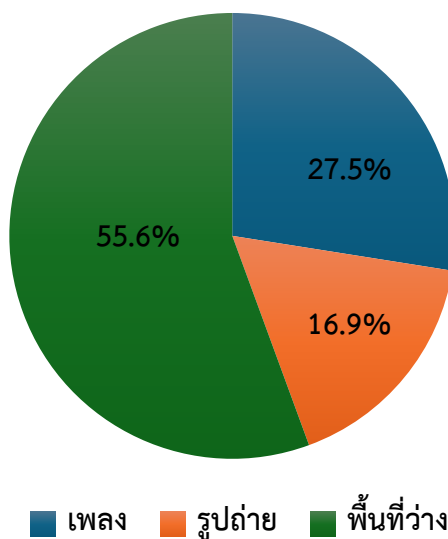
แนวคำตอบ ตัวเลือก 4

เหตุผลและแนวคิดที่ 1 มีพื้นที่ว่างมากที่สุด โดยพื้นที่ว่างมีขนาดเป็น 2 เท่าของพื้นที่ที่เก็บเพลง ทำให้สามารถตัดตัวเลือก 1, 2 และ 3 ดังนั้น ตัวเลือก 4 จึงเป็นคำตอบ

เหตุผลและแนวคิดที่ 2 มีพื้นที่ว่างมากที่สุด โดยมีขนาดมากกว่า 50% ของพื้นที่ทั้งหมด ดังนั้น ตัวเลือก 1 และ 3 จึงไม่ถูกต้อง และเนื่องจากพื้นที่ที่เก็บเพลงใช้พื้นที่มากกว่า 1 ใน 4 ของพื้นที่ทั้งหมด ทำให้ตัวเลือก 2 ไม่ถูกต้อง ดังนั้น ตัวเลือก 4 จึงเป็นคำตอบ

- 7) ผู้สอนแนะนำการใช้ Microsoft Excel ในการสร้างแผนภูมิรูปวงกลมจากข้อมูล เพื่อให้ผู้เรียนใช้เป็นเครื่องมือในการตรวจสอบความถูกต้อง ดังนี้แฟลชไดรฟ์

แผนภูมิรูปวงกลมแสดงพื้นที่การจัดเก็บข้อมูลของแฟลชไดรฟ์



- 8) ผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันสรุปผลจากการปฏิบัติกิจกรรม โดยมีแนวทางการสรุปดังนี้
 ผู้เรียนได้ใช้ความรู้เกี่ยวกับการแปลงหน่วยวัด แผนภูมิรูปวงกลม และการประมาณค่ามาแก้ปัญหา และตัดสินใจในสถานการณ์ที่กำหนดให้

8. ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมสำหรับผู้สอน

- 1) หากเวลาการจัดกิจกรรมไม่เพียงพอ ผู้สอนสามารถจัดกิจกรรมตามขั้นตอนที่เหลือให้ผู้เรียนในคาบเรียนถัดไป
- 2) หากจัดกิจกรรมเสร็จแล้ว และพอมีเวลาเหลือ ผู้สอนสามารถเลือกแนวทางการจัดกิจกรรมอื่นที่อยู่ในภาคผนวก ก มาจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนตามความเหมาะสม

9. แหล่งการเรียนรู้เพิ่มเติม

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เล่ม 2 (สสวท.)

10. การวัดและประเมินผล

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
1) ตีความในสถานการณ์ปัญหา แพลชไดรฟ์ โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา หรือตัดสินใจ	• พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม	• ใบกิจกรรม เรื่อง แพลชไดรฟ์ คำถามข้อที่ 1	• อธิบายแนวคิดในการหาคำตอบของคำถามข้อที่ 1 ได้ อย่างสมเหตุสมผล และเพียงพอที่จะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง
2) เลือกแผนภูมิรูปภาพ ที่สอดคล้องกับข้อมูล ในสถานการณ์แพลชไดรฟ์ ที่กำหนดให้	• พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม	• ใบกิจกรรม เรื่อง แพลชไดรฟ์ คำถามข้อที่ 2	• ตอบคำถามข้อที่ 2 ได้ถูกต้อง
3) อธิบายหรือให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนหรือโต้แย้ง รวมถึง อธิบายกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์ แพลชไดรฟ์	• สังเกตพฤติกรรม การให้เหตุผลจาก การตอบคำถามหรือ อภิปรายในชั้นเรียน	• แบบประเมิน พฤติกรรมการให้เหตุผล	• ได้ระดับพอใช้ขึ้นไป เมื่อพิจารณา ในภาพรวมของ ทั้งภาคการศึกษา (ดูภาคผนวก ข)

หมายเหตุ เกณฑ์ที่กำหนดไว้ข้างต้น ถือเป็นเกณฑ์ในระดับที่คาดหวัง ในกรณีที่ผู้เรียนทำได้น้อยกว่าเกณฑ์ที่กำหนด ผู้สอนต้องพิจารณาเสริมกระบวนการในด้านนั้นเพิ่มเติม

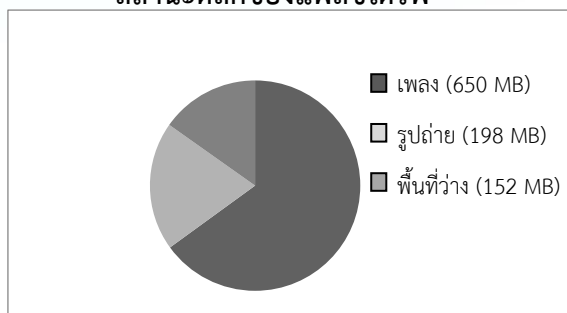
ชื่อ ห้อง เลขที่

ใบกิจกรรม เรื่อง แฟลชไดรฟ์

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนอ่านสถานการณ์และตอบคำถามต่อไปนี้

แฟลชไดรฟ์ เป็นอุปกรณ์จัดเก็บข้อมูลคอมพิวเตอร์แบบพกพาที่มีขนาดเล็ก
 อนันต์มีแฟลชไดรฟ์อันหนึ่งซึ่งเก็บเพลงและรูปถ่ายไว้ แฟลชไดรฟ์มีความจุ 1 GB (1,000 MB)
 แผนภูมิวงกลมข้างล่างแสดงสถานะดิสก์ปัจจุบันของแฟลชไดรฟ์ของอนันต์

สถานะดิสก์ของแฟลชไดรฟ์



1. อนันต์ต้องการย้ายอัลบั้มรูปถ่ายขนาด 350 MB ลงในแฟลชไดรฟ์ของเขา แต่พื้นที่ว่างในแฟลชไดรฟ์มีไม่เพียงพอ ซึ่งเขาไม่ต้องการลบรูปถ่ายใด ๆ ที่มีอยู่ออก แต่เขายินดีที่จะลบอัลบั้มเพลงสองอัลบั้มออก แฟลชไดรฟ์ของอนันต์ เก็บอัลบั้มเพลงขนาดต่าง ๆ ต่อไปนี้

อัลบั้ม	ขนาด
อัลบั้ม 1	100 MB
อัลบั้ม 2	75 MB
อัลบั้ม 3	80 MB
อัลบั้ม 4	55 MB
อัลบั้ม 5	60 MB
อัลบั้ม 6	80 MB
อัลบั้ม 7	75 MB
อัลบั้ม 8	125 MB

ถ้าลบอัลบั้มเพลงอย่างมากที่สุดสองอัลบั้มจะทำให้แฟลชไดรฟ์ของอนันต์มีพื้นที่ว่างเพียงพอที่จะเพิ่มอัลบั้มรูปถ่ายใช้หรือไม่ จงเขียนวงกลมล้อมรอบคำว่า “ใช่” หรือ “ไม่ใช่” และแสดงวิธีการคำนวณเพื่อสนับสนุนคำตอบของนักเรียน

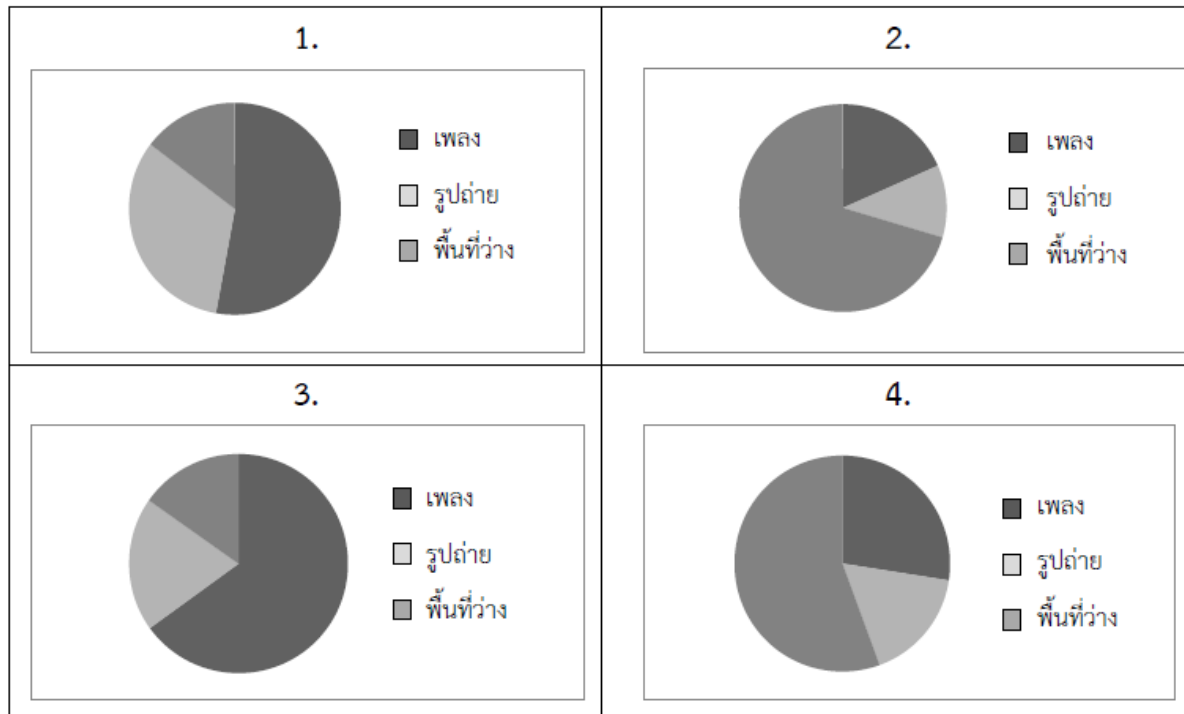
ตอบ : ใช่ / ไม่ใช่

2. ในช่วงหลายสัปดาห์ต่อมา อนันต์ลบรูปถ่ายและเพลงบางส่วนออก แต่ได้เพิ่มไฟล์รูปถ่ายและเพลงใหม่เข้าไปด้วย สถานะดิสก์ใหม่แสดงในตารางข้างล่าง

เพลง	550 MB
รูปถ่าย	338 MB
พื้นที่ว่าง	112 MB

พี่ชายของอนันต์ให้แฟลชไดรฟ์อันใหม่กับเขา ซึ่งมีความจุ 2 GB (2,000 MB) ซึ่งเป็นพื้นที่ว่างทั้งหมด อนันต์จึงย้ายสิ่งที่เก็บไว้ในแฟลชไดรฟ์อันเก่าลงในอันใหม่

แผนภูมิวงกลมต่อไปนี้แสดงสถานะดิสก์ของแฟลชไดรฟ์อันใหม่ จงเขียนวงกลมล้อมรอบ 1, 2, 3 หรือ 4



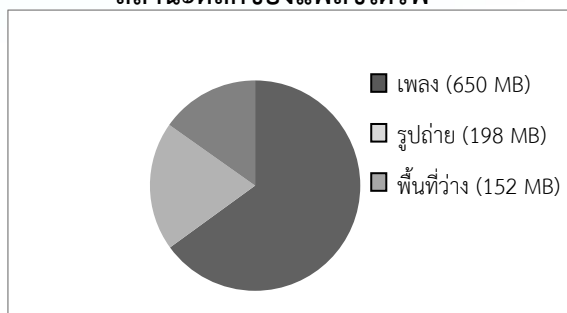
แนวคำตอบ

ใบกิจกรรม เรื่อง แฟลชไดรฟ์

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนอ่านสถานการณ์และตอบคำถามต่อไปนี้

แฟลชไดรฟ์ เป็นอุปกรณ์จัดเก็บข้อมูลคอมพิวเตอร์แบบพกพาที่มีขนาดเล็ก
อนันต์มีแฟลชไดรฟ์อันหนึ่งซึ่งเก็บเพลงและรูปถ่ายไว้ แฟลชไดรฟ์มีความจุ 1 GB (1,000 MB)
แผนภูมิวงกลมข้างล่างแสดงสถานะดิสก์ปัจจุบันของแฟลชไดรฟ์ของอนันต์

สถานะดิสก์ของแฟลชไดรฟ์



1. อนันต์ต้องการย้ายอัลบั้มรูปถ่ายขนาด 350 MB ลงในแฟลชไดรฟ์ของเขา แต่พื้นที่ว่างในแฟลชไดรฟ์มีไม่เพียงพอ ซึ่งเขาไม่ต้องการลบรูปถ่ายใด ๆ ที่มีอยู่ออก แต่เขายินดีที่จะลบอัลบั้มเพลงสองอัลบั้มออก แฟลชไดรฟ์ของอนันต์ เก็บอัลบั้มเพลงขนาดต่าง ๆ ต่อไปนี้

อัลบั้ม	ขนาด
อัลบั้ม 1	100 MB
อัลบั้ม 2	75 MB
อัลบั้ม 3	80 MB
อัลบั้ม 4	55 MB
อัลบั้ม 5	60 MB
อัลบั้ม 6	80 MB
อัลบั้ม 7	75 MB
อัลบั้ม 8	125 MB

ถ้าลบอัลบั้มเพลงอย่างมากที่สุดสองอัลบั้มจะทำให้แฟลชไดรฟ์ของอนันต์มีพื้นที่ว่างเพียงพอ ที่จะเพิ่มอัลบั้มรูปถ่ายใช้หรือไม่ จงเขียนวงกลมล้อมรอบคำว่า “ใช่” หรือ “ไม่ใช่” และแสดงวิธีการคำนวณเพื่อสนับสนุนคำตอบของนักเรียน

ตอบ : ☒ ใช่ / ☐ ไม่ใช่

ดูแนวคำตอบได้จากแนวคิดต่อไปนี้

(กระบวนการ: การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์)

แนวคิด

ใช่ เหตุผลและแนวคิด คือ

พื้นที่ในแฟลชไดรฟ์ที่ว่างอยู่คือ 152 MB แต่ข้อมูลที่ต้องการย้ายอัลบั้มรูปถ่ายมีขนาด 350 MB

นั่นคือ ต้องการพื้นที่เพิ่มอีก $350 - 152 = 198$ MB

แสดงว่า จะต้องลบอัลบั้มเพลงสองอัลบั้มที่รวมกันแล้วมากกว่าหรือเท่ากับ 198 MB มีดังนี้ คือ

- อัลบั้ม 1 และอัลบั้ม 8 รวมกันได้ $100 + 125 = 225$ MB
- อัลบั้ม 2 และอัลบั้ม 8 รวมกันได้ $75 + 125 = 200$ MB
- อัลบั้ม 7 และอัลบั้ม 8 รวมกันได้ $75 + 125 = 200$ MB
- อัลบั้ม 3 และอัลบั้ม 8 รวมกันได้ $80 + 125 = 205$ MB
- อัลบั้ม 6 และอัลบั้ม 8 รวมกันได้ $80 + 125 = 205$ MB

2. ในช่วงหลายสัปดาห์ต่อมา อนันต์ลบรูปถ่ายและเพลงบางส่วนออก แต่ได้เพิ่มไฟล์รูปถ่ายและเพลงใหม่เข้าไปด้วย สถานะดิสก์ใหม่แสดงในตารางข้างล่าง

เพลง	550 MB
รูปถ่าย	338 MB
พื้นที่ว่าง	112 MB

พี่ชายของอนันต์ให้แฟลชไดรฟ์อันใหม่กับเขา ซึ่งมีความจุ 2 GB (2,000 MB) ซึ่งเป็นพื้นที่ว่างทั้งหมด อนันต์จึงย้ายสิ่งที่เก็บไว้ในแฟลชไดรฟ์อันเก่าลงในอันใหม่

แผนภูมิรูปวงกลมต่อไปนี้ แสดงสถานะดิสก์ของแฟลชไดรฟ์อันใหม่ จงเขียนวงกลมล้อมรอบ 1, 2, 3 หรือ 4



(กระบวนการ: การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์)

แนวคิดที่ 1

พื้นที่ว่างมากเป็นอันดับหนึ่ง โดยพื้นที่ว่างมีขนาดเป็น 2 เท่าของเพลง

นั่นคือ ตัวเลือก 1, 2 และ 3 ตัดทิ้ง

ดังนั้น แผนภูมิรูปวงกลมที่แสดงสถานะดิสก์ของแฟลชไดรฟ์อันใหม่ คือ แผนภูมิรูปวงกลมในตัวเลือก 4

แนวคิดที่ 2

พื้นที่ว่างมากเป็นอันดับหนึ่ง และมีขนาดมากกว่า 50% ของพื้นที่ทั้งหมด

จะได้ว่า ตัวเลือก 1 และ 3 ไม่ถูกต้อง เพลงใช้พื้นที่มากกว่า 1 ใน 4 ของพื้นที่ทั้งหมดเล็กน้อย

นั่นคือ ตัวเลือก 2 ไม่ถูกต้อง

ดังนั้น แผนภูมิรูปวงกลมที่แสดงสถานะดิสก์ของแฟลชไดรฟ์อันใหม่ คือ แผนภูมิรูปวงกลมในตัวเลือก 4

กิจกรรมที่ 17

รายวิชา การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างฉลาดรู้

ระดับ มัธยมศึกษาตอนต้น

เรื่อง ความสูง

เวลาเรียน 1 คาบ

1. ความเชื่อมโยงกับตัวชี้วัดในหลักสูตรแกนกลาง

ค 3.1 ม.2/1

2. จุดประสงค์การเรียนรู้ ผู้เรียนสามารถ

- 1) อธิบายวิธีการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตเกี่ยวกับความสูง
- 2) ตีความในสถานการณ์ความสูง โดยใช้ความเข้าใจเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยเลขคณิต
- 3) ใช้ความรู้เกี่ยวกับค่าเฉลี่ยเลขคณิตในการแก้ปัญหสถานการณ์ความสูงและคะแนนสอบ
- 4) อธิบายหรือให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนหรือโต้แย้ง รวมถึงอธิบายกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญห สถานการณ์ความสูงและคะแนนสอบ

3. กระบวนการ (PISA 2022)

- ☒ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- ☒ การคิด/แปลงสถานการณ์ปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์
- ☒ การใช้โมเดล ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา
- ☒ การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์

4. ความรู้ที่เกี่ยวข้อง

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต คือ จำนวนที่ได้จากการหารผลบวกของข้อมูลทั้งหมดด้วยจำนวนข้อมูล

5. วัสดุ อุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้

- 7) ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง สำนวความสูง ตามจำนวนผู้เรียน กลุ่มละ 1 ชุด
- 8) ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง ความสูง ตามจำนวนผู้เรียน คนละ 1 ชุด
- 9) ใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง คะแนนสอบ ตามจำนวนผู้เรียน คนละ 1 ชุด

6. การเตรียมตัวล่วงหน้าของผู้สอน

- 1) เตรียมวัสดุ อุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้สำหรับผู้เรียน
- 2) ศึกษาและตรวจสอบสื่อการเรียนรู้
- 3) ศึกษาขั้นตอนการจัดกิจกรรม

7. ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

- 1) ผู้สอนสนทนากับผู้เรียน โดยคำถามกระตุ้นความคิดของผู้เรียน ดังนี้

- อายุเฉลี่ยของนักเรียนในห้องเท่ากับเท่าใด เพราะเหตุใด

แนวคำตอบ ผู้เรียนสามารถตอบได้หลากหลาย เช่น

- 14 ปี เพราะนักเรียนมีอายุ 14 ปี หรือ 15 ปี เพราะนักเรียนมีอายุ 15 ปี
- อยู่ระหว่าง 14 ถึง 15 ปี เพราะนักเรียนเรียนอยู่ในระดับชั้นเดียวกัน ซึ่งนักเรียนบางคนมีอายุ 14 ปี และนักเรียนบางคนมีอายุ 15 ปี

- ผู้เรียนในห้องมีความสูงเฉลี่ยกี่เซนติเมตร ทราบได้อย่างไร

แนวคำตอบ ผู้เรียนสามารถตอบได้หลากหลาย เช่น 160 เซนติเมตร มาจากการประมาณจากความสูงของเพื่อนโดยส่วนใหญ่เทียบกับความสูงของตนเอง

- หากต้องการทราบความสูงเฉลี่ยที่แท้จริงของนักเรียนทั้งห้อง จะต้องทราบข้อมูลใดบ้าง และมีวิธีการอย่างไร

แนวคำตอบ จะต้องทราบความสูงของผู้เรียนแต่ละคนและจำนวนผู้เรียน ซึ่งวิธีการ คือ นำความสูงของผู้เรียนแต่ละคนมารวมกันแล้วหารด้วยจำนวนผู้เรียนทั้งห้อง

- 2) ผู้สอนแบ่งกลุ่มผู้เรียน กลุ่มละ 3 – 4 คน ให้ผู้เรียนทำกิจกรรมที่ 1 เรื่อง สำรวจความสูง ตอนที่ 1 โดยให้ผู้เรียนถามความสูงของเพื่อนในกลุ่ม แล้วหาความสูงเฉลี่ยในกลุ่ม แล้วผู้สอนให้แต่ละกลุ่มนำเสนอว่าสมาชิกแต่ละคนมีความสูงเท่าใด ผลรวมความสูงของสมาชิกในกลุ่ม และความสูงเฉลี่ยของกลุ่มเท่ากับเท่าใด โดยผู้สอนบันทึกจำนวนสมาชิกและผลรวมความสูงของสมาชิกในแต่ละกลุ่มบนกระดานหน้าชั้นเรียน

- 3) ผู้สอนสนทนากับผู้เรียน โดยคำถามกระตุ้นความคิดของผู้เรียน ดังนี้

- สามารถนำข้อมูลจากตอนที่ 1 ในใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง สำรวจความสูง ของแต่ละกลุ่มมาหาค่าเฉลี่ยของทั้งห้องได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

แนวคำตอบ ได้ เพราะทราบความสูงของสมาชิกแต่ละกลุ่ม และจำนวนคนทั้งหมด

จากนั้นผู้สอนให้ผู้เรียนทำกิจกรรมที่ 1 เรื่อง สำรวจความสูง ตอนที่ 2 และเมื่อทำกิจกรรมเสร็จแล้วให้ผู้เรียนสะท้อนว่าแนวคิดที่ใช้ตอนคาดการณ์เทียบกับข้อมูลจริงเป็นอย่างไร

- 4) ผู้สอนให้ผู้เรียนตอบคำถามในใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง ความสูง คำถามข้อที่ 1 เพื่อตรวจสอบความเข้าใจในการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต แล้วผู้สอนอาจสุ่มผู้เรียนให้บอกคำตอบที่ได้ ทั้งนี้ ผู้สอนควรกระตุ้นให้ผู้เรียนที่เหลือตรวจสอบคำตอบของตนเองและเปิดโอกาสให้ผู้เรียนให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนคำตอบของเพื่อนหรือโต้แย้งในกรณีที่ได้อำตอบไม่ตรงกัน

- 5) ผู้สอนให้ผู้เรียนยกตัวอย่างชุดข้อมูลที่เป็นจำนวนเต็มบวก 5 ตัว ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 5 จากนั้น ผู้สอนสอบถามผู้เรียนว่ามีคำตอบใดบ้าง โดยผู้สอนควรกระตุ้นให้ผู้เรียนแสดงคำตอบที่หลากหลาย

แนวคำตอบ ผู้เรียนสามารถตอบได้หลากหลาย เช่น

- 5, 5, 5, 5, 5
- 1, 2, 5, 8, 9
- 1, 2, 3, 4, 15

จากนั้น ใช้การถามตอบเพื่อกระตุ้นการคิดเพิ่มเติม เช่น

- เป็นไปได้หรือไม่ ที่จะมี 18 อยู่ในชุดข้อมูลดังกล่าว เพราะเหตุใด

แนวคำตอบ เป็นไปได้ เพราะข้อมูลที่เหลือต้องมีค่าน้อยกว่า 18 เช่น ชุดข้อมูล 1, 1, 2, 3, 18 มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 5

- เป็นไปได้หรือไม่ ที่จะมี 26 อยู่ในชุดข้อมูลดังกล่าว เพราะเหตุใด

แนวคำตอบ เป็นไปไม่ได้ เพราะจำนวนเต็มบวก 5 จำนวนนำมาบวกกันต้องได้เท่ากับ 25

- จำนวนเต็มบวกที่มากที่สุดที่จะอยู่ในชุดข้อมูลนี้เป็นเท่าใด เพราะเหตุใด

แนวคำตอบ 21 เพราะจำนวนเต็มบวกที่เหลืออีก 4 จำนวน คือ 1

- 6) ผู้สอนให้ผู้เรียนตอบคำถามในใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง ความสูง คำถามข้อที่ 2 เพื่อตรวจสอบความเข้าใจในการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต แล้วผู้สอนอาจสุ่มผู้เรียนให้บอกคำตอบที่ได้ ทั้งนี้ ผู้สอนควรกระตุ้นให้ผู้เรียนที่เหลือตรวจสอบคำตอบของตนเองและเปิดโอกาสให้ผู้เรียนให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนคำตอบของเพื่อนหรือโต้แย้งในกรณีที่ได้คำตอบไม่ตรงกัน
- 7) ผู้สอนให้ผู้เรียนตอบคำถามในใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง ความสูง คำถามข้อที่ 3 จากนั้น ผู้สอนให้ผู้เรียนจับคู่กันเพื่อเปรียบเทียบคำตอบและแลกเปลี่ยนวิธีการหาคำตอบ โดยในระหว่างที่ผู้เรียนทำกิจกรรม ผู้สอนต้องคอยสังเกต ให้คำแนะนำ หรือให้ความช่วยเหลือในกรณีที่ผู้เรียนไม่สามารถหาคำตอบที่ถูกต้องได้ ทั้งนี้ ผู้สอนอาจเลือกผู้เรียนที่มีวิธีการหาคำตอบที่แตกต่างกัน ออกมานำเสนอวิธีการหาคำตอบ
- 8) ผู้สอนให้ผู้เรียนตอบคำถามในใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง คะแนนสอบ คำถามข้อที่ 1 – 2 เพื่อให้ผู้เรียนได้นำความรู้เรื่องการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ที่หลากหลาย เมื่อผู้เรียนตอบคำถามครบถ้วนแล้ว ให้ผู้สอนเลือกผู้เรียน 2 คน ที่ตอบคำถามถูกต้องแต่แสดงแนวคิดที่แตกต่างกัน มาแสดงคำตอบหน้าชั้นเรียน แล้วผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันอภิปรายแนวคิดดังกล่าว
- 9) ผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันสรุปผลจากการปฏิบัติกิจกรรม โดยมีแนวทางการสรุปดังนี้
ผู้เรียนได้ใช้ความรู้เกี่ยวกับค่าเฉลี่ยเลขคณิตในการแก้ปัญหาที่กำหนด และได้ฝึกทักษะการให้เหตุผลและการแก้ปัญหา

8. ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมสำหรับผู้สอน

- 1) หากเวลาการจัดกิจกรรมไม่เพียงพอ ผู้สอนสามารถจัดกิจกรรมตามขั้นตอนที่เหลือให้ผู้เรียนในคาบเรียนถัดไป
- 2) หากจัดกิจกรรมเสร็จแล้ว และพอมีเวลาเหลือ ผู้สอนสามารถเลือกแนวทางการจัดกิจกรรมอื่นที่อยู่ในภาคผนวก ก มาจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนตามความเหมาะสม

9. แหล่งการเรียนรู้เพิ่มเติม

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เล่ม 2 (สสวท.)

10. การวัดและประเมินผล

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
1) อธิบายวิธีการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตเกี่ยวกับความสูง	• พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม	• ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง ความสูง คำถามข้อที่ 1	• ตอบคำถามข้อที่ 1 ได้ถูกต้อง
2) ตีความในสถานการณ์ความสูงโดยใช้ความเข้าใจเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยเลขคณิต	• พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม	• ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง ความสูง คำถามข้อที่ 2	• ตอบคำถามข้อที่ 2 ได้ถูกต้องตั้งแต่ 3 ข้อขึ้นไป จากทั้งหมด 4 ข้อ
3) ใช้ความรู้เกี่ยวกับค่าเฉลี่ยเลขคณิตในการแก้ปัญหาสถานการณ์ความสูงและคะแนนสอบ	• พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม	• ใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง ความสูง คำถามข้อที่ 3 • ใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง คะแนนสอบ คำถามข้อที่ 1 – 2	• ตอบคำถามข้อที่ 3 ได้ถูกต้อง • อธิบายแนวคิดในการหาคำตอบของคำถามข้อที่ 1 – 2 ได้อย่างสมเหตุสมผล และเพียงพอที่จะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง
4) อธิบายหรือให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนหรือโต้แย้ง รวมถึงอธิบายกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์ความสูงและคะแนนสอบ	• พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม • สังเกตพฤติกรรมการให้เหตุผลจากการตอบคำถามหรืออภิปรายในชั้นเรียน	• ใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง คะแนนสอบ คำถามข้อที่ 2 • แบบประเมินพฤติกรรมการให้เหตุผล	• อธิบายแนวคิดในการหาคำตอบของคำถามข้อที่ 2 ได้อย่างสมเหตุสมผล และเพียงพอที่จะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง • ได้ระดับพอใช้ขึ้นไปเมื่อพิจารณาในภาพรวมของ

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
			ทั้งภาคการศึกษา (ดูภาคผนวก ข)

หมายเหตุ เกณฑ์ที่กำหนดไว้ข้างต้น ถือเป็นเกณฑ์ในระดับที่คาดหวัง ในกรณีที่ผู้เรียนทำได้น้อยกว่าเกณฑ์ที่กำหนด ผู้สอนต้องพิจารณาเสริมกระบวนการในด้านนั้นเพิ่มเติม

ชื่อ ห้อง เลขที่

ชื่อ ห้อง เลขที่

ชื่อ ห้อง เลขที่

ชื่อ ห้อง เลขที่

ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง สำรวจความสูง

ตอนที่ 1 ความสูงเฉลี่ยของกลุ่ม

กลุ่มที่..... จำนวนสมาชิก..... คน

คนที่	ความสูง (เซนติเมตร)
1	
2	
3	
4	

ผลรวมของความสูงของสมาชิกในกลุ่ม เท่ากับ เซนติเมตร

ความสูงเฉลี่ยของกลุ่ม เท่ากับ เซนติเมตร

ตอนที่ 2 ความสูงเฉลี่ยของทั้งห้อง

กลุ่มที่	จำนวนสมาชิก (คน)	ผลรวมของความสูงของสมาชิกในกลุ่ม (เซนติเมตร)
1		
2		
3		
4		
5		
6		

จำนวนสมาชิกทั้งหมด คน

ผลรวมของความสูงทั้งหมด เท่ากับ เซนติเมตร

ความสูงเฉลี่ยของทั้งห้อง เท่ากับ เซนติเมตร

ชื่อ ห้อง เลขที่

ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง ความสูง

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนอ่านสถานการณ์และตอบคำถามต่อไปนี้

ห้องเรียนห้องหนึ่งมีนักเรียนหญิง 25 คน ความสูงเฉลี่ยของนักเรียนหญิงกลุ่มนี้เป็น 130 เซนติเมตร

1. จงอธิบายวิธีการหาความสูงเฉลี่ย

.....

.....

.....

2. จงเขียนวงกลมล้อมรอบคำว่า “จริง” หรือ “เท็จ” ในแต่ละประโยคต่อไปนี้

ประโยค	จริง หรือ เท็จ
1) ถ้านักเรียนหญิงคนหนึ่งในห้องสูง 132 เซนติเมตร ต้องมีนักเรียนหญิงอีกคนหนึ่งสูง 128 เซนติเมตร	จริง / เท็จ
2) นักเรียนหญิงส่วนใหญ่ต้องมีความสูง 130 เซนติเมตร	จริง / เท็จ
3) ถ้าจัดลำดับเด็กหญิงจากเตี้ยที่สุดไปสูงที่สุด นักเรียนคนที่มียุ่ลำดับตรงกลางต้องมีความสูง 130 เซนติเมตร	จริง / เท็จ
4) ครึ่งหนึ่งของนักเรียนหญิงในห้องต้องเตี้ยกว่า 130 เซนติเมตร และอีกครึ่งหนึ่งต้องสูงกว่า 130 เซนติเมตร	จริง / เท็จ

3. มีการพบข้อผิดพลาดจากการวัดความสูงของนักเรียนคนหนึ่ง ซึ่งควรจะเป็น 120 เซนติเมตร
ไม่ใช่ 145 เซนติเมตร ความสูงเฉลี่ยของนักเรียนหญิงที่ถูกต้องควรเป็นเท่าใด

ตอบ เซนติเมตร

ชื่อ ห้อง เลขที่

ใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง คะแนนสอบ

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. ครูวิทยาศาสตร์ในโรงเรียนของต้นกล้า ได้ทดสอบวิชาวิทยาศาสตร์จำนวนห้าชุดโดยแต่ละชุดมีคะแนนเต็มชุดละ 100 คะแนน ถ้าต้นกล้าได้คะแนนเฉลี่ยจากแบบทดสอบวิทยาศาสตร์สี่ชุดแรก เท่ากับ 60 คะแนน ส่วนชุดที่ห้าเธอทำได้ 80 คะแนน แล้วค่าเฉลี่ยของคะแนนแบบทดสอบวิทยาศาสตร์ทั้งห้าชุดของต้นกล้า เท่ากับเท่าใด จงแสดงวิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. ห้องเรียนหนึ่งมีนักเรียนชาย 10 คน มีนักเรียนหญิง 14 คน ได้ทดสอบวิชาคณิตศาสตร์ ถ้าคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชายและนักเรียนหญิงเป็น 12.96 คะแนน และ 14.40 คะแนน ตามลำดับ คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องนี้จะเท่ากับ $\frac{12.96+14.40}{2}$ คะแนน หรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แนวคำตอบ

ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง ความสูง

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนอ่านสถานการณ์และตอบคำถามต่อไปนี้

ห้องเรียนห้องหนึ่งมีนักเรียนหญิง 25 คน ความสูงเฉลี่ยของนักเรียนหญิงกลุ่มนี้เป็น 130 เซนติเมตร

1. จงอธิบายวิธีการหาความสูงเฉลี่ย

.....ดูแนวคำตอบได้จากแนวคิดต่อไปนี้.....

(กระบวนการ: การคิด/แปลงสถานการณ์ปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์)

แนวคิด

- ผลรวมของความสูงของนักเรียนแต่ละคนแล้วหารด้วย 25
- นำความสูงของนักเรียนหญิงทุกคนมารวมกัน แล้วหารด้วยจำนวนนักเรียนหญิงทั้งหมด
- นำความสูงของนักเรียนหญิงทุกคนมารวมกัน และหารด้วยจำนวนนักเรียนหญิง ในกรณีนี้คือ 25
- ผลรวมของความสูงทั้งหมดที่มีหน่วยเดียวกัน แล้วหารด้วยจำนวนนักเรียนหญิง

2. จงเขียนวงกลมล้อมรอบคำว่า “จริง” หรือ “เท็จ” ในแต่ละประโยคต่อไปนี้

ประโยค	จริง หรือ เท็จ
1) ถ้านักเรียนหญิงคนหนึ่งในห้องสูง 132 เซนติเมตร ต้องมีนักเรียนหญิงอีกคนหนึ่งสูง 128 เซนติเมตร	จริง / เท็จ
2) นักเรียนหญิงส่วนใหญ่ต้องมีความสูง 130 เซนติเมตร	จริง / เท็จ
3) ถ้าจัดลำดับเด็กหญิงจากเตี้ยที่สุดไปสูงที่สุด นักเรียนคนที่มืลำดับตรงกลางต้องมีความสูง 130 เซนติเมตร	จริง / เท็จ
4) ครึ่งหนึ่งของนักเรียนหญิงในห้องต้องเตี้ยกว่า 130 เซนติเมตร และอีกครึ่งหนึ่งต้องสูงกว่า 130 เซนติเมตร	จริง / เท็จ

(กระบวนการ: การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์)

แนวคิด

พิจารณาประโยคในแต่ละข้อได้ดังนี้

ประโยค 1) เท็จ เพราะว่า ถ้ามีนักเรียนหญิงคนหนึ่งสูง 132 เซนติเมตร นักเรียนหญิงอีกคนหนึ่ง ไม่จำเป็นต้องสูง 128 เซนติเมตร เช่น นักเรียนหญิงคนหนึ่งสูง 131 เซนติเมตร และนักเรียนหญิงอีกคนหนึ่งสูง 127 เซนติเมตร และนักเรียนหญิงที่เหลือ 22 คน สูง 130 เซนติเมตร

ประโยค 2) เท็จ เพราะว่า นักเรียนหญิงส่วนใหญ่ ไม่จำเป็นต้องมีความสูง 130 เซนติเมตร เช่น มีนักเรียนหญิง 12 คน ที่มีความสูง 129 เซนติเมตร นักเรียนหญิงคนหนึ่งสูง 130 เซนติเมตร และอีก 12 คน มีความสูง 131 เซนติเมตร

ประโยค 3) เท็จ เพราะว่า ถ้าจัดลำดับเด็กหญิงจากเตี้ยที่สุดไปสูงที่สุด นักเรียนคนที่มืลำดับตรงกลาง ไม่จำเป็นต้องมีความสูง 130 เซนติเมตร เช่น ถ้านักเรียนห้องนี้มีความสูงจากเตี้ยสุดไปสูงที่สุด ดังนี้

120 120 125 130 130 131 131 131 131 131
131 131 131 131 131 131 131 131 131 131
131 131 132 133 133

จะได้ว่า นักเรียนคนที่ 12 และ 13 ที่อยู่ลำดับตรงกลางมีความสูง 131 เซนติเมตร

ประโยค 4) เท็จ เพราะว่า ไม่จำเป็นที่ “ครึ่งหนึ่งของนักเรียนหญิงในห้องต้องเตี้ยกว่า 130 เซนติเมตร และอีกครึ่งหนึ่งต้องสูงกว่า 130 เซนติเมตร” เช่น ถ้านักเรียนห้องนี้มีความสูงจากเตี้ยสุดไปสูงที่สุด ดังนี้

120 120 125 130 130 131 131 131 131 131
131 131 131 131 131 131 131 131 131 131
131 131 132 133 133

จะได้ว่า มีนักเรียนหญิงในห้องต้องเตี้ยกว่า 130 เซนติเมตร จำนวน 3 คน และอีก 20 คน มีความสูงมากกว่า 130 เซนติเมตร

3. มีการพบข้อผิดพลาดจากการวัดความสูงของนักเรียนคนหนึ่ง ซึ่งควรจะเป็น 120 เซนติเมตร
ไม่ใช่ 145 เซนติเมตร ความสูงเฉลี่ยของนักเรียนหญิงที่ถูกต้องควรเป็นเท่าใด

ตอบ129..... เซนติเมตร

(กระบวนการ: การใช้โน้ตสโน้ ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา)

แนวคิด

เนื่องจาก ค่าเฉลี่ย = $\frac{\text{ผลบวกของข้อมูลทั้งหมด}}{\text{จำนวนข้อมูลทั้งหมด}}$

ให้ a แทน ผลบวกของความสูงของนักเรียนหญิง 25 คน

เนื่องจาก ความสูงเฉลี่ยของนักเรียนหญิงกลุ่มนี้เป็น 130 เซนติเมตร

$$\text{จะได้ } 130 = \frac{a}{25}$$

$$a = 130 \times 25 = 3,250$$

เนื่องจาก มีการพบข้อผิดพลาดจากการวัดความสูงของนักเรียน คือ ควรจะเป็น 120 เซนติเมตร

ไม่ใช่ 145 เซนติเมตร

จะได้ ค่า a ที่ถูกต้อง เท่ากับ $3,250 - 145 + 120 = 3,225$

ดังนั้น ความสูงเฉลี่ยของนักเรียนหญิงที่ถูกต้อง เท่ากับ $\frac{3,225}{25} = 129$ เซนติเมตร

แนวคำตอบ

ใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง คะแนนสอบ

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. ครูวิทยาศาสตร์ในโรงเรียนของต้นกล้า ได้ทดสอบวิชาวิทยาศาสตร์จำนวนห้าชุดโดยแต่ละชุดมีคะแนนเต็มชุดละ 100 คะแนน ถ้าต้นกล้าได้คะแนนเฉลี่ยจากแบบทดสอบวิทยาศาสตร์สี่ชุดแรก เท่ากับ 60 คะแนน ส่วนชุดที่ห้าเธอทำได้ 80 คะแนน แล้วค่าเฉลี่ยของคะแนนแบบทดสอบวิทยาศาสตร์ทั้งห้าชุดของต้นกล้า เท่ากับเท่าใด จงแสดงวิธีทำ

ดูแนวคำตอบได้จากแนวคิดต่อไปนี้

(กระบวนการ: การใช้โน้ตส่น ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา)

แนวคิดที่ 1

เนื่องจากคะแนนเฉลี่ยของแบบทดสอบ 4 ชุดแรก เท่ากับ 60 คะแนน

ดังนั้น คะแนนรวมของแบบทดสอบ 4 ชุดแรก เท่ากับ $60 \times 4 = 240$ คะแนน

และเนื่องจากคะแนนของแบบทดสอบชุดที่ห้า เท่ากับ 80 คะแนน

ดังนั้น คะแนนรวมของแบบทดสอบทั้ง 5 ชุด เท่ากับ $240 + 80 = 320$ คะแนน

จะได้ คะแนนเฉลี่ยของแบบทดสอบทั้ง 5 ชุด เท่ากับ $\frac{320}{5} = 64$ คะแนน

นั่นคือ ค่าเฉลี่ยของคะแนนแบบทดสอบวิทยาศาสตร์ทั้งห้าชุดของต้นกล้า เท่ากับ 64 คะแนน

แนวคิดที่ 2

ให้ a แทนผลบวกของคะแนนแบบทดสอบสี่ชุดแรก

ค่าเฉลี่ยของคะแนนแบบทดสอบสี่ชุดแรก เท่ากับ $\frac{a}{4}$

$$\text{จะได้ } 60 = \frac{a}{4}$$

$$a = 60 \times 4$$

$$a = 240$$

จะได้ ผลบวกของคะแนนแบบทดสอบทั้งห้าชุด เท่ากับ $240 + 80 = 320$ คะแนน

ดังนั้น ค่าเฉลี่ยของคะแนนแบบทดสอบทั้งห้าชุด เท่ากับ $\frac{320}{5} = 64$ คะแนน

นั่นคือ ค่าเฉลี่ยของคะแนนแบบทดสอบวิทยาศาสตร์ทั้งห้าชุดของต้นกล้า เท่ากับ 64 คะแนน

2. ห้องเรียนหนึ่งมีนักเรียนชาย 10 คน มีนักเรียนหญิง 14 คน ได้ทดสอบวิชาคณิตศาสตร์ ถ้าคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชายและนักเรียนหญิงเป็น 12.96 คะแนน และ 14.40 คะแนน ตามลำดับ คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องนี้จะเท่ากับ $\frac{12.96+14.40}{2}$ คะแนน หรือไม่ เพราะเหตุใด

ดูแนวคำตอบได้จากแนวคิดต่อไปนี้

(กระบวนการ: การใช้โน้ตค้น ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา)

แนวคิดที่ 1

ไม่เท่ากับ $\frac{12.96+14.40}{2}$ คะแนน เพราะว่า จำนวนของนักเรียนชายและจำนวนของนักเรียนหญิงไม่เท่ากัน ดังนั้น การจะหาคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนห้องนี้จึงต้องหาผลรวมของคะแนนของนักเรียนชาย 10 คน และผลรวมของคะแนนของนักเรียนหญิง 14 คน แล้วนำมารวมกัน จากนั้น หาคะแนนเฉลี่ยโดยการหารด้วยจำนวนนักเรียนทั้งห้อง

แนวคิดที่ 2

ไม่เท่ากับ $\frac{12.96+14.40}{2}$ คะแนน เพราะว่า คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนห้องนี้ เท่ากับ $\frac{(10 \times 12.96) + (14 \times 14.40)}{10 + 14} = 13.80$ คะแนน แต่ $\frac{12.96+14.40}{2} = 13.68$ คะแนน

กิจกรรมที่ 18

รายวิชา การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างฉลาดรู้

ระดับ มัธยมศึกษาตอนต้น

เรื่อง ห้องชุดสำหรับพักผ่อน

เวลาเรียน 1 คาบ

1. ความเชื่อมโยงกับตัวชี้วัดในหลักสูตรแกนกลาง

ค 3.1 ม.2/1

2. จุดประสงค์การเรียนรู้ ผู้เรียนสามารถ

- 1) ใช้ความรู้เกี่ยวกับค่าเฉลี่ยเลขคณิตในการแก้ปัญหสถานการณ์ห้องชุดในเมืองพัทยา
- 2) ใช้ข้อมูลจากตารางและเกณฑ์การประเมินราคาห้องชุดในการแก้ปัญหสถานการณ์ห้องชุดสำหรับพักผ่อน
- 3) ตีความในสถานการณ์ห้องชุดสำหรับพักผ่อน โดยใช้ความเข้าใจเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยเลขคณิต
- 4) อธิบายหรือให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนหรือโต้แย้ง รวมถึงอธิบายกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหสถานการณ์ห้องชุดสำหรับพักผ่อน

3. กระบวนการ (PISA 2022)

- ☒ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- ☐ การคิด/แปลงสถานการณ์ปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์
- ☒ การใช้โมเดล ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา
- ☒ การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์

4. ความรู้ที่เกี่ยวข้อง

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต คือ จำนวนที่ได้จากการหารผลบวกของข้อมูลทั้งหมดด้วยจำนวนข้อมูล

5. วัสดุ อุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้

- 10) เว็บไซต์ที่ประกาศขายห้องชุด เช่น <https://propertyscout.co.th>
- 11) ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง ห้องชุดในเมืองพัทยา ตามจำนวนผู้เรียน คนละ 1 ชุด
- 12) ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง ห้องชุดสำหรับพักผ่อน ตามจำนวนผู้เรียน คนละ 1 ชุด

6. การเตรียมตัวล่วงหน้าของผู้สอน

- 1) เตรียมวัสดุ อุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้สำหรับผู้เรียน
- 2) ศึกษาและตรวจสอบสื่อการเรียนรู้
- 3) ศึกษาขั้นตอนการจัดกิจกรรม

7. ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

- 1) ผู้สอนเกริ่นนำเกี่ยวกับการซื้อ-ขายที่พักอาศัย และยกตัวอย่างการสืบค้นข้อมูลจากเว็บไซต์ เช่น <https://propertyscout.co.th> โดยสามารถเลือกกรองข้อมูลจากความสนใจหรือขอบเขตที่พักอาศัยที่เราต้องการได้

- 2) ผู้สอนให้ผู้เรียนพิจารณาข้อมูลของห้องชุดจำนวน 5 ห้อง ในใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง ห้องชุดในเมืองพัทยา แล้วผู้สอนใช้การถามตอบกับผู้เรียนโดยใช้แนวคำถามดังนี้

- จากข้อมูลที่กำหนดให้ ผู้เรียนจะพิจารณาการเลือกซื้อห้องชุดจากอะไรบ้าง

แนวคำตอบ ราคา พื้นที่ห้องชุด จำนวนห้องนอน จำนวนห้องน้ำ ความสะดวกสบาย มีที่จอดรถ

- จากข้อมูลที่กำหนดให้ ถ้ามีงบประมาณ 4,000,000 บาท ผู้เรียนมีความสนใจจะซื้อห้องชุดแห่งใด เพราะเหตุใด

แนวคำตอบ คำตอบขึ้นอยู่กับเหตุผลของผู้เรียน เช่น

- ห้องชุด D ราคา 2,800,000 บาท เพราะราคาถูกที่สุด และอยู่ใกล้ชายหาด
- ห้องชุด C ราคา 3,800,000 บาท เพราะได้ห้องขนาดใหญ่และราคาไม่เกินงบประมาณที่ตั้งไว้

- ผู้เรียนมีวิธีการอย่างไรในการเปรียบเทียบข้อมูลห้องชุดให้ง่ายขึ้น

แนวคำตอบ จัดทำเป็นตารางแสดงข้อมูลสองทาง

- 3) ผู้สอนให้ผู้เรียนระบุข้อมูลของห้องชุดที่กำหนดให้ลงในตารางสองทางในใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง ห้องชุดในเมืองพัทยา คำถามข้อที่ 1 เมื่อผู้เรียนตอบคำถามข้อที่ 1 แล้ว ผู้สอนใช้การถามตอบกับผู้เรียนโดยใช้แนวคำถามดังนี้

- สังเกตเห็นอะไรบ้างจากตารางแสดงข้อมูลห้องชุดสำหรับพักผ่อนในเขตเมืองพัทยา

แนวคำตอบ คำตอบขึ้นอยู่กับเหตุผลของผู้เรียน เช่น

- ห้องชุด E ราคาแพงที่สุด ห้องชุด D ราคาถูกที่สุด
- ราคาห้องถูกหรือแพง ขึ้นอยู่กับขนาดห้อง จำนวนห้องนอนและห้องน้ำ มีที่จอดรถ หรือระยะทางถึงชายหาด
- ยังไม่ทราบราคาห้องชุด B เพราะถูกหมึกเลอะ

- จากตารางแสดงข้อมูลห้องชุดสำหรับพักผ่อนในเขตเมืองพัทยา ถ้าห้องชุด B ราคาประมาณ 4,000,000 – 4,500,000 บาท ผู้เรียนคิดว่าราคาสมเหตุผลหรือไม่ เพราะเหตุใด

แนวคำตอบ คำตอบขึ้นอยู่กับเหตุผลของผู้เรียน เช่น

- สมเหตุผล เพราะ เมื่อพิจารณาขนาดห้อง พื้นที่ห้องชุด B ใหญ่กว่าห้องชุด A แต่เล็กกว่าห้องชุด E
- ไม่สมเหตุผล เพราะ ห้องชุด B ราคาอาจจะน้อยกว่า 4,000,000 บาท เนื่องจากข้อมูลห้องชุด B และห้องชุด C มีข้อมูลใกล้เคียงกัน จึงควรมีราคาใกล้เคียงกัน

- 4) ผู้สอนให้ผู้เรียนตอบคำถามในใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง ห้องชุดในเมืองพัทยา คำถามข้อที่ 2 ซึ่งได้ระบุค่าเฉลี่ยราคาห้องชุดสำหรับพักผ่อนทั้ง 5 ห้องมาให้ จากนั้น ผู้สอนอาจสุ่มผู้เรียนให้บอกคำตอบที่ได้ พร้อมทั้งอธิบายแนวคิด ทั้งนี้ ผู้สอนควรกระตุ้นให้ผู้เรียนที่เหลื้ตรวจสอบคำตอบของตนเองและเปิด

โอกาสให้ผู้เรียนให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนคำตอบของเพื่อนหรือโต้แย้งในกรณีที่ได้คำตอบไม่ตรงกัน จากนั้น ผู้สอนใช้การถามตอบกับผู้เรียนเพื่อสรุปและเชื่อมโยงไปสู่ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง ห้องชุดสำหรับพักผ่อน เช่น ผู้สอนอาจใช้คำถามว่า

- ค่าเฉลี่ยเลขคณิตคืออะไร และมีวิธีการหาค่าเฉลี่ยหาอย่างไร

แนวคำตอบ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็นค่ากลางประเภทหนึ่งของข้อมูล โดยหาได้จากการหารผลบวกของข้อมูลทั้งหมดด้วยจำนวนข้อมูลทั้งหมด

- ถ้าหมึกเลอะราคาห้องชุด 2 ห้อง และทราบค่าเฉลี่ยราคาห้องชุดในเมืองพัทยาทั้ง 5 ห้อง แล้วจะสามารถหาราคาห้องชุดทั้ง 2 ห้อง ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

แนวคำตอบ คำตอบขึ้นอยู่กับเหตุผลของผู้เรียน เช่น

- “ไม่สามารถบอกราคาของห้องชุดแต่ละห้องได้อย่างชัดเจน แต่จะสามารถบอกราคารวมของห้องชุดทั้ง 2 ห้องได้
- “ไม่สามารถบอกราคาของห้องชุดแต่ละห้องได้อย่างชัดเจน แต่จะประมาณราคาของห้องชุด 2 ห้องนี้ได้ว่าอยู่ในช่วงใด

- 5) ผู้สอนให้ผู้เรียนทำความเข้าใจสถานการณ์และตอบคำถามในใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง ห้องชุดสำหรับพักผ่อน คำถามข้อที่ 1 จากนั้น ผู้สอนให้ผู้เรียนจับคู่กันเพื่อเปรียบเทียบคำตอบและแลกเปลี่ยนวิธีการหาคำตอบ โดยในระหว่างที่ผู้เรียนทำกิจกรรม ผู้สอนต้องคอยสังเกต ให้คำแนะนำ หรือให้ความช่วยเหลือในกรณีที่ผู้เรียนตีความโจทย์หรือบริบทไม่ถูกต้อง การเข้าใจความหมายของคำเฉพาะ เช่น เกณฑ์การเพิ่มมูลค่า หน่วยเงิน เซต และการเข้าใจเงื่อนไขต่าง ๆ หรือผู้เรียนไม่สามารถหาคำตอบที่ถูกต้องได้ ทั้งนี้ ผู้สอนอาจเลือกผู้เรียนที่มีวิธีการหาคำตอบที่แตกต่างกัน ออกมานำเสนอวิธีการหาคำตอบ

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม: หากนักเรียนยังไม่รู้จัก หน่วยเงิน “เซต” ผู้สอนสามารถแนะนำว่า หน่วยเงิน “เซต” เป็นหน่วยเงินที่ใช้กับประเทศที่سمىดิขึ้นคือประเทศ “เซตแลนด์” ในข้อสอบ PISA

- 6) ผู้สอนให้ผู้เรียนตอบคำถามในใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง ห้องชุดสำหรับพักผ่อน คำถามข้อที่ 2 จากนั้น ผู้สอนอาจสุ่มผู้เรียนจำนวน 2 คน เพื่อบอกคำตอบที่ได้และอธิบายเหตุผล และให้เพื่อนร่วมห้องที่มีแนวคิดที่แตกต่างเสริม ทั้งนี้ หากผู้สอนสังเกตว่าผู้เรียนตอบคำถามได้ไม่ถูกต้องหรือไม่สามารถตอบคำถามได้ ผู้สอนอาจใช้คำถามต่อไปนี้เพื่อช่วยกระตุ้นผู้เรียน เช่น

- “มีการใช้ห้องชุดโดยเฉลี่ย 315 วันต่อปี ตลอดช่วงเวลา 10 ปี” หมายความว่าอย่างไร

แนวคำตอบ คำตอบขึ้นอยู่กับเหตุผลของผู้เรียน เช่น

- ทุกปีอาจจะมีการใช้ห้องชุด 315 วัน ตลอดช่วงเวลา 10 ปี
- บางปีอาจจะมีการใช้ห้องชุด 315 วัน
- ตลอดช่วงเวลา 10 ปี อาจจะมีการใช้ห้องชุดมากกว่าและน้อยกว่า 315 วันต่อปี ซึ่งไม่มีปีใดที่ใช้ห้องชุด 315 วัน

- ตลอดช่วงเวลา 10 ปี ไม่สามารถใช้ห้องชุดน้อยกว่า 315 วันในทุกปี
- ตลอดช่วงเวลา 10 ปี ไม่สามารถใช้ห้องชุดมากกว่า 315 วันในทุกปี
- อาจมี 1 ปีที่ไม่มีแขกมาพักเลย

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม: ในกรณีที่ผู้เรียนทำกิจกรรมได้เร็ว ผู้สอนสามารถให้ผู้เรียนตอบคำถามต่อไปนี้

จากคำถามข้อที่ 2 หากเปลี่ยนข้อมูลเป็น แยกที่มาพักผ่อนมีการใช้ห้องชุดโดยเฉลี่ย 330 วันต่อปี ตลอดช่วงเวลา 10 ปีที่ผ่านมา ในทางทฤษฎี เป็นไปได้หรือไม่ว่ามีหนึ่งปีในช่วง 10 ปีที่ผ่านมา ไม่มีแขกที่มาพักผ่อนใช้ห้องชุดนี้เลย

แนวคำตอบ เป็นไปไม่ได้ เพราะว่า หากมี 1 ปี ที่ไม่มีแขกเข้าพักเลย และ 9 ปี มีแขกเข้าพักทุกวัน จะได้ค่าเฉลี่ย คือ $(365 \times 9) \div 10 = 328.5$ วัน ซึ่ง $328.5 < 330$ ทำให้ค่าเฉลี่ยเป็น 330 วัน ไม่ได้

- 7) ผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันสรุปผลจากการปฏิบัติกิจกรรม โดยมีแนวทางการสรุปดังนี้
ผู้เรียนได้รวบรวมข้อมูลและแปลความหมายข้อมูลที่นำเสนอด้วยตารางสองทาง และใช้ความรู้เกี่ยวกับค่าเฉลี่ยเลขคณิตในการแก้ปัญหาที่กำหนด รวมทั้งได้ฝึกทักษะการให้เหตุผลและการแก้ปัญหา

8. ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมสำหรับผู้สอน

- 1) หากเวลาการจัดกิจกรรมไม่เพียงพอ ผู้สอนสามารถจัดกิจกรรมตามขั้นตอนที่เหลือให้ผู้เรียนในคาบเรียนถัดไป
- 2) หากจัดกิจกรรมเสร็จแล้ว และพอมีเวลาเหลือ ผู้สอนสามารถเลือกแนวทางการจัดกิจกรรมอื่นที่อยู่ในภาคผนวก ก มาจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนตามความเหมาะสม

9. แหล่งการเรียนรู้เพิ่มเติม

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เล่ม 2 (สสวท.)

10. การวัดและประเมินผล

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
1) ใช้ความรู้เกี่ยวกับค่าเฉลี่ยเลขคณิตในการแก้ปัญหาสถานการณ์ห้องชุดในเมืองพัทยา	• พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม	• ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่องห้องชุดในเมืองพัทยาคำถามข้อที่ 2	• อธิบายแนวคิดในการหาคำตอบของคำถามข้อที่ 2 ได้อย่างสมเหตุสมผล และเพียงพอที่จะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
2) ใช้ข้อมูลจากตารางและเกณฑ์การประเมินราคาห้องชุดในการแก้ปัญหาสถานการณ์ห้องชุดสำหรับพักผ่อน	• พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม	• ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่องห้องชุดสำหรับพักผ่อน คำถามข้อที่ 1	• อธิบายแนวคิดในการหาคำตอบของคำถามข้อที่ 1 ได้อย่างสมเหตุสมผลและเพียงพอที่จะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง
3) ตีความในสถานการณ์ห้องชุดสำหรับพักผ่อน โดยใช้ความเข้าใจเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยเลขคณิต	• พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม	• ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่องห้องชุดสำหรับพักผ่อน คำถามข้อที่ 2	• ตอบคำถามข้อที่ 2 ได้ถูกต้องตั้งแต่ 2 ข้อย่อยขึ้นไป จากทั้งหมด 3 ข้อย่อย
4) อธิบายหรือให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนหรือโต้แย้ง รวมถึงอธิบายกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์ห้องชุดสำหรับพักผ่อน	• สังเกตพฤติกรรม การให้เหตุผลจาก การตอบคำถามหรือ อภิปรายในชั้นเรียน	• แบบประเมิน พฤติกรรมทำให้ เหตุผล	• ได้ระดับพอใช้ขึ้นไปเมื่อพิจารณาในภาพรวมของทั้งภาคการศึกษา (ดูภาคผนวก ข)

หมายเหตุ เกณฑ์ที่กำหนดไว้ข้างต้น ถือเป็นเกณฑ์ในระดับที่คาดหวัง ในกรณีที่ผู้เรียนทำได้น้อยกว่าเกณฑ์ที่กำหนด ผู้สอนต้องพิจารณาเสริมกระบวนการในด้านนั้นเพิ่มเติม

ชื่อ ห้อง เลขที่

ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง ห้องชุดในเมืองพัทยา

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนอ่านสถานการณ์และตอบคำถามต่อไปนี้

พิจารณาข้อมูลห้องชุดสำหรับพักผ่อนในเขตเมืองพัทยาจำนวน 5 ห้อง โดยห้องชุด B มีหมึกเลอะที่เอกสารส่วนของข้อมูลราคาห้องชุด ดังนี้

เมืองพัทยา, หนองปรือ, บางละมุง, ชลบุรี, 20150	A	พทยาใต้, หนองปรือ, บางละมุง, ชลบุรี, 20150	B
฿3,500,000		฿2,800,000	
① ความพร้อมการให้บริการ ตามคำร้องขอ		① ความพร้อมการให้บริการ ตามคำร้องขอ	
1 ห้องนอน, 1 ห้องน้ำ, 46.9 ตรม., ฿74,627/ตรม.		2 ห้องนอน, 2 ห้องน้ำ, 59.5 ตรม., ฿90,756/ตรม.	
มีที่จอดรถว่าง, ระเบียง, ลิฟต์มือตรงคนสัญชาติไทย, ชื่อ-ชายชาด		มีที่จอดรถว่าง, ห้องครัว, ลิฟต์มือตรงคนสัญชาติไทย, ชื่อ-ชายชาด	
เกี่ยวกับห้องนี้		เกี่ยวกับห้องนี้	
ชาย คอนโดตกแต่งพร้อมอยู่ 1 ห้องนอน 1 ห้องน้ำ ขนาด 46.9 ตารางเมตร, โครงการ Atlantis Condo Resort ซึ่งตั้งอยู่ในเขตบางละมุง ติดต่อเราเพื่อนัดหมายเข้าชมรายการที่คุณต้องการ		ชาย คอนโดตกแต่งพร้อมอยู่ 2 ห้องนอน 1 ห้องน้ำ ขนาด 59.5 ตารางเมตร ชั้น 7, โครงการ Centric Sea Pattaya ซึ่งตั้งอยู่ในเขตบางละมุง ติดต่อเราเพื่อนัดหมายเข้าชมรายการที่คุณต้องการ	
ข้อมูลสิ่งอำนวยความสะดวกต่างๆ:		ข้อมูลสิ่งอำนวยความสะดวกต่างๆ:	
• ตู้เย็น		• ตู้เย็น	
• เตาไฟฟ้า		• ไมโครเวฟ	
• ระเบียง		• เตาไฟฟ้า	
• ที่วี		• ที่วี	
พื้นที่ส่วนกลาง:		พื้นที่ส่วนกลาง:	
• สร้างเสร็จในปี 2014		• สร้างเสร็จในปี 2016	
• ฟิตเนส		• ฟิตเนส	
พทยาใต้, หนองปรือ, บางละมุง, ชลบุรี, 20150		พทยาใต้, หนองปรือ, บางละมุง, ชลบุรี, 20150	
฿3,800,000		฿2,800,000	
① ความพร้อมการให้บริการ ตามคำร้องขอ		① ความพร้อมการให้บริการ ตามคำร้องขอ	
2 ห้องนอน, 2 ห้องน้ำ, 61 ตรม., ฿62,295/ตรม.		1 ห้องนอน, 2 ห้องน้ำ, 48 ตรม., ฿58,333/ตรม.	
มีที่จอดรถว่าง		ห้องครัว	
เกี่ยวกับห้องนี้		เกี่ยวกับห้องนี้	
ชาย คอนโดตกแต่งพร้อมอยู่ 2 ห้องนอน 2 ห้องน้ำ ขนาด 61 ตารางเมตร ซึ่งตั้งอยู่ในเขตบางละมุง ติดต่อเราเพื่อนัดหมายเข้าชมรายการที่คุณต้องการ		ชาย คอนโดตกแต่งพร้อมอยู่ 1 ห้องนอน 2 ห้องน้ำ ขนาด 48 ตารางเมตร ชั้น 8, โครงการ Novana Residence ซึ่งตั้งอยู่ในเขตบางละมุง ติดต่อเราเพื่อนัดหมายเข้าชมรายการที่คุณต้องการ	
พื้นที่ส่วนกลาง:		พื้นที่ส่วนกลาง:	
• ลานจอดรถกลางแจ้ง		• สร้างเสร็จในปี 2014	
• ลานจอดรถในร่ม		• ฟิตเนส	
• ลานจอดรถ		• สระว่ายน้ำ	
		• เซอร์วิส	
		• ระบบรักษาความปลอดภัย 24 ชม.	
		• ลานจอดรถในร่ม	
		• กล้องวงจรปิด	
		• สถานออกกำลังกาย	
พทยาใต้, หนองปรือ, บางละมุง, ชลบุรี, 20150			
ราคาประกาศขาย: ฿6,000,000			
ราคาให้เช่า: ฿40,000/เดือน			
① ความพร้อมการให้บริการ ตามคำร้องขอ			
2 ห้องนอน, 2 ห้องน้ำ, 104 ตรม., ฿57,692/ตรม.			
เกี่ยวกับห้องนี้			
ให้เช่า/ชาย คอนโดตกแต่งพร้อมอยู่ 2 ห้องนอน 2 ห้องน้ำ ขนาด 104 ตารางเมตร ซึ่งตั้งอยู่ในเขตบางละมุง ติดต่อเราเพื่อนัดหมายเข้าชมรายการที่คุณต้องการ			
ค่าเช่าต่อเดือนจะขึ้นอยู่กับระยะสัญญาเช่าขั้นต่ำ:			
• สัญญาเช่าขั้นต่ำ 12-เดือน: ฿40,000 ต่อเดือน			
ราคาประกาศขาย: ฿6,000,000			

1. จากข้อมูลห้องชุดสำหรับพักผ่อน จำนวน 5 ห้อง ให้ระบุข้อมูลของห้องชุดลงในตารางต่อไปนี้ให้สมบูรณ์

ตารางแสดงข้อมูลห้องชุดสำหรับพักผ่อนในเขตเมืองพัทยา

ห้องชุด	ราคา (บาท)	ขนาด (ม. ²)	ห้องนอน (จำนวนห้อง)	ห้องน้ำ (จำนวนห้อง)	ที่จอดรถ (มี/ไม่มี)	ระยะทางถึง ชายหาด (กม.)
A					✓	0.25
B	ไม่ทราบข้อมูล				✓	1.10
C					✓	2.00
D					✓	0.10
E					✓	1.00

2. จากข้อมูลห้องชุดสำหรับพักผ่อนในเขตเมืองพัทยา ถ้าค่าเฉลี่ยราคาห้องชุดสำหรับพักผ่อนทั้ง 5 ห้อง มีค่า 4,300,000 บาท แล้วห้องชุด B ราคากี่บาท จงแสดงวิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

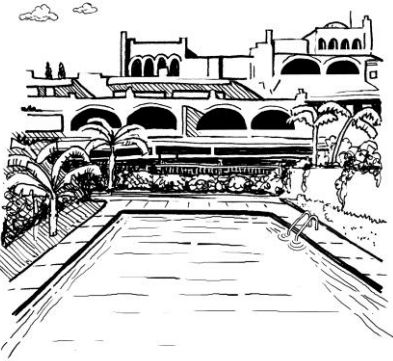
.....

ชื่อ ห้อง เลขที่

ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง ห้องชุดสำหรับพักผ่อน

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนอ่านสถานการณ์และตอบคำถามต่อไปนี้

คริสติน่าพบห้องชุดสำหรับพักผ่อนนี้ประกาศขายทางอินเทอร์เน็ต เธอกำลังคิดที่จะซื้อห้องชุดสำหรับพักผ่อน เพื่อเธอจะให้แขกที่มาพักผ่อนเช่าห้องชุดนี้

จำนวนห้อง:	1 x ห้องรับแขกและห้องอาหาร 1 x ห้องนอน 1 x ห้องน้ำ	ราคา: 200,000 เซต 
ขนาด:	60 ตารางเมตร (ม.²)	
ที่จอดรถ:	มี	
ระยะเวลาเดินทางสู่ตัวเมือง:	10 นาที	
ระยะทางไปถึงชายหาด:	350 เมตร (ม.) วัดเป็นเส้นตรง	
ใน 10 ปีที่ผ่านมา แขกที่มาพักผ่อนมีการใช้โดยเฉลี่ย:	315 วันต่อปี	

ในการประเมินราคาห้องชุดสำหรับพักผ่อน คริสติน่าได้ขอให้ผู้เชี่ยวชาญมาประเมิน ซึ่งในการประมาณราคาห้องชุดสำหรับพักผ่อน ผู้เชี่ยวชาญได้ใช้เกณฑ์ต่อไปนี้

ราคาต่อ ม.²	ราคากลาง:	2,500 เซตต่อ ม.²			
เกณฑ์การเพิ่มมูลค่า	ระยะเวลาเดินทางสู่ตัวเมือง:	มากกว่า 15 นาที: +0 เซต	ตั้งแต่ 5 ถึง 15 นาที: +10,000 เซต	น้อยกว่า 5 นาที: +20,000 เซต	
	ระยะทางไปถึงชายหาด (วัดเป็นเส้นตรง):	มากกว่า 2 กม.: +0 เซต	ตั้งแต่ 1 ถึง 2 กม.: +5,000 เซต	ตั้งแต่ 0.5 ถึง 1 กม.: +10,000 เซต	น้อยกว่า 0.5 กม.: +15,000 เซต
	ที่จอดรถ:	ไม่มี: +0 เซต	มี: +35,000 เซต		

1. ถ้าราคาและผู้เชี่ยวชาญประมาณสูงกว่าราคาขายที่ประกาศไว้ ราคานี้ถือว่า “ดีมาก” สำหรับคริสติน่าในฐานะผู้ที่มีกำลังซื้อ ให้ใช้เกณฑ์ของผู้เชี่ยวชาญแสดงให้เห็นว่าราคาขายที่บอกไว้นั้น “ดีมาก” สำหรับคริสติน่า มีความหมายว่าอย่างไร จงอธิบาย

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. แยกที่มาพักผ่อนมีการใช้ห้องชุดโดยเฉลี่ย 315 วันต่อปี ตลอดช่วงเวลา 10 ปีที่ผ่านมาให้นักเรียนตัดสินใจว่าข้อความต่อไปนี้สามารถสรุปได้จากข้อมูลดังกล่าวใช่หรือไม่

จงเขียนวงกลมล้อมรอบคำว่า “ใช่” หรือ “ไม่ใช่” ในแต่ละข้อความ

ข้อความ	ข้อความสามารถสรุปได้จากข้อมูลที่กำหนดให้ใช่หรือไม่
1) สามารถบอกได้อย่างมั่นใจว่า อย่างน้อยหนึ่งปี ในช่วงเวลา 10 ปีที่ผ่านมา มีแยกที่มาพักผ่อน ใช้ห้องชุดสำหรับพักผ่อนนี้ 315 วันพอดี	ใช่ / ไม่ใช่
2) ในทางทฤษฎี มันอาจเป็นไปได้ว่า ในช่วงเวลา 10 ปีที่ผ่านมา มีแยกที่มาพักผ่อนใช้ห้องชุดนี้มากกว่า 315 วันในทุกปี	ใช่ / ไม่ใช่
3) ในทางทฤษฎี มันอาจเป็นไปได้ว่ามีหนึ่งปีในช่วง 10 ปีที่ผ่านมา ไม่มีแยกที่มาพักผ่อนใช้ห้องชุดนี้เลย	ใช่ / ไม่ใช่

หมายเหตุ สมมติว่าหนึ่งปีมี 365 วัน

แนวคำตอบ

ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง ห้องชุดในเมืองพัทยา

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนอ่านสถานการณ์และตอบคำถามต่อไปนี้

พิจารณาข้อมูลห้องชุดสำหรับพักผ่อนในเขตเมืองพัทยาจำนวน 5 ห้อง โดยห้องชุด B มีหมึกเลอะที่เอกสารส่วนของข้อมูลราคาห้องชุด

เมืองพัทยา, หนองปรือ, บางละมุง, ชลบุรี, 20150	A	พัทยากลาง, หนองปรือ, บางละมุง, ชลบุรี, 20150	B
฿3,500,000		฿90,756/ตรม.	
1 ห้องนอน	1 ห้องน้ำ	46.9 ตรม.	74.627/ตรม.
มีที่จอดรถว่าง	ระเบียง	ลิฟต์ติดตรงคนสัญชาติไทย	ชื่อ-นามสกุล
เกี่ยวกับห้องนี้ ชาย คอนโดตกแต่งพร้อมอยู่ 1 ห้องนอน 1 ห้องน้ำ ขนาด 46.9 ตารางเมตร, โครงการ Atlantis Condo Resort ซึ่งตั้งอยู่ในเขตบางละมุง ติดต่อเราเพื่อนัดหมายเข้าชมรายการที่คุณต้องการ		เกี่ยวกับห้องนี้ ชาย คอนโดตกแต่งพร้อมอยู่ 2 ห้องนอน 1 ห้องน้ำ ขนาด 59.5 ตารางเมตร ชั้น 7, โครงการ Centric Sea Pattaya ซึ่งตั้งอยู่ในเขตบางละมุง ติดต่อเราเพื่อนัดหมายเข้าชมรายการที่คุณต้องการ	
ข้อมูลสิ่งอำนวยความสะดวกต่างๆ: • ตู้เย็น • เตาไฟฟ้า • ระเบียง • ที่วี		ข้อมูลสิ่งอำนวยความสะดวกต่างๆ: • ตู้เย็น • ไมโครเวฟ • เตาไฟฟ้า • ที่วี	
พื้นที่ส่วนกลาง: • สร้างเสร็จในปี 2014 • ฟิตเนส		พื้นที่ส่วนกลาง: • สร้างเสร็จในปี 2016 • ฟิตเนส	
พัทยาใต้, หนองปรือ, บางละมุง, ชลบุรี, 20150	C	พัทยาใต้, หนองปรือ, บางละมุง, ชลบุรี, 20150	D
฿3,800,000		฿2,800,000	
2 ห้องนอน	2 ห้องน้ำ	61 ตรม.	62.295/ตรม.
มีที่จอดรถว่าง			
เกี่ยวกับห้องนี้ ชาย คอนโดตกแต่งพร้อมอยู่ 2 ห้องนอน 2 ห้องน้ำ ขนาด 61 ตารางเมตร ซึ่งตั้งอยู่ในเขตบางละมุง ติดต่อเราเพื่อนัดหมายเข้าชมรายการที่คุณต้องการ		เกี่ยวกับห้องนี้ ชาย คอนโดตกแต่งพร้อมอยู่ 1 ห้องนอน 2 ห้องน้ำ ขนาด 48 ตารางเมตร ชั้น 8, โครงการ Novana Residence ซึ่งตั้งอยู่ในเขตบางละมุง ติดต่อเราเพื่อนัดหมายเข้าชมรายการที่คุณต้องการ	
พื้นที่ส่วนกลาง: • ลานจอดรถกลางแจ้ง • ลานจอดรถในร่ม • ลานจอดรถ		พื้นที่ส่วนกลาง: • สร้างเสร็จในปี 2014 • ฟิตเนส • สระว่ายน้ำ • เซอร์วิส • ระบบรักษาความปลอดภัย 24 ชม. • ลานจอดรถในร่ม • กล้องวงจรปิด • สถานออกกำลังกาย	
พัทยาใต้, หนองปรือ, บางละมุง, ชลบุรี, 20150	E		
ราคาประกาศขาย: ฿6,000,000			
ราคาให้เช่า: ฿40,000/เดือน			
2 ห้องนอน	2 ห้องน้ำ	104 ตรม.	ชั้น 10
฿57,692/ตรม.			
เกี่ยวกับห้องนี้ ให้เช่า/ชาย คอนโดตกแต่งพร้อมอยู่ 2 ห้องนอน 2 ห้องน้ำ ขนาด 104 ตารางเมตร ซึ่งตั้งอยู่ในเขตบางละมุง ติดต่อเราเพื่อนัดหมายเข้าชมรายการที่คุณต้องการ			
ค่าเช่าต่อเดือนจะขึ้นอยู่กับระยะเวลาเช่าขั้นต่ำ: • สัญญาเช่าขั้นต่ำ 12-เดือน: ฿40,000 ต่อเดือน			
ราคาประกาศขาย: ฿6,000,000			

1. จากข้อมูลห้องชุดสำหรับพักผ่อน จำนวน 5 ห้อง ให้ระบุข้อมูลของห้องชุดลงในตารางต่อไปนี้ให้สมบูรณ์

ตารางแสดงข้อมูลห้องชุดสำหรับพักผ่อนในเขตเมืองพัทยา

ห้องชุด	ราคา (บาท)	ขนาด (ม. ²)	ห้องนอน (จำนวนห้อง)	ห้องน้ำ (จำนวนห้อง)	ที่จอดรถ (มี/ไม่มี)	ระยะทางถึง ชายหาด (กม.)
A	3,500,000	46.9	1	1	✓	0.25
B	ไม่ทราบข้อมูล	59.5	2	1	✓	1.10
C	3,800,000	61.0	2	2	✓	2.00
D	2,800,000	48.0	1	2	✓	0.10
E	6,000,000	104.0	2	2	✓	1.00

(กระบวนการ: การคิด/แปลงสถานการณ์ปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์)

2. จากข้อมูลห้องชุดสำหรับพักผ่อนในเขตเมืองพัทยา ถ้าค่าเฉลี่ยราคาห้องชุดสำหรับพักผ่อนทั้ง 5 ห้อง มีค่า 4,300,000 บาท แล้วห้องชุด B ราคาเท่าไร จงแสดงวิธีทำ

.....
.....

(กระบวนการ: การใช้โน้ตสโน้ ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา)

แนวคิด

จาก ค่าเฉลี่ย = ผลบวกของข้อมูลทั้งหมดหารด้วยจำนวนข้อมูล

$$\text{จะได้ } 4,300,000 = \frac{3,500,000 + \text{ราคาห้องชุด B} + 3,800,000 + 2,800,000 + 6,000,000}{5}$$

$$21,500,000 = 16,100,000 + \text{ราคาห้องชุด B}$$

$$\text{ราคาห้องชุด B} = 5,400,000 \text{ บาท}$$

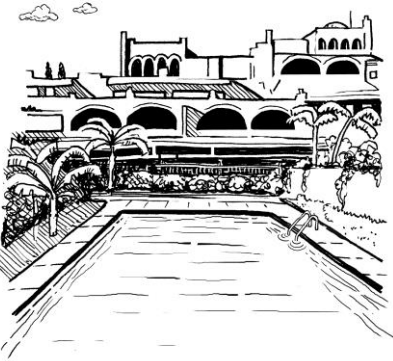
ดังนั้น ห้องชุด B ราคา 5,400,000 บาท

แนวคำตอบ

ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง ห้องชุดสำหรับพักผ่อน

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนอ่านสถานการณ์และตอบคำถามต่อไปนี้

คริสติน่าพบห้องชุดสำหรับพักผ่อนนี้ประกาศขายทางอินเทอร์เน็ต เธอกำลังคิดที่จะซื้อห้องชุดสำหรับพักผ่อน เพื่อเธอจะให้แขกที่มาพักผ่อนเช่าห้องชุดนี้

จำนวนห้อง:	1 x ห้องรับแขกและห้องอาหาร 1 x ห้องนอน 1 x ห้องน้ำ	ราคา: 200,000 เซต 
ขนาด:	60 ตารางเมตร (ม. ²)	
ที่จอดรถ:	มี	
ระยะเวลาเดินทางสู่ตัวเมือง:	10 นาที	
ระยะทางไปถึงชายหาด:	350 เมตร (ม.) วัดเป็นเส้นตรง	
ใน 10 ปีที่ผ่านมา แขกที่มาพักผ่อนมีการใช้โดยเฉลี่ย:	315 วันต่อปี	

ในการประเมินราคาห้องชุดสำหรับพักผ่อน คริสติน่าได้ขอให้ผู้เชี่ยวชาญมาประเมิน ซึ่งในการประมาณราคาห้องชุดสำหรับพักผ่อน ผู้เชี่ยวชาญได้ใช้เกณฑ์ต่อไปนี้

ราคาต่อ ม. ²	ราคากลาง:	2,500 เซตต่อ ม. ²			
เกณฑ์การเพิ่มมูลค่า	ระยะเวลาเดินทางสู่ตัวเมือง:	มากกว่า 15 นาที: +0 เซต	ตั้งแต่ 5 ถึง 15 นาที: +10,000 เซต	น้อยกว่า 5 นาที: +20,000 เซต	
	ระยะทางไปถึงชายหาด (วัดเป็นเส้นตรง):	มากกว่า 2 กม.: +0 เซต	ตั้งแต่ 1 ถึง 2 กม.: +5,000 เซต	ตั้งแต่ 0.5 ถึง 1 กม.: +10,000 เซต	น้อยกว่า 0.5 กม.: +15,000 เซต
	ที่จอดรถ:	ไม่มี: +0 เซต	มี: +35,000 เซต		

1. ถ้าราคาที่สูงกว่าขาคู่ประมาณสูงกว่าราคาขายที่ประกาศไว้ ราคานี้ถือว่า “ดีมาก” สำหรับคริสติน่าในฐานะผู้ที่มีกำลังซื้อ

ให้ใช้เกณฑ์ของผู้เชี่ยวชาญแสดงให้เห็นว่าราคาขายที่บอกไว้นั้น “ดีมาก” สำหรับคริสติน่า มีความหมายว่าอย่างไร จงอธิบาย

ดูแนวคำตอบได้จากแนวคิดต่อไปนี้

(กระบวนการ: การใช้โน้ตส่น ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา)

แนวคิด

ราคาห้องชุดสำหรับพักผ่อนตามขนาด $60 \times 2,500 = 150,000$ เซด

เพิ่มมูลค่าตามระยะเวลาเดินทางสู่ตัวเมือง 10 นาที 10,000 เซด

เพิ่มมูลค่าตามระยะทางไปถึงชายหาด 350 เมตร 15,000 เซด

มีที่จอดรถ 35,000 เซด

รวมมูลค่าของห้องชุดนี้ประมาณ $150,000 + 10,000 + 15,000 + 35,000 = 210,000$ เซด

ซึ่งมูลค่าที่ประกาศขาย 200,000 เซต ถูกกว่ามูลค่าที่ผู้เชี่ยวชาญประมาณไว้ จึงเป็นราคาที่ดีมาก

2. แยกที่มาพักผ่อนมีการใช้ห้องชุดโดยเฉลี่ย 315 วันต่อปี ตลอดช่วงเวลา 10 ปีที่ผ่านมา
ให้นักเรียนตัดสินใจว่าข้อความต่อไปนี้สามารถสรุปได้จากข้อมูลดังกล่าวใช่หรือไม่

จงเขียนวงกลมล้อมรอบคำว่า “ใช่” หรือ “ไม่ใช่” ในแต่ละข้อความ

ข้อความ	ข้อความสามารถสรุปได้จาก ข้อมูลที่กำหนดให้หรือไม่
1) สามารถบอกได้อย่างมั่นใจว่า อย่างน้อยหนึ่งปี ในช่วงเวลา 10 ปีที่ผ่านมา มีแขกที่มาพักผ่อน ใช้ห้องชุดสำหรับพักผ่อนนี้ 315 วันพอดี	ใช่ / ไม่ใช่
2) ในทางทฤษฎี มันอาจเป็นไปได้ว่า ในช่วงเวลา 10 ปี ที่ผ่านมา มีแขกที่มาพักผ่อนใช้ห้องชุดนี้มากกว่า 315 วันในทุกปี	ใช่ / ไม่ใช่
3) ในทางทฤษฎี มันอาจเป็นไปได้ว่ามีหนึ่งปีในช่วง 10 ปีที่ผ่านมา ไม่มีแขกที่มาพักผ่อนใช้ห้องชุดนี้เลย	ใช่ / ไม่ใช่

หมายเหตุ สมมติว่าหนึ่งปีมี 365 วัน

(กระบวนการ: การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์)

แนวคิด

พิจารณาข้อความในแต่ละข้อได้ดังนี้

ข้อความ 1) ไม่ใช่ เพราะว่า อาจเป็นไปได้ว่าทุกปีไม่มีแขกที่มาพักผ่อนใช้ห้องชุดสำหรับพักผ่อนนี้ 315 วัน

พอดีเลย เช่น มี 5 ปี มีแขกมาพัก 314 วัน และ 5 ปี มีแขกมาพัก 316 วัน

ค่าเฉลี่ยจำนวนแขกที่เข้าพักในช่วงเวลา 10 ปีนี้ คิดเป็น 315 วัน

ข้อความ 2) ไม่ใช่ เพราะว่า ถ้ามีแขกที่มาพักผ่อนใช้ห้องชุดนี้มากกว่า 315 วันในทุกปี จะมีค่าเฉลี่ยมากกว่า 315 วัน

ข้อความ 3) ใช่ เพราะว่า ถ้ามี 1 ปี ไม่มีแขกเข้าพัก อาจเป็นไปได้ว่า 9 ปีที่เหลือ จะมีแขกที่เข้ามาพักมากกว่า 315 วัน ทำให้ค่าเฉลี่ยในช่วงเวลา 10 ปี ยังสามารถเป็น 315 วันต่อปีได้

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก
กิจกรรมการเรียนรู้เพิ่มเติม (กิจกรรมที่ 19 – 24)

กิจกรรมที่ 19

รายวิชา การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างฉลาดรู้

ระดับ มัธยมศึกษาตอนต้น

เรื่อง การเข้าตีวิถี

เวลาเรียน 1 คาบ

1. ความเชื่อมโยงกับตัวชี้วัดในหลักสูตรแกนกลาง

ค 1.3 ม.1/1

2. จุดประสงค์การเรียนรู้ ผู้เรียนสามารถ

- 1) หาผลลัพธ์จากการดำเนินการของทศนิยมในการแก้ปัญหาสถานการณ์การเข้าตีวิถี
- 2) ประมาณค่าทศนิยมได้เหมาะสมกับสถานการณ์การเข้าตีวิถี และนำขั้นตอน ยุทธวิธี หรือตัวแบบทางคณิตศาสตร์ มาใช้ในการแก้ปัญหหรือประกอบการตัดสินใจในสถานการณ์การเข้าตีวิถีได้อย่างเหมาะสม
- 3) อธิบายหรือให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนหรือโต้แย้ง รวมถึงอธิบายกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์การเข้าตีวิถี

3. กระบวนการ (PISA 2022)

- ☒ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- ☒ การคิด/แปลงสถานการณ์ปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์
- ☒ การใช้โมเดล ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา
- ☐ การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์

4. ความรู้ที่เกี่ยวข้อง

- 1) สมการ เป็นประโยคที่แสดงการเท่ากันของจำนวนหรือนิพจน์พีชคณิต โดยมีเครื่องหมายเท่ากับ (ใช้สัญลักษณ์ =) บอกการเท่ากัน
- 2) คำตอบของสมการ คือ จำนวนที่แทนตัวแปรในสมการแล้วทำให้ได้สมการที่เป็นจริง

5. วัสดุ อุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้

ใบกิจกรรม เรื่อง การเข้าตีวิถี ตามจำนวนผู้เรียน คนละ 1 ชุด

6. การเตรียมตัวล่วงหน้าของผู้สอน

- 1) เตรียมวัสดุ อุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้สำหรับผู้เรียน
- 2) ศึกษาและตรวจสอบสื่อการเรียนรู้
- 3) ศึกษาขั้นตอนการจัดกิจกรรม

7. ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

- 1) ผู้สอนชวนผู้เรียนสนทนาสถานการณ์ที่คล้ายคลึงกับสถานการณ์ปัญหาในใบกิจกรรม เช่น

- นักเรียนเคยสมัครเป็นสมาชิกในกลุ่ม/แอปพลิเคชัน หรือบริการอะไรบ้าง

แนวคำตอบ แอปพลิเคชัน Goodnote, Netflix

- กลุ่ม/แอปพลิเคชัน หรือบริการ สามารถมีอายุการใช้งานแบบใดบ้าง

แนวคำตอบ รายปี, รายเดือน, ตลอดชีพ

- 2) ผู้สอนใช้การถามตอบเพื่อกระตุ้นความคิดของผู้เรียนโดยใช้สถานการณ์ที่ผู้เรียนคุ้นเคย

เพื่อตรวจสอบความเข้าใจ และให้ผู้เรียนบอกเหตุผลในการตอบคำถาม เช่น

- ถ้านักเรียนต้องการสมัครสมาชิกแอปพลิเคชัน Netflix เพื่อดูภาพยนตร์ช่วงปิดเทอมเป็นเวลา 3 เดือน นักเรียนจะสมัครสมาชิกรายปีโดยจ่ายค่าสมาชิกรายปีละ 500 บาท หรือสมัครสมาชิกรายเดือนโดยจ่ายค่าสมาชิกรายเดือนละ 199 บาท

แนวคำตอบ

- สมัครสมาชิกรายเดือน เพราะจะดูแลช่วงปิดเทอม 3 เดือน
- สมัครสมาชิกรายปี เพราะถ้าสมัครสมาชิกรายเดือนเป็นเวลา 3 เดือน ต้องจ่ายเงิน 597 บาท แต่ถ้าสมัครสมาชิกรายปีจะจ่ายเงิน 500 บาท ซึ่งราคาถูกกว่าและคุ้มกว่า
- สมัครสมาชิกรายปี เพราะถ้านำค่าสมัครสมาชิกรายปี 500 บาท มาหารด้วย 12 จะราคาถูกกว่าการจ่ายค่าสมาชิกรายเดือนเป็นเวลา 3 เดือน

- 3) ผู้สอนเกริ่นนำเกี่ยวกับหน่วยเงิน “เซต” ที่จะพบในสถานการณ์ว่าเป็นหน่วยที่กำหนดให้ใช้ในข้อสอบ PISA เช่นเดียวกับหน่วยเงิน “บาท” ที่ผู้เรียนคุ้นเคย และสอบถามผู้เรียนว่ารู้จักสกุลเงินใดบ้าง

จากนั้น ผู้สอนแบ่งผู้เรียนเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 2 คน ทำใบกิจกรรม เรื่อง การเข้าตีวีดี คำถามข้อที่ 1 และสุ่มผู้เรียนให้นำเสนอคำตอบ

- 4) ผู้สอนให้ผู้เรียนตีความเกี่ยวกับความคุ้มค่าของการเป็นสมาชิกจากสถานการณ์ในใบกิจกรรม เรื่อง การเข้าตีวีดี โดยใช้คำถาม ดังนี้

- ถ้าต้องการเข้าตีวีดีเพียง 1 เรื่อง นักเรียนควรสมัครเป็นสมาชิกหรือไม่

แนวคำตอบ ไม่ควรสมัครสมาชิก เนื่องจากการจ่ายเงินกรณีไม่สมัครเป็นสมาชิกจะจ่ายเงินน้อยกว่า

- ในการตัดสินใจว่าจะสมัครเป็นสมาชิกหรือไม่ นักเรียนพิจารณาอย่างไร

แนวคำตอบ ค่าเข้าตีวีดีในอัตราสมาชิกรวมกับค่าสมาชิก น้อยกว่าค่าเข้าตีวีดีในอัตราที่ไม่เป็นสมาชิก

- 5) ผู้สอนให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มทำใบกิจกรรม เรื่อง การเข้าตีวีดี คำถามข้อที่ 2 และสุ่มผู้เรียนตอบคำถาม โดยเปิดโอกาสให้ผู้เรียนที่ใช้วิธีคิดที่แตกต่างได้นำเสนอแนวคิดของตนเอง

- 6) ผู้สอนนำผู้เรียนอภิปรายเกี่ยวกับการประมาณค่าทศนิยมให้เหมาะสมกับสถานการณ์ ดังเช่น คำตอบของใบกิจกรรม เรื่อง การเข้าตีวีดี คำถามข้อที่ 2 ถึงแม้คำตอบจะเป็น 14.2 แผ่น แต่เนื่องจากคำถามต้องการหาจำนวนวีดีเป็นจำนวนแผ่น จึงปัดต้องทศนิยมเป็นจำนวนเต็ม แต่ในสถานการณ์นี้ถ้าปัดทศนิยมเป็น 14 ตามที่ผู้เรียนได้เคยเรียนมา คำตอบที่ได้จะทำให้การเข้าตีวีดีของคนที่เป็นสมาชิกไม่คุ้มค่า

- ดังนั้น สถานการณ์นี้จึงต้องปิดทศนิยมขึ้นให้มีคำตอบเป็น 15 แผ่น จากนั้นผู้สอนให้ผู้เรียนยกตัวอย่างการใช้ความรู้เกี่ยวกับการประมาณค่าทศนิยมที่เหมาะสมกับชีวิตจริง เพื่อฝึกให้ผู้เรียนได้ตีความสถานการณ์ เช่น การคิดค่าที่จอดรถถ้าจอดรถเกิน 1 ชั่วโมง จะคิดเศษของชั่วโมงให้เป็น 1 ชั่วโมง
- 7) ผู้สอนชวนผู้เรียนคิดหาวิธีการอื่น ๆ ที่สามารถใช้ในการแก้ปัญหาในใบกิจกรรม เรื่อง การเช่าดีวีดี คำถามข้อที่ 2 เช่น อาจจะใช้ความรู้เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว อสมการ หรือยุทธวิธีอื่น ๆ เช่น การคาดเดาและตรวจสอบคำตอบ
 - 8) ผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันสรุปผลจากการปฏิบัติกิจกรรม โดยมีแนวทางการสรุปดังนี้
ผู้เรียนได้ใช้ความรู้เกี่ยวกับการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์และการประมาณค่าทศนิยมมาใช้ในการแก้ปัญหา ตัดสินใจหรือสรุปคำตอบของสถานการณ์การเช่าดีวีดีได้อย่างเหมาะสม

8. ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมสำหรับผู้สอน

- 1) หากเวลาการจัดกิจกรรมไม่เพียงพอ ผู้สอนสามารถจัดกิจกรรมตามขั้นตอนที่เหลือให้ผู้เรียนในคาบเรียนถัดไป
- 2) หากจัดกิจกรรมเสร็จแล้ว และพอมีเวลาเหลือ ผู้สอนสามารถเลือกแนวทางการจัดกิจกรรมอื่นที่อยู่ในภาคผนวก ก มาจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนตามความเหมาะสม

9. แหล่งการเรียนรู้เพิ่มเติม

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เล่ม 2 (สสวท.)

10. การวัดและประเมินผล

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
1) หาผลลัพธ์จากการดำเนินการของทศนิยมในการแก้ปัญหาสถานการณ์การเช่าดีวีดี	• พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม	• ใบกิจกรรม เรื่อง การเช่าดีวีดี คำถามข้อที่ 1	• อธิบายแนวคิดในการหาคำตอบของคำถามข้อที่ 1 ได้อย่างสมเหตุสมผล และเพียงพอที่จะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง
2) ประมาณค่าทศนิยมได้เหมาะสมกับสถานการณ์การเช่าดีวีดี และนำขั้นตอนยุทธวิธี หรือตัวแบบทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาหรือประกอบ	• พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม	• ใบกิจกรรม เรื่อง การเช่าดีวีดี คำถามข้อที่ 2	• อธิบายแนวคิดในการหาคำตอบของคำถามข้อที่ 2 ได้อย่างสมเหตุสมผล และเพียงพอที่จะ

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
การตัดสินใจในสถานการณ์ การเข้าตีวิถีได้อย่างเหมาะสม			นำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง
3) อธิบายหรือให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนหรือโต้แย้ง รวมถึงอธิบายกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์การเข้าตีวิถี	- สังเกตพฤติกรรม - การให้เหตุผลจาก - การตอบคำถามหรืออภิปรายในชั้นเรียน	แบบประเมินพฤติกรรมการให้เหตุผล	ได้ระดับพอใช้ขึ้นไปเมื่อพิจารณาในภาพรวมของทั้งภาคการศึกษา (ดูภาคผนวก ข)

หมายเหตุ เกณฑ์ที่กำหนดไว้ข้างต้น ถือเป็นเกณฑ์ในระดับที่คาดหวัง ในกรณีที่ผู้เรียนทำได้น้อยกว่าเกณฑ์ที่กำหนด ผู้สอนต้องพิจารณาเสริมกระบวนการในด้านนั้นเพิ่มเติม

ชื่อ ห้อง เลขที่

ชื่อ ห้อง เลขที่

ใบกิจกรรม เรื่อง การเช่าทีวี

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนอ่านสถานการณ์และตอบคำถามต่อไปนี้

เจนทำงานอยู่ที่ร้านแห่งหนึ่งซึ่งให้เช่าทีวีและเกมคอมพิวเตอร์ ที่ร้านแห่งนี้คิดค่าสมาชิกรายปี 10 เซต

ค่าเช่าทีวีสำหรับผู้ที่เป็นสมาชิกถูกกว่าค่าเช่าสำหรับผู้ที่ไม่เป็นสมาชิก ดังแสดงในตารางต่อไปนี้

ค่าเช่าทีวีหนึ่งแผ่น	
ผู้ที่ไม่เป็นสมาชิก	ผู้ที่เป็นสมาชิก
3.20 เซต	2.50 เซต

3. ทอมเป็นสมาชิกของร้านเช่าทีวีเมื่อปีที่แล้ว

ปีที่แล้ว เขาจ่ายเงินไปทั้งหมด 52.50 เซต ซึ่งได้รวมค่าสมาชิกของเขาแล้ว

ถ้าทอมไม่ได้เป็นสมาชิก แต่เช่าทีวีจำนวนเท่าเดิม เขาจะต้องจ่ายเงินกี่เซต จงแสดงวิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. สมาชิกจะต้องเช่าทีวีอย่างน้อยที่สุดกี่แผ่น จึงจะคุ้มค่าสมาชิก จงแสดงวิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แนวคำตอบ

ใบกิจกรรม เรื่อง การเช่าทีวี

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนอ่านสถานการณ์และตอบคำถามต่อไปนี้

เจนทำงานอยู่ที่ร้านแห่งหนึ่งซึ่งให้เช่าทีวีและเกมคอมพิวเตอร์ ที่ร้านแห่งนี้คิดค่าสมาชิกรายปี 10 เซต ค่าเช่าทีวีสำหรับผู้ที่เป็นสมาชิกถูกกว่าค่าเช่าสำหรับผู้ที่ไม่เป็นสมาชิก ดังแสดงในตารางต่อไปนี้

ค่าเช่าทีวีหนึ่งแผ่น	
ผู้ที่ไม่เป็นสมาชิก	ผู้ที่เป็นสมาชิก
3.20 เซต	2.50 เซต

1. ทอมเป็นสมาชิกของร้านเช่าทีวีเมื่อปีที่แล้ว

ปีที่แล้ว เขาจ่ายเงินไปทั้งหมด 52.50 เซต ซึ่งได้รวมค่าสมาชิกรายปีของเขาแล้ว

ถ้าทอมไม่ได้เป็นสมาชิก แต่เช่าทีวีจำนวนเท่าเดิม เขาจะต้องจ่ายเงินกี่เซต จงแสดงวิธีทำ

ดูแนวคำตอบได้จากแนวคิดต่อไปนี้

(กระบวนการ: การใช้โน้ตสโนว์ ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา)

แนวคิด

หาจำนวนแผ่นซีดีที่ทอมสมัครเป็นสมาชิก $(52.50 - 10) \div 25 = 17$ แผ่น

จะได้ว่าถ้าทอมไม่ได้เป็นสมาชิกต้องจ่ายเงิน $17 \times 3.20 = 54.40$ เซต

ดังนั้น ถ้าทอมไม่ได้เป็นสมาชิก แต่เช่าทีวีจำนวนเท่าเดิม เขาจะต้องจ่ายเงิน 54.40 เซต

2. สมาชิกจะต้องเช่าทีวีอย่างน้อยที่สุดกี่แผ่น จึงจะคุ้มค่าสมาชิก จงแสดงวิธีทำ

ดูแนวคำตอบได้จากแนวคิดต่อไปนี้

(กระบวนการ: การคิด/แปลงสถานการณ์ปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์)

แนวคิดที่ 1กำหนด x แทนจำนวนแผ่นดีวีดี

$$3.20x = 2.50x + 10$$

$$0.70x = 10$$

$$x = \frac{10}{0.70}$$

$$x = 14.2$$

ดังนั้น สมาชิกจะต้องเช่าดีวีดีอย่างน้อยที่สุด 15 แผ่น จึงจะคุ้มค่าสมาชิก

แนวคิดที่ 2กำหนด x แทนจำนวนแผ่นดีวีดี

$$3.20x > 2.50x + 10$$

$$0.70x > 10$$

$$x > \frac{10}{0.70}$$

$$x > 14.2$$

ดังนั้น สมาชิกจะต้องเช่าดีวีดีอย่างน้อยที่สุด 15 แผ่น จึงจะคุ้มค่าสมาชิก

แนวคิดที่ 3

ในการเช่าดีวีดีหนึ่งแผ่น สมาชิกจะประหยัดได้ 0.70 เซต เพราะว่าสมาชิกได้จ่ายไว้แล้ว 10 เซต

ตั้งแต่เริ่มต้น เพื่อความคุ้มค่าอย่างน้อยเขาต้องประหยัดเงินให้ได้เท่ากับค่าสมาชิก

ดังนั้น สมาชิกจะต้องเช่าดีวีดีอย่างน้อยที่สุด 15 แผ่น จึงจะคุ้มค่าสมาชิก

แนวคิดที่ 4

ใช้วิธีลองผิดลองถูกอย่างเป็นระบบได้อย่างถูกต้อง โดยนักเรียนเลือกจำนวนและหาค่าเช่าสำหรับผู้ที่เป็นสมาชิกและผู้ที่ไม่เป็นสมาชิก แล้วใช้การคำนวณนี้ เพื่อระบุตัวเลขที่ถูกต้อง (15) ที่ผู้ที่เป็นสมาชิกจะจ่ายน้อยกว่าผู้ที่ไม่เป็นสมาชิก

นั่นคือ ดีวีดี 10 แผ่น จ่ายเงิน 32 เซต สำหรับผู้ที่ไม่เป็นสมาชิก และจ่ายเงิน $25 + 10 = 35$ เซต สำหรับผู้ที่เป็นสมาชิก

ดังนั้น ลองใช้จำนวนแผ่นดีวีดีที่มากกว่า 10 แผ่น คือแผ่นดีวีดี 15 แผ่น สำหรับผู้ที่ไม่เป็นสมาชิก

จะต้องจ่ายเงิน 48 เซต และต้องจ่ายเงิน $37.50 + 10 = 47.50$ เซต สำหรับผู้ที่เป็นสมาชิก

ดังนั้น ลองใช้จำนวนแผ่นดีวีดี 14 แผ่น จะต้องจ่ายเงิน 44.80 เซต สำหรับผู้ที่ไม่เป็นสมาชิก

และต้องจ่ายเงิน $35 + 10 = 45$ เซต สำหรับผู้ที่เป็นสมาชิก

สมาชิกจะต้องเช่าดีวีดีอย่างน้อยที่สุด 15 แผ่น จึงจะคุ้มค่าสมาชิก

กิจกรรมที่ 20

รายวิชา การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างฉลาดรู้

ระดับ มัธยมศึกษาตอนต้น

เรื่อง การขายหนังสือพิมพ์

เวลาเรียน 1 คาบ

1. ความเชื่อมโยงกับตัวชี้วัดในหลักสูตรแกนกลาง

ค 1.3 ม.1/1 และ ค 1.3 ม.1/2

2. จุดประสงค์การเรียนรู้ ผู้เรียนสามารถ

- 1) ระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลเพื่อแก้ปัญหาในสถานการณ์การขายหนังสือพิมพ์
- 2) ตีความในสถานการณ์การขายหนังสือพิมพ์ โดยใช้ความเข้าใจเกี่ยวกับกราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น
- 3) ใช้ความรู้เกี่ยวกับการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในการแก้ปัญหาสถานการณ์การขายหนังสือพิมพ์
- 4) อธิบายหรือให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนหรือโต้แย้ง รวมถึงอธิบายกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์การขายหนังสือพิมพ์

3. กระบวนการ (PISA 2022)

- ☒ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- ☒ การคิด/แปลงสถานการณ์ปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์
- ☒ การใช้โมเดล ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา
- ☒ การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์

4. ความรู้ที่เกี่ยวข้อง

- 1) การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้สมบัติการเท่ากันในการหาคำตอบ เช่น สมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก และสมบัติการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณ
- 2) ความสัมพันธ์ของปริมาณสองปริมาณที่มีกราฟอยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน เรียกว่า ความสัมพันธ์เชิงเส้น

5. วัสดุ อุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้

- 1) ใบกิจกรรม เรื่อง การขายหนังสือพิมพ์ ตามจำนวนผู้เรียน คนละ 1 ชุด
- 2) กระดานข้อความออนไลน์ <https://www.menti.com>
- 3) วงล้อสุ่มออนไลน์ <https://spinhewheel.io>

6. การเตรียมตัวล่วงหน้าของผู้สอน

- 1) เตรียมวัสดุ อุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้สำหรับผู้เรียน
- 2) ศึกษาและตรวจสอบสื่อการเรียนรู้
- 3) ศึกษาขั้นตอนการจัดกิจกรรม

7. ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

- 1) ผู้สอนแบ่งกลุ่มผู้เรียนออกเป็น 6 กลุ่ม กลุ่มละ 4 คน จากนั้น ผู้สอนให้ผู้เรียนพิจารณาสถานการณ์ที่กำหนดให้ ดังนี้

ร้านอาหาร 2 ร้านในห้างสรรพสินค้าแห่งหนึ่งรับสมัครพนักงาน part-time โดยมีค่าตอบแทน ดังนี้

ร้านที่ 1 ให้ค่าตอบแทนเท่ากันทุกวัน ชั่วโมงละ 35 บาท

ร้านที่ 2 ให้ค่าตอบแทนในวันจันทร์-ศุกร์ ชั่วโมงละ 30 บาท และในวันเสาร์-อาทิตย์ ชั่วโมงละ 40

บาท

จากนั้น ผู้สอนใช้การถามตอบกับผู้เรียนโดยใช้แนวคำถามดังนี้

- หากต้องตัดสินใจเลือกว่าจะทำงานร้านไหนดีจะต้องพิจารณาถึงสิ่งใดบ้าง

(ผู้เรียนแต่ละกลุ่ม สแกน QR-Code และเข้าไปพิมพ์ตอบในกระดานข้อความออนไลน์ โดยผู้สอน

แสดง

ผลการตอบหน้าชั้นเรียน)

แนวคำตอบ วันและเวลาที่สะดวกทำงาน ค่าตอบแทน สถานที่ทำงาน การเดินทาง จำนวนชั่วโมงที่ต้องการทำงาน สวัสดิการของร้าน

- ถ้าต้องการทำงานวันจันทร์ พุธ ศุกร์ วันละ 3 ชั่วโมง และวันเสาร์และวันอาทิตย์ วันละ 4 ชั่วโมง ร้านใดจะให้ค่าตอบแทนมากกว่า และมากกว่ากันอยู่ที่บาท (ผู้เรียนร่วมกันตอบในชั้นเรียน)

แนวคำตอบ

ร้านที่ 1 ให้ค่าตอบแทนมากกว่าร้านที่ 2 อยู่ 5 บาท เนื่องจาก

ร้านที่ 1 ให้ค่าตอบแทนเท่ากันทุกวัน ชั่วโมงละ 35 บาท

จะได้ว่า ค่าตอบแทนจากร้านที่ 1 เป็น $(3 \times 3 \times 35) + (2 \times 4 \times 35) = 595$ บาท

ส่วนร้านที่ 2 จันทร์ พุธ และศุกร์ ได้ค่าตอบแทน ชั่วโมงละ 30 บาท วันเสาร์และวันอาทิตย์

ได้ค่าตอบแทน ชั่วโมงละ 40 บาท

จะได้ว่า ค่าตอบแทนจากร้านที่ 2 เป็น $(3 \times 3 \times 30) + (2 \times 4 \times 40) = 590$ บาท

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม : หากผู้สอนไม่สะดวกให้ผู้เรียนแสดงความคิดเห็นบนกระดานข้อความออนไลน์ สามารถให้ผู้เรียนเขียนแสดงความคิดเห็นลงในกระดาษ post-it และนำมาแปะบนกระดาน หรือ ผู้สอนอาจใช้การสุ่มถามผู้เรียนภายในชั้นเรียน

- 2) ผู้สอนให้ผู้เรียนพิจารณาป้ายประกาศของหนังสือพิมพ์ เซดแลนด์สตาร์ ในใบกิจกรรม เรื่อง การขายหนังสือพิมพ์ แล้วผู้สอนใช้การถามตอบเพื่อกระตุ้นการคิดและตรวจสอบความเข้าใจของผู้เรียนโดยใช้แนวคำถามดังนี้

- หากขายหนังสือพิมพ์ได้ 240 ฉบับต่อสัปดาห์ จะมีรายได้สัปดาห์ละกี่เซต

แนวคำตอบ 48 เซต เนื่องจากจะได้รับค่าตอบแทน 0.20 เซตต่อฉบับ สำหรับหนังสือพิมพ์ 240 ฉบับแรกที่ขายได้ในหนึ่งสัปดาห์ จึงได้ว่า หากขายหนังสือพิมพ์ได้ 240 ฉบับต่อสัปดาห์ จะมีรายได้สัปดาห์ละ $240 \times 0.20 = 48$ เซต

- ถ้าขายหนังสือพิมพ์ได้มากกว่า 240 ฉบับ แล้วตั้งแต่ฉบับที่ 241 เป็นต้นไป จะได้ค่าตอบแทนต่อฉบับ ต่างจาก 240 ฉบับแรกอย่างไร

แนวคำตอบ ตั้งแต่ฉบับที่ 241 เป็นต้นไป จะได้ค่าตอบแทนฉบับละ 0.40 เซต ซึ่งคิดเป็นสองเท่าของค่าตอบแทนต่อฉบับของ 240 ฉบับแรก

จากนั้น ผู้สอนให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันตอบคำถามในใบกิจกรรม เรื่อง การขายหนังสือพิมพ์ คำถามข้อที่ 1 – 2 เมื่อตอบคำถามเรียบร้อยแล้ว ผู้สอนสุ่มผู้เรียนจำนวน 2 กลุ่ม ด้วยการหมุนวงล้อสุ่ม เพื่อนำเสนอแนวคิดและคำตอบของคำถามแต่ละข้อ (กลุ่มละ 1 ข้อ) ทั้งนี้ ผู้สอนควรกระตุ้นให้ผู้เรียนที่เหลื้ตรวจสอบคำตอบของตนเองและเปิดโอกาสให้ผู้เรียนให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนคำตอบของเพื่อนหรือโต้แย้งในกรณีที่ได้คำตอบไม่ตรงกัน

- 3) ผู้สอนให้ผู้เรียนพิจารณาป้ายประกาศของหนังสือพิมพ์ เซตแลนด์เดลี ในใบกิจกรรม เรื่อง การขายหนังสือพิมพ์ แล้วผู้สอนใช้การถามตอบเพื่อกระตุ้นการคิดและตรวจสอบความเข้าใจของผู้เรียนโดยใช้แนวคำถามดังนี้

- หากขายหนังสือพิมพ์ไม่ได้เลย จะมีรายได้กี่เซตต่อสัปดาห์

แนวคำตอบ 64 เซตต่อสัปดาห์

- โดยเฉลี่ยทุก ๆ สัปดาห์ หากขายหนังสือพิมพ์ได้ 100 ฉบับ จะมีรายได้กี่เซต

แนวคำตอบ 69 เซต เนื่องจาก $64 + (100 \times 0.05) = 69$ เซต

จากนั้น ผู้สอนให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันตอบคำถามข้อที่ 3 – 4 เมื่อตอบคำถามเรียบร้อยแล้ว ผู้สอนสุ่ม ผู้เรียนจำนวน 2 กลุ่ม ด้วยการหมุนวงล้อสุ่ม เพื่อนำเสนอแนวคิดและคำตอบของคำถามแต่ละข้อ (กลุ่มละ 1 ข้อ) ทั้งนี้ ผู้สอนควรกระตุ้นให้ผู้เรียนที่เหลื้ตรวจสอบคำตอบของตนเองและเปิดโอกาสให้ผู้เรียนให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนคำตอบของเพื่อนหรือโต้แย้งในกรณีที่ได้คำตอบไม่ตรงกัน

- 4) ผู้สอนให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันตอบคำถามข้อที่ 5 จากนั้น ผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันอภิปรายโดยใช้แนวคำถามดังนี้

- กราฟเส้นตรงที่แสดงความสัมพันธ์ของการขายหนังสือพิมพ์เซตแลนด์เดลีมีลักษณะแบบใด

แนวคำตอบ เป็นเส้นตรงที่เพิ่มขึ้นอย่างคงที่ตลอดเส้น

- กราฟเส้นตรงที่แสดงความสัมพันธ์ของการขายหนังสือพิมพ์เซตแลนด์สตาร์มีลักษณะแบบใด

แนวคำตอบ เป็นเส้นตรงที่เพิ่มขึ้นอย่างคงที่ตั้งแต่จำนวนหนังสือพิมพ์ที่ขายได้ 0 ถึง 240 ฉบับแรก และตั้งแต่ฉบับที่ 241 ขึ้นไป เป็นเส้นตรงที่เพิ่มขึ้นคงที่และเพิ่มขึ้นเป็น 2 เท่าจาก 240 ฉบับแรก

- จุดที่กราฟตัดกัน มีความหมายว่าอย่างไร

แนวคำตอบ จุดที่แทนจำนวนหนังสือพิมพ์ที่ขายได้แล้วได้รายได้เท่ากันจากทั้งสองสำนักพิมพ์

- 5) ผู้สอนให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันตอบคำถามข้อที่ 6 เพื่อหาจุดตัดของกราฟที่ถูกต้องในคำถามข้อที่ 5 โดยในระหว่างที่ผู้เรียนทำกิจกรรม ผู้สอนต้องคอยสังเกต ให้คำแนะนำ หรือให้ความช่วยเหลือในกรณีที่ผู้เรียนไม่สามารถหาคำตอบที่ถูกต้องได้ จากนั้น ผู้สอนสุ่มผู้เรียนจำนวน 2 กลุ่ม ด้วยการหมุนวงล้อสุ่ม เพื่อนำเสนอแนวคิดและคำตอบของคำถามข้อที่ 6 หน้าชั้น ทั้งนี้ ผู้สอนควรกระตุ้นให้ผู้เรียนที่เหลือตรวจสอบคำตอบของตนเองและเปิดโอกาสให้ผู้เรียนให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนคำตอบของเพื่อนหรือโต้แย้งในกรณีที่ได้คำตอบไม่ตรงกัน หรือนำเสนอแนวคิดอื่นที่แตกต่างกัน เช่น ผู้สอนอาจใช้คำถามว่า

- นักเรียนได้คำตอบเหมือนเพื่อนหรือไม่
- นักเรียนคิดว่าคำตอบของเพื่อนถูกหรือผิด เพราะเหตุใด
- นักเรียนมีวิธีการหาคำตอบที่แตกต่างจากเพื่อนหรือไม่ อย่างไร

- 6) ผู้สอนใช้การถามตอบกับผู้เรียนเพื่อตรวจสอบความเข้าใจในการอ่านข้อมูลจากกราฟโดยใช้แนวคำถาม ดังนี้

- หากคาดการณ์ว่า จะขายหนังสือพิมพ์ได้โดยเฉลี่ย 200 ฉบับต่อสัปดาห์ ควรเลือกขายหนังสือพิมพ์ฉบับใด จึงจะมีรายได้ต่อสัปดาห์มากที่สุด เพราะเหตุใด

แนวคำตอบ หนังสือพิมพ์ เซตแลนด์เดลี เนื่องจาก กราฟแสดงรายได้ต่อสัปดาห์ของหนังสือพิมพ์ เซตแลนด์เดลี อยู่เหนือกราฟแสดงรายได้ต่อสัปดาห์ของหนังสือพิมพ์ เซตแลนด์สตาร์

- หากคาดการณ์ว่า จะขายหนังสือพิมพ์ได้โดยเฉลี่ย 500 ฉบับต่อสัปดาห์ ควรเลือกขายหนังสือพิมพ์ฉบับใด จึงจะมีรายได้ต่อสัปดาห์มากที่สุด เพราะเหตุใด

แนวคำตอบ หนังสือพิมพ์ เซตแลนด์สตาร์ เนื่องจาก กราฟแสดงรายได้ต่อสัปดาห์ของหนังสือพิมพ์ เซตแลนด์สตาร์ อยู่เหนือกราฟแสดงรายได้ต่อสัปดาห์ของหนังสือพิมพ์ เซตแลนด์เดลี

- 7) ผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันสรุปผลจากการปฏิบัติกิจกรรม โดยมีแนวทางการสรุป ดังนี้
ผู้เรียนได้ใช้ความรู้เกี่ยวกับกราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น รวมทั้งการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ในการแก้ปัญหาที่กำหนด และได้ฝึกทักษะการให้เหตุผลและการแก้ปัญหา

8. ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมสำหรับผู้สอน

- 1) หากเวลาการจัดกิจกรรมไม่เพียงพอ ผู้สอนสามารถจัดกิจกรรมตามขั้นตอนที่เหลือให้ผู้เรียนในคาบเรียนถัดไป
- 2) หากจัดกิจกรรมเสร็จแล้ว และพอมีเวลาเหลือ ผู้สอนสามารถเลือกแนวทางการจัดกิจกรรมอื่นที่อยู่ในภาคผนวก ก มาจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนตามความเหมาะสม

9. แหล่งการเรียนรู้เพิ่มเติม

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เล่ม 2 (สสวท.)

10. การวัดและประเมินผล

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
1) ระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลเพื่อแก้ปัญหาในสถานการณ์การขายหนังสือพิมพ์	• พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม	• ใบกิจกรรม เรื่อง การขายหนังสือพิมพ์ คำถามข้อที่ 1 – 4	• ตอบคำถามข้อที่ 1 และ 3 ได้ถูกต้อง • อธิบายแนวคิดในการหาคำตอบของคำถามข้อที่ 2 หรือ 4 ได้อย่างสมเหตุสมผล และเพียงพอที่จะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้องตั้งแต่ 1 ข้อขึ้นไป จากทั้งหมด 2 ข้อ
2) ตีความในสถานการณ์การขายหนังสือพิมพ์ โดยใช้ความเข้าใจเกี่ยวกับกราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น	• พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม	• ใบกิจกรรม เรื่อง การขายหนังสือพิมพ์ คำถามข้อที่ 5	• ตอบคำถามข้อที่ 5 ได้ถูกต้อง
3) ใช้ความรู้เกี่ยวกับการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในการแก้ปัญหาสถานการณ์การขายหนังสือพิมพ์	• พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม	• ใบกิจกรรม เรื่อง การขายหนังสือพิมพ์ คำถามข้อที่ 6	• อธิบายแนวคิดในการหาคำตอบของคำถามข้อที่ 6 ได้อย่างสมเหตุสมผล และเพียงพอที่จะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง
4) อธิบายหรือให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนหรือโต้แย้ง รวมถึงอธิบายกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์การขายหนังสือพิมพ์	• สังเกตพฤติกรรม การให้เหตุผลจาก การตอบคำถามหรือ อภิปรายในชั้นเรียน	• แบบประเมิน พฤติกรรมทำให้ เหตุผล	• ได้ระดับพอใช้ขึ้นไป เมื่อพิจารณา ในภาพรวมของ ทั้งภาคการศึกษา (ดูภาคผนวก ข)

หมายเหตุ เกณฑ์ที่กำหนดไว้ข้างต้น ถือเป็นเกณฑ์ในระดับที่คาดหวัง ในกรณีที่ผู้เรียนทำได้น้อยกว่าเกณฑ์ที่

กำหนด ผู้สอนต้องพิจารณาเสริมกระบวนการในด้านนั้นเพิ่มเติม

ชื่อ ห้อง เลขที่

ใบกิจกรรม เรื่อง การขายหนังสือพิมพ์

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนอ่านสถานการณ์และตอบคำถามต่อไปนี้

ในประเทศเซดแลนด์ มีหนังสือพิมพ์สองฉบับที่กำลังรับสมัครผู้ขาย ป้ายประกาศข้างล่างแสดงให้เห็นว่าพวกเขาจ่ายเงินให้กับผู้ขายอย่างไร

โดยป้ายประกาศของหนังสือพิมพ์ *เซดแลนด์สตาร์* เป็นดังนี้

เซดแลนด์สตาร์

ต้องการเงินเพิ่มพิเศษหรือไม่?

มาขายหนังสือพิมพ์กับเราสิ

คุณจะได้รับค่าตอบแทน: 0.20 เซด
ต่อฉบับ สำหรับหนังสือพิมพ์ 240
ฉบับแรกที่ขายได้ในหนึ่งสัปดาห์
และบวกเพิ่มอีก 0.40 เซด สำหรับ
แต่ละฉบับที่คุณขายได้เพิ่มขึ้น

1. โดยเฉลี่ย ทุก ๆ สัปดาห์ หากขายหนังสือพิมพ์ *เซดแลนด์สตาร์* ได้ 350 ฉบับ
จะมีรายได้โดยเฉลี่ยสัปดาห์ละกี่เซด

ตอบ เซด

2. สุรัตน์ขายหนังสือพิมพ์ *เซดแลนด์สตาร์* ในหนึ่งสัปดาห์ มีรายได้ 60 เซด
ในสัปดาห์นั้น สุรัตน์ขายหนังสือพิมพ์ได้กี่ฉบับ จงแสดงวิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ปายประกาศของหนังสือพิมพ์ เซตแลนด์เดลี เป็นดังนี้

เซตแลนด์เดลี

**งานรายได้ดี
ที่ใช้เวลานิดเดียว!**

ขายหนังสือพิมพ์ เซตแลนด์เดลี จะได้
เงิน 64 เซตต่อสัปดาห์ และบวกเพิ่มอีก
0.05 เซตต่อหนังสือพิมพ์หนึ่งฉบับที่
คุณขายได้

3. โดยเฉลี่ย ทุก ๆ สัปดาห์ หากขายหนังสือพิมพ์ เซตแลนด์เดลี ได้ 200 ฉบับ
จะมีรายได้โดยเฉลี่ยสัปดาห์ละกี่เซต

ตอบ เซต

4. กฤษณาขายหนังสือพิมพ์ เซตแลนด์เดลี ในหนึ่งสัปดาห์ มีรายได้ 78 เซต
ในสัปดาห์นั้น กฤษณาขายหนังสือพิมพ์ได้กี่ฉบับ จงแสดงวิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

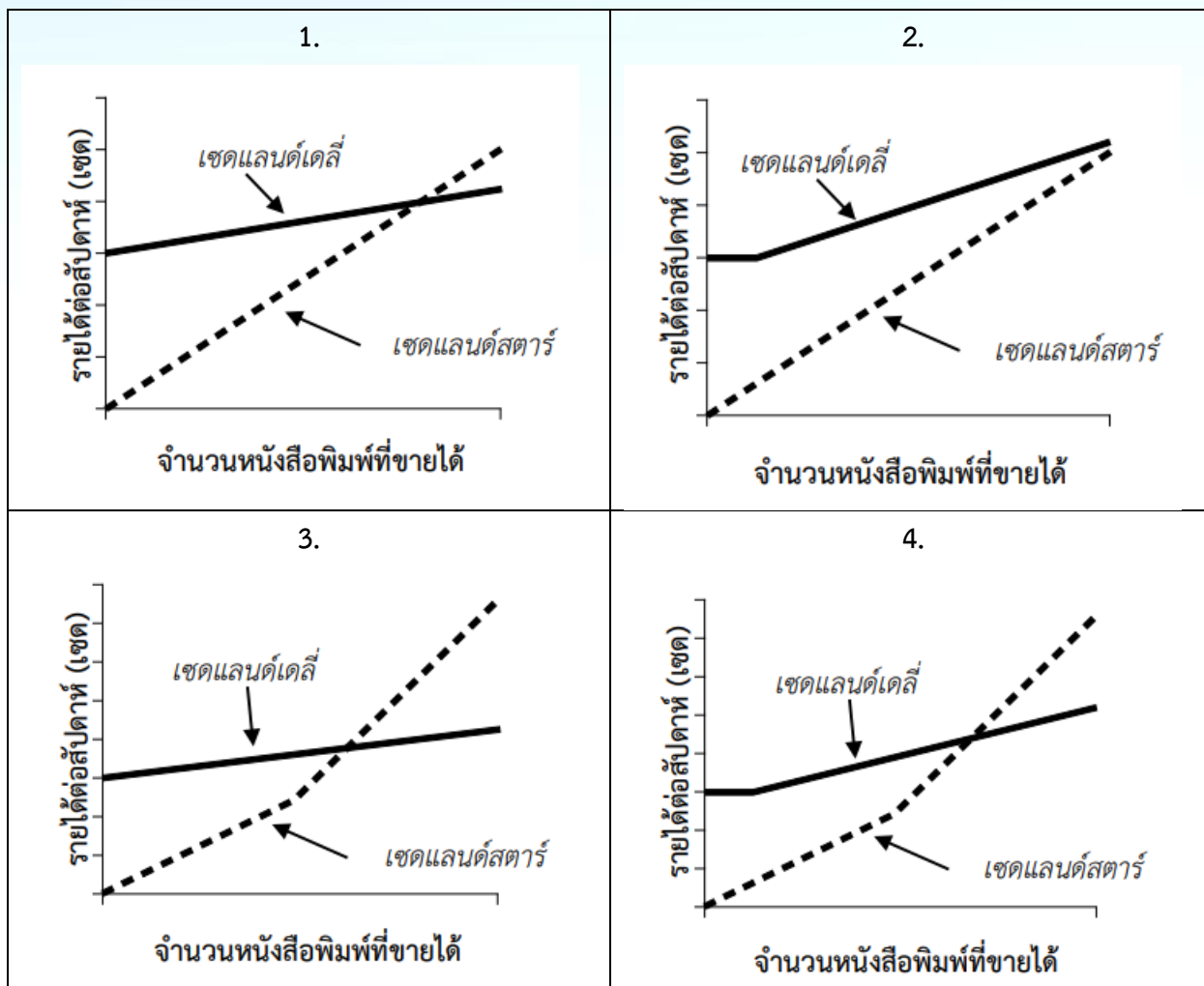
.....

.....

.....

5. จักรตัดสินใจสมัครเป็นผู้ขายหนังสือพิมพ์ เขาต้องเลือกว่าจะขายหนังสือพิมพ์ เซตแลนด์สตาร์ หรือ เซตแลนด์เดลี

กราฟต่อไปนี้ นำเสนอได้ถูกต้องว่าจะขายหนังสือพิมพ์สองฉบับจ่ายเงินให้กับผู้ขายของเขาอย่างไร จงเขียนวงกลมล้อมรอบ 1, 2, 3 หรือ 4



6. จำนวนหนังสือพิมพ์ที่ขายได้ต่อสัปดาห์เป็นกိบบับ จึงจะทำให้รายได้ต่อสัปดาห์จากการขายหนังสือพิมพ์ เซดแลนด์สตาร์ เท่ากับ รายได้ต่อสัปดาห์จากการขายหนังสือพิมพ์ เซดแลนด์เดลี จงแสดงวิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แนวคำตอบ

ใบกิจกรรม เรื่อง การขายหนังสือพิมพ์

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนอ่านสถานการณ์และตอบคำถามต่อไปนี้

ในประเทศเซดแลนด์ มีหนังสือพิมพ์สองฉบับที่กำลังรับสมัครผู้ขาย ป้ายประกาศข้างล่างแสดงให้เห็นว่าพวกเขาจ่ายเงินให้กับผู้ขายอย่างไร

โดยป้ายประกาศของหนังสือพิมพ์ เซดแลนด์สตาร์ เป็นดังนี้

เซดแลนด์สตาร์

ต้องการเงินเพิ่มพิเศษหรือไม่?

มาขายหนังสือพิมพ์กับเราสิ

คุณจะได้รับค่าตอบแทน: 0.20 เซด

ต่อฉบับ สำหรับหนังสือพิมพ์ 240

ฉบับแรกที่ขายได้ในหนึ่งสัปดาห์

และบวกเพิ่มอีก 0.40 เซด สำหรับ

แต่ละฉบับที่คุณขายได้เพิ่มขึ้น

1. โดยเฉลี่ย ทุก ๆ สัปดาห์ หากขายหนังสือพิมพ์ เซดแลนด์สตาร์ ได้ 350 ฉบับ จะมีรายได้โดยเฉลี่ยสัปดาห์ละกี่เซด

ตอบ92..... เซด

(กระบวนการ: การคิด/แปลงสถานการณ์ปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์)

แนวคิด

เนื่องจาก ได้รับค่าตอบแทน 0.2 เซดต่อฉบับ สำหรับหนังสือพิมพ์ 240 ฉบับแรกที่ขายได้ในหนึ่งสัปดาห์ และบวกเพิ่มอีก 0.4 เซด สำหรับแต่ละฉบับที่คุณขายได้เพิ่มขึ้น

จึงได้ว่า โดยเฉลี่ย ทุก ๆ สัปดาห์ หากขายหนังสือพิมพ์ได้ 350 ฉบับ จะมีรายได้โดยเฉลี่ยสัปดาห์ละ

$$(240 \times 0.2) + (110 \times 0.4) = 48 + 44 = 92 \text{ เซด}$$

2. สุรัตน์ขายหนังสือพิมพ์ เซตแลนด์สตาร์ ในหนึ่งสัปดาห์ มีรายได้ 60 เซต
ในสัปดาห์นั้น สุรัตน์ขายหนังสือพิมพ์ได้กี่ฉบับ จงแสดงวิธีทำ

ดูแนวคำตอบได้จากแนวคิดต่อไปนี้

(กระบวนการ: การคิด/แปลงสถานการณ์ปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์)

แนวคิดที่ 1

เนื่องจาก หากขายหนังสือพิมพ์ได้ 240 ฉบับต่อสัปดาห์ จะมีรายได้สัปดาห์ละ $240 \times 0.2 = 48$ เซต

แสดงว่า สุรัตน์ขายหนังสือพิมพ์ได้มากกว่า 240 ฉบับต่อสัปดาห์

ให้ a แทนจำนวนหนังสือพิมพ์ที่ขายได้เพิ่มขึ้นในหน่วยฉบับ

จึงได้ว่า สุรัตน์ขายหนังสือพิมพ์ได้ $240 + a$ ฉบับ

เขียนสมการได้ดังนี้

$$(240 \times 0.2) + (a \times 0.4) = 60$$

$$48 + 0.4a = 60$$

$$a = 30$$

ดังนั้น สุรัตน์ขายหนังสือพิมพ์ได้ $240 + 30 = 270$ ฉบับ

แนวคิดที่ 2

เนื่องจาก หากขายหนังสือพิมพ์ได้ 240 ฉบับต่อสัปดาห์ จะมีรายได้สัปดาห์ละ $240 \times 0.2 = 48$ เซต

แสดงว่า สุรัตน์ขายหนังสือพิมพ์ได้มากกว่า 240 ฉบับต่อสัปดาห์

เนื่องจาก สุรัตน์มีรายได้ 60 เซต

จะได้ว่า รายได้ที่เพิ่มจาก 240 ฉบับแรก เป็น $60 - 48 = 12$ บาท

และตั้งแต่ฉบับที่ 241 เป็นต้นไป จะได้คำตอบแทนฉบับละ 0.4 บาท

จึงได้ จำนวนหนังสือพิมพ์ที่ขายได้เพิ่มจาก 240 ฉบับแรก เป็น $\frac{12}{0.4} = 30$ ฉบับ

ดังนั้น สุรัตน์ขายหนังสือพิมพ์ได้ $240 + 30 = 270$ ฉบับ

ป้ายประกาศของหนังสือพิมพ์ เซดแลนด์เดลี่ เป็นดังนี้

เซดแลนด์เดลี่

**งานรายได้ดี
ที่ใช้เวลานิดเดียว!**

ขายหนังสือพิมพ์ เซดแลนด์เดลี่ จะได้
เงิน 64 เซดต่อสัปดาห์ และบวกเพิ่มอีก
0.05 เซดต่อหนังสือพิมพ์หนึ่งฉบับที่
คุณขายได้

3. โดยเฉลี่ย ทุก ๆ สัปดาห์ หากขายหนังสือพิมพ์ เซดแลนด์เดลี่ ได้ 200 ฉบับ
จะมีรายได้โดยเฉลี่ยสัปดาห์ละกี่เซด

ตอบ 74 เซด

(กระบวนการ: การคิด/แปลงสถานการณ์ปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์)

แนวคิด

เนื่องจาก การขายหนังสือพิมพ์จะได้เงิน 64 เซดต่อสัปดาห์ และบวกเพิ่มอีก 0.05 เซดต่อฉบับ
จึงได้ว่า โดยเฉลี่ย ทุก ๆ สัปดาห์ หากขายหนังสือพิมพ์ได้ 200 ฉบับ
จะมีรายได้ $64 + (200 \times 0.05) = 74$ เซด

4. กฤษฎณาขายหนังสือพิมพ์ เซดแลนด์เดลี่ ในหนึ่งสัปดาห์ มีรายได้ 78 เซด
ในสัปดาห์นั้น กฤษฎณาขายหนังสือพิมพ์ได้กี่ฉบับ จงแสดงวิธีทำ

..... ดูแนวคำตอบได้จากแนวคิดต่อไปนี้

(กระบวนการ: การคิด/แปลงสถานการณ์ปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์)

แนวคิด

ให้กฤษฎณาขายหนังสือพิมพ์ได้ a ฉบับ
เขียนสมการได้ดังนี้

$$64 + (a \times 0.05) = 74$$

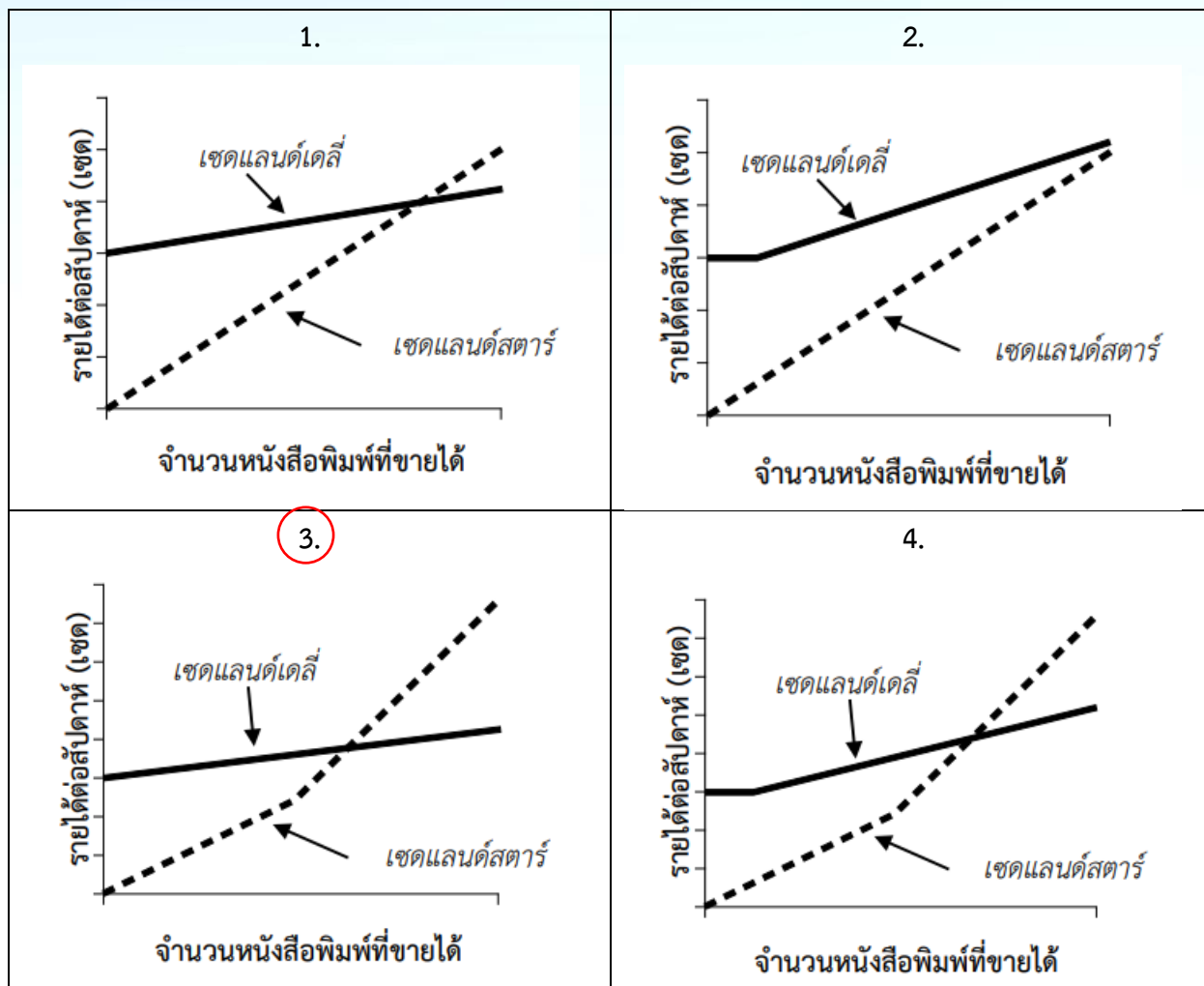
$$60 + 0.05a = 74$$

$$a = 280$$

ดังนั้น กฤษฎณาขายหนังสือพิมพ์ได้ 280 ฉบับ

5. จักรตัดสินใจสมัครเป็นผู้ขายหนังสือพิมพ์ เขาต้องเลือกว่าจะขายหนังสือพิมพ์ *เซตแลนด์สตาร์* หรือ *เซตแลนด์เดลี*

กราฟต่อไปนี้จะนำเสนอได้ถูกต้องว่าจะขายหนังสือพิมพ์สองฉบับจ่ายเงินให้กับผู้ขายของเขาอย่างไร
จงเขียนวงกลมล้อมรอบ 1, 2, 3 หรือ 4



(กระบวนการ: การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์)

แนวคิด

พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนหนังสือพิมพ์ที่ขายได้และรายได้ต่อสัปดาห์ของหนังสือพิมพ์เซตแลนด์สตาร์
จะได้ กราฟเป็นเส้นตรงที่เพิ่มขึ้นอย่างคงที่ตั้งแต่จำนวนหนังสือพิมพ์ที่ขายได้ 0 ถึง 240 ฉบับแรก

และตั้งแต่ฉบับที่ 241 ขึ้นไป เป็นเส้นตรงที่เพิ่มขึ้นคงที่และเพิ่มขึ้นเป็น 2 เท่า จาก 240 ฉบับแรก

พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนหนังสือพิมพ์ที่ขายได้และรายได้ต่อสัปดาห์ของหนังสือพิมพ์เซตแลนด์เดลี
จะได้ กราฟเป็นเส้นตรงที่เพิ่มขึ้นอย่างคงที่ตลอดเส้น

ดังนั้น กราฟที่นำเสนอข้อมูลของหนังสือพิมพ์ทั้งสองฉบับนี้ คือ กราฟในตัวเลือก 3

6. จำนวนหนังสือพิมพ์ที่ขายได้ต่อสัปดาห์เป็นกี่ฉบับ จึงจะทำให้รายได้ต่อสัปดาห์จากการขายหนังสือพิมพ์ เซดแลนด์สตาร์ เท่ากับ รายได้ต่อสัปดาห์จากการขายหนังสือพิมพ์ เซดแลนด์เดลี่ จงแสดงวิธีทำ

..... ดูแนวคำตอบได้จากแนวคิดต่อไปนี้

(กระบวนการ: การใช้โมเดล ข้อเท็จจริง วิธีการ และ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา)

แนวคิด

ให้ a แทนจำนวนหนังสือพิมพ์ที่ขายได้ต่อสัปดาห์

จะได้ รายได้ต่อสัปดาห์จากการขายหนังสือพิมพ์ เซดแลนด์สตาร์ เป็น $(240 \times 0.2) + [(a - 240) \times 0.4]$ บาท

และ รายได้ต่อสัปดาห์จากการขายหนังสือพิมพ์ เซดแลนด์เดลี่ เป็น $64 + (a \times 0.05)$ บาท

เนื่องจาก รายได้ต่อสัปดาห์จากการขายหนังสือพิมพ์ เซดแลนด์สตาร์ เท่ากับ รายได้ต่อสัปดาห์จากการขายหนังสือพิมพ์ เซดแลนด์เดลี่

เขียนสมการได้ดังนี้

$$(240 \times 0.2) + [(a - 240) \times 0.4] = 64 + (a \times 0.05)$$

$$48 + (0.4a - 96) = 64 + 0.05a$$

$$0.4a - 48 = 64 + 0.05a$$

$$0.35a = 112$$

$$a = 320$$

ดังนั้น จำนวนหนังสือพิมพ์ที่ขายได้ต่อสัปดาห์เป็น 320 ฉบับ จะทำให้รายได้ต่อสัปดาห์จากการขายหนังสือพิมพ์ เซดแลนด์สตาร์ เท่ากับ รายได้ต่อสัปดาห์จากการขายหนังสือพิมพ์ เซดแลนด์เดลี่

กิจกรรมที่ 21

รายวิชา การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างฉลาดรู้

ระดับ มัธยมศึกษาตอนต้น

เรื่อง จักรยาน

เวลาเรียน 1 คาบ

1. ความเชื่อมโยงกับตัวชี้วัดในหลักสูตรแกนกลาง

ค 1.1 ม.1/3 และ ค 1.3 ม.1/3

2. จุดประสงค์การเรียนรู้ ผู้เรียนสามารถ

- 1) ระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลในสถานการณ์จักรยาน
- 2) ใช้ความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วนในการแก้ปัญหาสถานการณ์จักรยาน
- 3) ใช้ความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างอัตราเร็ว ระยะทาง และเวลา ในการแก้ปัญหาสถานการณ์เฮเลน นักปั่นจักรยาน
- 4) อธิบายหรือให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนหรือโต้แย้ง รวมถึงอธิบายกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์จักรยานและเฮเลน นักปั่นจักรยาน

3. กระบวนการ (PISA 2022)

- ☒ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- ☒ การคิด/แปลงสถานการณ์ปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์
- ☒ การใช้โมเดล ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา
- ☐ การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์

4. ความรู้ที่เกี่ยวข้อง

- 1) การหาอัตราส่วนที่เท่ากับกับอัตราส่วนที่กำหนดให้ มีหลักการดังนี้
หลักการคูณ เมื่อคูณแต่ละจำนวนในอัตราส่วนได้ด้วยจำนวนเดียวกันโดยที่จำนวนนั้นไม่เท่ากับศูนย์ จะได้อัตราส่วนใหม่ที่เท่ากับอัตราส่วนเดิม
หลักการหาร เมื่อหารแต่ละจำนวนในอัตราส่วนได้ด้วยจำนวนเดียวกันโดยที่จำนวนนั้นไม่เท่ากับศูนย์ จะได้อัตราส่วนใหม่ที่เท่ากับอัตราส่วนเดิม
- 2) อัตราเร็วเป็นอัตราส่วนระหว่างระยะทางกับเวลา หาได้จากสูตร อัตราเร็ว = $\frac{\text{ระยะทาง}}{\text{เวลา}}$

5. วัสดุ อุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้

- 1) ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง จักรยาน ตามจำนวนผู้เรียน คนละ 1 ชุด
- 2) ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง เฮเลน นักปั่นจักรยาน ตามจำนวนผู้เรียน คนละ 1 ชุด

6. การเตรียมตัวล่วงหน้าของผู้สอน

- 1) เตรียมวัสดุ อุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้สำหรับผู้เรียน
- 2) ศึกษาและตรวจสอบสื่อการเรียนรู้
- 3) ศึกษาขั้นตอนการจัดกิจกรรม

7. ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

- 1) ผู้สอนเกริ่นนำเกี่ยวกับจักรยาน โดยใช้คำถามดังนี้
 - นักเรียนเคยเห็นจักรยานแบบใดบ้าง

แนวคำตอบ ผู้เรียนสามารถตอบได้หลากหลาย เช่น จักรยานทั่วไป จักรยาน BMX จักรยานเด็กที่มีล้อเสริมด้านข้างอีก 2 ล้อ จักรยานสำหรับแข่งขัน และจักรยานเสือหมอบ

หลังจากผู้เรียนตอบคำถามอย่างหลากหลายแล้ว ให้ผู้สอนอธิบายเสริมว่าจักรยานที่พบเห็นและใช้กันอยู่ในปัจจุบันมีหลายประเภท และแต่ละประเภทก็มีลักษณะการใช้งานที่แตกต่างกัน จากนั้น ผู้สอนแสดงรูปภาพของจักรยานแบบที่ไม่มีเกียร์และแบบมีเกียร์ ดังนี้



ที่มา: <https://www.rawpixel.com/image/11729288/png-person-sticker>

ที่มา: <https://www.rawpixel.com/image/7259820/png-sticker-public-domain>

ผู้สอนให้ผู้เรียนเปรียบเทียบลักษณะของจักรยานสองแบบนี้ โดยใช้การถามตอบกับผู้เรียนดังนี้

- จากรูปจักรยานสองแบบนี้ มีสิ่งใดที่แตกต่างกันบ้าง

แนวคำตอบ ผู้เรียนสามารถตอบได้หลากหลาย เช่น สี ลักษณะแฮนด์ ลักษณะเบาะนั่ง ที่นั่งด้านหลัง อุปกรณ์เสริม และเกียร์

หลังจากผู้เรียนตอบคำถามอย่างหลากหลายแล้ว ให้ผู้สอนอธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับเรื่องความแตกต่างของจักรยานที่มีเกียร์และไม่มีเกียร์ ว่าจักรยานทั้งสองแบบมีความแตกต่างกันในเรื่องของลักษณะการใช้งานในแต่ละเส้นทาง ซึ่งจักรยานโดยทั่วไปจะใช้ในชีวิตประจำวันหรือใช้ในเส้นทางปกติที่เป็นทางราบหรือเส้นทางที่มีความชันเพียงเล็กน้อย แต่จักรยานที่มีเกียร์มักจะใช้ในการแข่งขันหรือใช้ปั่นขึ้นเขาหรือเส้นทางที่มีความชันมาก ๆ เพื่อให้ผู้ปั่นสามารถ ใช้อุปกรณ์และแรงปั่นได้อย่างเหมาะสมกับสภาพเส้นทาง ความเร็ว และสภาพของตัวผู้ปั่นเอง

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม: ผู้สอนอาจเปิดวิดีโอเกี่ยวกับจักรยานแบบมีเกียร์ให้ผู้เรียนดูเพื่อให้นักเรียนเข้าใจและเห็นภาพได้ชัดเจนมากยิ่งขึ้นได้

- 2) ผู้สอนยกตัวอย่างอัตราส่วนของเกียร์จักรยานและอธิบายความหมายอัตราส่วนของเกียร์ ดังนี้
 อัตราส่วนของเกียร์ 3 : 1 คือ ปั่นบันไดจักรยานครบ 3 รอบ จะทำให้ล้อจักรยานหมุนครบ 1 รอบ
 อัตราส่วนของเกียร์ 3 : 4 คือ ปั่นบันไดจักรยานครบ 3 รอบ จะทำให้ล้อจักรยานหมุนครบ 4 รอบ
 จากนั้น ผู้สอนใช้คำถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของผู้เรียนดังนี้
- เด็กชายไบรท์ปั่นจักรยานคันหนึ่งโดยใช้อัตราส่วนของเกียร์ 2 : 3 ถ้าเด็กชายไบรท์ปั่นบันไดจักรยานไป 10 รอบ จะทำให้ล้อของจักรยานหมุนไปกี่รอบ เพราะเหตุใด

แนวคำตอบ 15 รอบ เนื่องจาก อัตราส่วนของเกียร์ $2 : 3 = 2 \times 5 : 3 \times 5 = 10 : 15$

- 3) ผู้สอนให้ผู้เรียนตอบคำถามในใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง จักรยาน คำถามข้อที่ 1 – 3 เมื่อผู้เรียนตอบคำถามทั้ง 3 ข้อแล้ว ผู้สอนสุ่มผู้เรียนให้บอกคำตอบที่ได้แต่ละข้อ และผู้สอนควรกระตุ้นให้ผู้เรียนที่เหลือตรวจสอบคำตอบของตนเองและเปิดโอกาสให้ผู้เรียนให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนคำตอบของเพื่อนหรือโต้แย้งในกรณีที่ได้อ้างคำตอบไม่ตรงกัน

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม: ในกรณีที่ผู้เรียนทำกิจกรรมได้เร็ว ผู้สอนสามารถให้ผู้เรียนตอบคำถามต่อไปนี้

จากคำถามข้อที่ 3 ถ้าปัดซี่รถจักรยานเป็นระยะทาง 960 เมตร โดยใช้เกียร์สูง จำนวนรอบที่ต้องปั่นบันไดจักรยาน จะมากกว่าหรือน้อยกว่าการปั่นโดยใช้เกียร์กลาง เพราะเหตุใด

แนวคำตอบ น้อยกว่า เนื่องจาก เกียร์กลาง $6 : 5 = 6 \times 2 : 5 \times 2 = 12 : 10$

นั่นคือ ปั่นบันไดจักรยาน 12 รอบ ล้อจะหมุน 10 รอบ

แต่เกียร์สูง $1 : 2 = 1 \times 5 : 2 \times 5 = 5 : 10$

นั่นคือ ปั่นบันไดจักรยาน 5 รอบ ล้อจะหมุน 10 รอบ

เมื่อพิจารณาจำนวนรอบของล้อที่หมุนเท่ากัน คือ 10 รอบ จะได้ว่า การใช้เกียร์สูง จะมีจำนวนรอบที่ต้องปั่นบันไดจักรยาน น้อยกว่า การปั่นโดยใช้เกียร์กลาง

- 4) ผู้สอนใช้คำถามเพื่อทบทวนเรื่องอัตราเร็ว ดังนี้
- จากคำถามที่ 3 ปัดซี่รถจักรยานเป็นระยะทาง 960 เมตร โดยใช้เวลาทั้งหมด 6 นาที ปัดซี่จักรยานด้วยอัตราเร็วเฉลี่ยกี่กิโลเมตรต่อชั่วโมง

แนวคำตอบ

เนื่องจาก 960 เมตร เท่ากับ 0.96 กิโลเมตร และ 6 นาที เท่ากับ $\frac{1}{10}$ ชั่วโมง

จากสูตร อัตราเร็วเฉลี่ย = $\frac{\text{ระยะทาง}}{\text{เวลา}}$

$$\begin{aligned}\text{จะได้ อัตราเร็วเฉลี่ย} &= \frac{0.96}{\frac{1}{10}} \\ &= 9.6\end{aligned}$$

ดังนั้น ปิติขี่จักรยานด้วยอัตราเร็วเฉลี่ย 9.6 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

- 5) ผู้สอนให้ผู้เรียนแต่ละคนตอบคำถามในใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง เฮเลน นักปั่นจักรยาน คำถามที่ 1 – 3 จากนั้น ผู้สอนให้ผู้เรียนจับคู่กันเพื่อเปรียบเทียบคำตอบและแลกเปลี่ยนวิธีการหาคำตอบ แล้วผู้สอนสุ่มผู้เรียนให้บอกคำตอบที่ได้แต่ละข้อพร้อมอธิบายแนวคิด ทั้งนี้ ผู้สอนควรกระตุ้นให้ผู้เรียนที่เหลือตรวจสอบคำตอบของตนเองและเปิดโอกาสให้ผู้เรียนให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนคำตอบของเพื่อนหรือโต้แย้งในกรณีที่ได้คำตอบไม่ตรงกัน หรือนำเสนอแนวคิดอื่นที่แตกต่างกัน เช่น ผู้สอนอาจใช้คำถามว่า
 - นักเรียนได้คำตอบเหมือนเพื่อนหรือไม่
 - นักเรียนคิดว่าคำตอบของเพื่อนถูกหรือผิด เพราะเหตุใด
 - นักเรียนมีวิธีการหาคำตอบที่แตกต่างจากเพื่อนหรือไม่ อย่างไร
- 6) ผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันสรุปผลจากการปฏิบัติกิจกรรม โดยมีแนวทางการสรุปดังนี้

ผู้เรียนได้ใช้ความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วนและอัตราเร็วในการแก้ปัญหาที่กำหนด และได้ฝึกทักษะการให้เหตุผลและการแก้ปัญหา

8. ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมสำหรับผู้สอน

- 1) หากเวลาการจัดกิจกรรมไม่เพียงพอ ผู้สอนสามารถจัดกิจกรรมตามขั้นตอนที่เหลือให้ผู้เรียนในคาบเรียนถัดไป
- 2) หากจัดกิจกรรมเสร็จแล้ว และพอมีเวลาเหลือ ผู้สอนสามารถเลือกแนวทางการจัดกิจกรรมอื่นที่อยู่ในภาคผนวก ก มาจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนตามความเหมาะสม

9. แหล่งการเรียนรู้เพิ่มเติม

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เล่ม 2 (สสวท.)

10. การวัดและประเมินผล

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
1) ระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลในสถานการณ์จักรยาน	• พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม	• ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง จักรยาน คำถามข้อที่ 1	• ตอบคำถามข้อที่ 1 ได้ถูกต้อง
2) ใช้ความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วนในการแก้ปัญหสถานการณ์จักรยาน	พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม	• ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง จักรยาน คำถามข้อที่ 2 – 3	• ตอบคำถามข้อที่ 2 ได้ถูกต้อง • อธิบายแนวคิดในการหาคำตอบของคำถามข้อที่ 3 ได้อย่างสมเหตุสมผล และเพียงพอที่จะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง
3) ใช้ความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างอัตราเร็ว ระยะทาง และเวลาในการแก้ปัญหสถานการณ์เฮเลน นักปั่นจักรยาน	• พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม	• ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง เฮเลน ปั่นจักรยาน คำถามข้อที่ 1 – 3	• ตอบคำถามข้อที่ 1 – 3 ได้ถูกต้อง ตั้งแต่ 2 ข้อขึ้นไป จากทั้งหมด 3 ข้อ
4) อธิบายหรือให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนหรือโต้แย้ง รวมถึงอธิบายกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับจักรยานและเฮเลน นักปั่นจักรยาน	• สังเกตพฤติกรรม การให้เหตุผลจากการตอบคำถามหรืออภิปรายในชั้นเรียน	• แบบประเมินพฤติกรรม การให้เหตุผล	• ได้ระดับพอใช้ขึ้นไป เมื่อพิจารณาในภาพรวมของทั้งภาคการศึกษา (ดูภาคผนวก ข)

หมายเหตุ เกณฑ์ที่กำหนดไว้ข้างต้น ถือเป็นเกณฑ์ในระดับที่คาดหวัง ในกรณีที่ผู้เรียนทำได้น้อยกว่าเกณฑ์ที่กำหนด ผู้สอนต้องพิจารณาเสริมกระบวนการในด้านนั้นเพิ่มเติม

ชื่อ ห้อง เลขที่

ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง จักรยาน

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนอ่านสถานการณ์และตอบคำถามต่อไปนี้

จิระศักดิ์ สมรศรี และปิติ ชี้อัจฉริยะจักรยานขนาดต่าง ๆ กัน ตารางต่อไปนี้แสดงระยะทางที่ล้อของจักรยานแต่ละคนเคลื่อนที่ครบหนึ่งรอบ

	ระยะทาง (เซนติเมตร)					
	1 รอบ	2 รอบ	3 รอบ	4 รอบ	5 รอบ	6 รอบ
ปิติ	96	192	288	384	480	...
สมรศรี	160	320	480	640	800	...
จิระศักดิ์	190	380	570	760	950	...

1. ปิติเข็นจักรยานของเขาเพื่อให้ล้อหมุนครบสามรอบ ถ้าจิระศักดิ์ทำเช่นเดียวกันโดยใช้จักรยานของเขา จักรยานของจิระศักดิ์จะไปได้ไกลกว่าจักรยานของปิติเป็นระยะทางกี่เซนติเมตร

ตอบ เซนติเมตร

2. ล้อจักรยานของสมรศรีจะหมุนกี่รอบ ถ้าจักรยานเคลื่อนที่ได้ 1,280 เซนติเมตร

ตอบ รอบ

3. ล้อรถจักรยานของปิติมีเส้นรอบวง 96 เซนติเมตร (หรือ 0.96 เมตร) จักรยานมีเกียร์ 3 ระดับ คือ เกียร์ต่ำ เกียร์กลาง เกียร์สูง ซึ่งมีอัตราส่วนของเกียร์ดังนี้

เกียร์ต่ำ 3 : 1 เกียร์กลาง 6 : 5 เกียร์สูง 1 : 2

ถ้าปิติชี้รถจักรยานเป็นระยะทาง 960 เมตร โดยใช้เกียร์กลาง เขาจะต้องปั่นบันไดจักรยานกี่รอบ
จงแสดงวิธีทำ

หมายเหตุ: อัตราส่วนของเกียร์ 3 : 1 หมายความว่า ปั่นจักรยาน 3 รอบ ล้อจะหมุนครบ 1 รอบ

[illegible]

ชื่อ ห้อง เลขที่

ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง เฮเลน นักปั่นจักรยาน

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนอ่านสถานการณ์และตอบคำถามต่อไปนี้



เฮเลนเพิ่งจะได้จักรยานคันใหม่ จักรยานมีเครื่องวัดความเร็วติดอยู่บนแฮนด์รถจักรยาน เครื่องวัดความเร็วสามารถบอกระยะทางที่เฮเลนเดินทางและอัตราเร็วเฉลี่ยที่เธอใช้ในการเดินทาง

1. การเดินทางครั้งหนึ่ง เฮเลนขี่จักรยานไปได้ 4 กิโลเมตร ใน 10 นาทีแรก และอีก 2 กิโลเมตร ใน 5 นาทีต่อมา
ข้อความใดต่อไปนี้ถูกต้อง
 1. อัตราเร็วเฉลี่ยของเฮเลนใน 10 นาทีแรก มากกว่าใน 5 นาทีต่อมา
 2. อัตราเร็วเฉลี่ยของเฮเลนใน 10 นาทีแรก เท่ากับใน 5 นาทีต่อมา
 3. อัตราเร็วเฉลี่ยของเฮเลนใน 10 นาทีแรก น้อยกว่าใน 5 นาทีต่อมา
 4. จากข้อมูลที่ให้มา ไม่สามารถบอกถึงสิ่งใด ๆ เกี่ยวกับอัตราเร็วเฉลี่ยของเฮเลนได้

2. เฮเลนขี่จักรยาน 6 กิโลเมตร ไปยังบ้านป่า เครื่องวัดความเร็วแสดงว่า อัตราเร็วเฉลี่ยตลอดการเดินทางเป็น 18 กิโลเมตรต่อชั่วโมง
ข้อความต่อไปนี้ ข้อความใดถูกต้อง
1. เฮเลนใช้เวลา 20 นาที ไปถึงบ้านป่า
 2. เฮเลนใช้เวลา 30 นาที ไปถึงบ้านป่า
 3. เฮเลนใช้เวลา 3 ชั่วโมง ไปถึงบ้านป่า
 4. ไม่สามารถบอกได้ว่าเฮเลนใช้เวลาเท่าใดในการเดินทางไปถึงบ้านป่า
3. เฮเลนได้ขี่จักรยานของเธอจากบ้านไปที่แม่น้ำ ซึ่งอยู่ห่างออกไป 4 กิโลเมตร เธอใช้เวลา 9 นาที แล้วเธอก็ขี่จักรยานกลับบ้านโดยใช้เส้นทางที่สั้นกว่า คือ 3 กิโลเมตร คราวนี้เธอใช้เวลาเพียง 6 นาที ในการเดินทางไปและกลับระหว่างบ้านและแม่น้ำ อัตราเร็วเฉลี่ยของเฮเลนเป็นเท่าใด (ในหน่วย กิโลเมตรต่อชั่วโมง)

ตอบ อัตราเร็วเฉลี่ยในการเดินทาง: กิโลเมตรต่อชั่วโมง

แนวคำตอบ

ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง จักรยาน

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนอ่านสถานการณ์และตอบคำถามต่อไปนี้

จิระศักดิ์ สมรศรี และปิติ ชี้อัจฉริยะขนาดต่าง ๆ กัน ตารางต่อไปนี้แสดงระยะทางที่ล้อของจักรยานแต่ละคนเคลื่อนที่ครบหนึ่งรอบ

	ระยะทาง (เซนติเมตร)					
	1 รอบ	2 รอบ	3 รอบ	4 รอบ	5 รอบ	6 รอบ
ปิติ	96	192	288	384	480	...
สมรศรี	160	320	480	640	800	...
จิระศักดิ์	190	380	570	760	950	...

1. ปิติเข็นจักรยานของเขาเพื่อให้ล้อหมุนครบสามรอบ ถ้าจิระศักดิ์ทำเช่นเดียวกันโดยใช้จักรยานของเขา จักรยานของจิระศักดิ์จะไปได้ไกลกว่าจักรยานของปิติเป็นระยะทางกี่เซนติเมตร

ตอบ282..... เซนติเมตร

(กระบวนการ: การคิด/แปลงสถานการณ์ปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์)

แนวคิด

ปิติเข็นจักรยาน 3 รอบ ได้ระยะทาง 288 เซนติเมตร

จิระศักดิ์เข็นจักรยาน 3 รอบ ได้ระยะทาง 570 เซนติเมตร

ดังนั้น จักรยานของจิระศักดิ์จะไปได้ไกลกว่าจักรยานของปิติเป็นระยะทาง $570 - 288 = 282$ เซนติเมตร

2. ล้อจักรยานของสมรศรีจะหมุนกี่รอบ ถ้าจักรยานเคลื่อนที่ไปได้ 1,280 เซนติเมตร

ตอบ8..... รอบ

(กระบวนการ: การใช้โมเดล ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา)

แนวคิดที่ 1

อัตราส่วนจำนวนรอบที่ล้อจักรยานหมุน ต่อ ระยะทางที่เคลื่อนที่ได้

ให้ล้อหมุน a รอบ ได้ระยะทาง 1,280 เซนติเมตร

จากโจทย์ จักรยานของสมรศรีหมุน 1 รอบ ได้ระยะทาง 160 เซนติเมตร

$$\begin{aligned} \frac{a}{1} &= \frac{1,280}{160} \\ a &= 8 \end{aligned}$$

ดังนั้น ล้อจักรยานของสมรศรีจะหมุน 8 รอบ จึงจะได้ระยะทาง 1,280 เซนติเมตร

แนวคิดที่ 2

เนื่องจาก ล้อจักรยานของสมศรีหมุน 1 รอบ ได้ระยะทาง 160 เซนติเมตร

จาก จักรยานเคลื่อนที่ได้ 1,280 เซนติเมตร

ดังนั้น ล้อจักรยานของสมศรีจะหมุน $\frac{1,280}{160} = 8$ รอบ

3. ล้อรถจักรยานของปิติมีเส้นรอบวง 96 เซนติเมตร (หรือ 0.96 เมตร) จักรยานมีเกียร์ 3 ระดับ คือ เกียร์ต่ำ เกียร์กลาง เกียร์สูง ซึ่งมีอัตราส่วนของเกียร์ดังนี้

เกียร์ต่ำ 3 : 1 เกียร์กลาง 6 : 5 เกียร์สูง 1 : 2

ถ้าปิติขี่รถจักรยานเป็นระยะทาง 960 เมตร โดยใช้เกียร์กลาง เขาจะต้องปั่นบันไดจักรยานกี่รอบ
จงแสดงวิธีทำ

หมายเหตุ: อัตราส่วนของเกียร์ 3 : 1 หมายความว่า ปั่นจักรยาน 3 รอบ ล้อจะหมุนครบ 1 รอบ

ดูแนวคำตอบได้จากแนวคิดต่อไปนี้

(กระบวนการ: การใช้โน้ตค้น ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา)

แนวคิด

ปิติขี่จักรยานเป็นระยะทาง 960 เมตร เท่ากับ 96,000 เซนติเมตร

จะได้ว่า ล้อจักรยานของปิติหมุน $\frac{96,000}{96} = 1,000$ รอบ

ให้ปิติปั่นบันไดจักรยาน a รอบ ที่ทำให้ล้อหมุนครบ 1,000 รอบ

เนื่องจากปิติใช้เกียร์กลาง 6 : 5 คือ ปั่นบันไดจักรยาน 6 รอบ ล้อจะหมุนครบ 5 รอบ

จะได้
$$\frac{a}{6} = \frac{1,000}{5}$$
$$a = 1,200$$

ดังนั้น ปิติจะต้องปั่นบันไดจักรยาน 1,200 รอบ จึงจะได้ระยะทาง 96,000 เซนติเมตร

แนวคำตอบ

ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง เฮเลน นักปั่นจักรยาน

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนอ่านสถานการณ์และตอบคำถามต่อไปนี้



เฮเลนเพิ่งจะได้จักรยานคันใหม่ จักรยานมีเครื่องวัดความเร็วติดอยู่บนแฮนด์รถจักรยาน
เครื่องวัดความเร็วสามารถบอกระยะทางที่เฮเลนเดินทางและอัตราเร็วเฉลี่ยที่เธอใช้ในการเดินทาง

1. การเดินทางครั้งหนึ่ง เฮเลนขี่จักรยานไปได้ 4 กิโลเมตร ใน 10 นาทีแรก
และอีก 2 กิโลเมตร ใน 5 นาทีต่อมา

ข้อความใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. อัตราเร็วเฉลี่ยของเฮเลนใน 10 นาทีแรก มากกว่าใน 5 นาทีต่อมา
2. อัตราเร็วเฉลี่ยของเฮเลนใน 10 นาทีแรก เท่ากับใน 5 นาทีต่อมา
3. อัตราเร็วเฉลี่ยของเฮเลนใน 10 นาทีแรก น้อยกว่าใน 5 นาทีต่อมา
4. จากข้อมูลที่ให้มา ไม่สามารถบอกถึงสิ่งใด ๆ เกี่ยวกับอัตราเร็วเฉลี่ยของเฮเลนได้

(กระบวนการ: การใช้โน้ตส่น ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา)

แนวคิด

เฮเลนขี่จักรยานได้ 4 กิโลเมตร ใน 10 นาทีแรก จะได้ อัตราเร็วเฉลี่ย = $\frac{4}{10} = 0.4$ กิโลเมตรต่อนาที

เฮเลนขี่จักรยานได้ 2 กิโลเมตร ใน 5 นาทีต่อมา จะได้ อัตราเร็วเฉลี่ย = $\frac{2}{5} = 0.4$ กิโลเมตรต่อนาที

ดังนั้น อัตราเร็วเฉลี่ยของเฮเลนใน 10 นาทีแรก เท่ากับใน 5 นาทีต่อมา

2. เฮเลนขี่จักรยาน 6 กิโลเมตร ไปยังบ้านป่า เครื่องวัดความเร็วแสดงว่า อัตราเร็วเฉลี่ยตลอดการเดินทางเป็น 18 กิโลเมตรต่อชั่วโมง
ข้อความต่อไปนี้ ข้อความใดถูกต้อง

1. เฮเลนใช้เวลา 20 นาที ไปถึงบ้านป่า
2. เฮเลนใช้เวลา 30 นาที ไปถึงบ้านป่า
3. เฮเลนใช้เวลา 3 ชั่วโมง ไปถึงบ้านป่า
4. ไม่สามารถบอกได้ว่าเฮเลนใช้เวลาเท่าใดในการเดินทางไปถึงบ้านป่า

(กระบวนการ: การใช้โน้ตสโนว์ ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา)

แนวคิด

เฮเลนใช้อัตราเร็วเฉลี่ย 18 กิโลเมตรต่อชั่วโมง หมายความว่า เดินทาง 18 กิโลเมตร ใช้เวลา 60 นาที
เนื่องจาก เฮเลนขี่จักรยานไปยังบ้านป่าเป็นระยะทาง 6 กิโลเมตร

ดังนั้น เฮเลนใช้เวลา $\frac{60}{18} \times 6 = 20$ นาที ไปถึงบ้านป่า

3. เฮเลนได้ขี่จักรยานของเธอจากบ้านไปที่แม่น้ำ ซึ่งอยู่ห่างออกไป 4 กิโลเมตร เธอใช้เวลา 9 นาที
แล้วเธอก็ขี่จักรยานกลับบ้านโดยใช้เส้นทางที่สั้นกว่า คือ 3 กิโลเมตร คราวนี้เธอใช้เวลาเพียง 6 นาที
ในการเดินทางไปและกลับระหว่างบ้านและแม่น้ำ อัตราเร็วเฉลี่ยของเฮเลนเป็นเท่าใด
(ในหน่วย กิโลเมตรต่อชั่วโมง)

ตอบ อัตราเร็วเฉลี่ยในการเดินทาง:28..... กิโลเมตรต่อชั่วโมง

(กระบวนการ: การใช้โน้ตสโนว์ ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา)

แนวคิด

เฮเลนเดินทางไปและกลับเป็นระยะทาง $4 + 3 = 7$ กิโลเมตร

และใช้เวลาทั้งหมด $9 + 6 = 15$ นาที ซึ่งเท่ากับ $\frac{1}{4}$ ชั่วโมง

ดังนั้น อัตราเร็วเฉลี่ยในการเดินทางเป็น $\frac{7}{\frac{1}{4}} = 7 \times 4 = 28$ กิโลเมตรต่อชั่วโมง

กิจกรรมที่ 22

รายวิชา การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างฉลาดรู้

ระดับ มัธยมศึกษาตอนต้น

เรื่อง ชิงช้าสวรรค์

เวลาเรียน 1 คาบ

1. ความเชื่อมโยงกับตัวชี้วัดในหลักสูตรแกนกลาง

ค 2.2 ม.3/3

2. จุดประสงค์การเรียนรู้ ผู้เรียนสามารถ

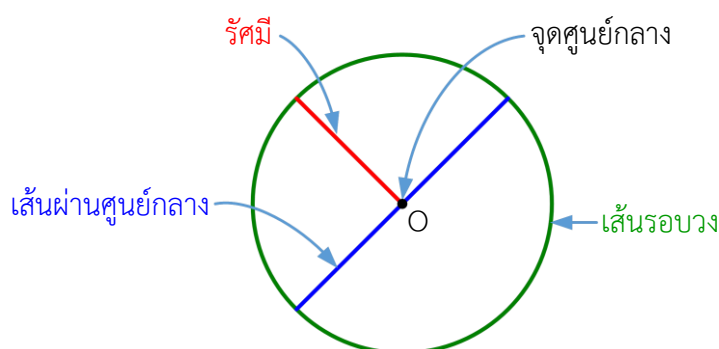
- 1) ใช้ความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์ของรัศมีและเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม ความยาวของส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม รวมทั้งอัตราส่วน ในการแก้ปัญหาและให้เหตุผล
- 2) ระบุความสัมพันธ์เกี่ยวกับมุมรอบจุดศูนย์กลางของวงกลม และจุดที่อยู่บนเส้นรอบวงของวงกลมที่อยู่ในปัญหาหรือสถานการณ์ชิงช้าสวรรค์
- 3) อธิบายหรือให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนหรือโต้แย้ง รวมถึงอธิบายกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์ชิงช้าสวรรค์

3. กระบวนการ (PISA 2022)

- ☒ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- ☒ การคิด/แปลงสถานการณ์ปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์
- ☐ การใช้โมเดล ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา
- ☐ การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์

4. ความรู้ที่เกี่ยวข้อง

วงกลมมีส่วนต่าง ๆ ดังนี้



โดยทั่วไป เราจะเรียกชื่อวงกลมตามชื่อจุดศูนย์กลางของวงกลม เช่น เรียกวงกลมที่มี O เป็นจุดศูนย์กลางว่า “วงกลม O ”

รัศมีของวงกลม คือ ระยะระหว่างจุดศูนย์กลางของวงกลมและจุดบนวงกลม หรือส่วนของเส้นตรงที่มีจุดศูนย์กลางและจุดบนวงกลมเป็นจุดปลาย

มุมรอบจุดศูนย์กลางของวงกลม มีขนาดเท่ากับ 360 องศา

5. วัสดุ อุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้

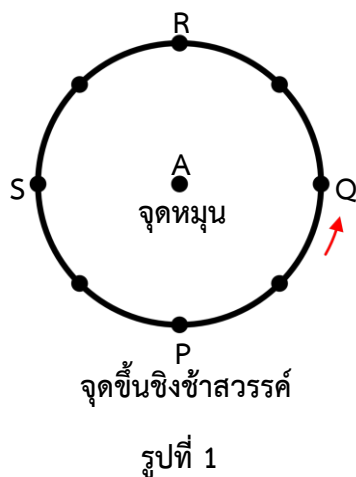
ใบกิจกรรม เรื่อง ชิงช้าสวรรค์ ตามจำนวนผู้เรียน คนละ 1 ชุด

6. การเตรียมตัวล่วงหน้าของผู้สอน

- 1) เตรียมวัสดุ อุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้สำหรับผู้เรียน
- 2) ศึกษาและตรวจสอบสื่อการเรียนรู้
- 3) ศึกษาขั้นตอนการจัดกิจกรรม

7. ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

- 1) ผู้สอนเกริ่นนำเกี่ยวกับวงกลม พร้อมให้ผู้เรียนยกตัวอย่างประกอบเกี่ยวกับสิ่งของที่มีรูปร่างคล้ายวงกลม และมีการเคลื่อนที่แบบวงกลม เช่น ล้อรถ ชิงช้าสวรรค์ เป็นต้น และอธิบายส่วนต่าง ๆ ของวงกลม จากตัวอย่างที่ผู้เรียนยกตัวอย่างมาข้างต้น
- 2) ผู้สอนแสดงรูปชิงช้าสวรรค์ (รูปที่ 1) และวาดรูปจำลองของชิงช้าสวรรค์บนกระดาน (รูปที่ 2) และให้ผู้เรียนบอกสิ่งที่สังเกตเห็น หรือสิ่งที่สงสัย โดยผู้สอนบันทึกคำตอบของผู้เรียนลงบนกระดาน



แนวคำตอบ อาจมีได้หลากหลาย เช่น

สิ่งที่สังเกตเห็น คือ

- ชิงช้าสวรรค์มีลักษณะคล้ายกับวงกลม
- มีกระเช้าที่นั้งอยู่บนเส้นรอบวง
- กระเช้าที่นั้งหมุนรอบจุดที่อยู่ตรงกลางของชิงช้าสวรรค์

- กระเช้าที่นั่งอยู่ห่างเท่า ๆ กัน
- ชิงช้าสวรรค์หมุนทวนหรือตามเข็มนาฬิกา
- ชิงช้าสวรรค์หมุนครบ 1 รอบ แสดงว่าแต่ละกระเช้าที่นั่งจะหมุนรอบจุดศูนย์กลางไป 360 องศา
- การหมุนจากจุด P ไปจุด Q, จากจุด Q ไปจุด R, จากจุด R ไปจุด S และจากจุด S ไปจุด P ใช้มุมที่มีขนาดเท่ากัน คือ 90 องศา และใช้เวลาเท่ากันด้วย

สิ่งที่สงสัย คือ

- ชิงช้าสวรรค์หมุนด้วยอัตราเร็วเท่าใด
- ใช้เวลานานเท่าไร กระเช้าที่นั่งจึงจะกลับมา ณ ตำแหน่งจุดเริ่มต้น
- แต่ละกระเช้าที่นั่ง หมุนด้วยอัตราเร็วเท่ากันหรือไม่

จากนั้น ผู้สอนใช้คำตอบของผู้เรียนมาอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน เช่น

- เราจะทราบได้อย่างไรว่า แต่ละกระเช้าที่นั่ง หมุนด้วยอัตราเร็วเท่ากัน

แนวคำตอบ เนื่องจาก ชิงช้าสวรรค์มีลักษณะคล้ายวงกลม และแต่ละกระเช้าที่นั่ง เปรียบเสมือนจุดที่อยู่บนเส้นรอบวงของวงกลมเดียวกัน จึงทำให้แต่ละกระเช้าที่นั่งหมุนไปพร้อม ๆ กัน จึงทำให้อัตราเร็วเท่ากัน

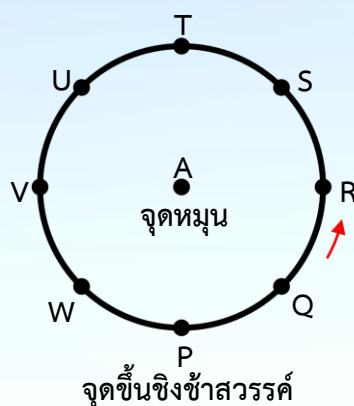
- เราจะทราบได้อย่างไรว่า การหมุนจากจุด P ไปจุด Q, จากจุด Q ไปจุด R, จากจุด R ไปจุด S และจากจุด S ไปจุด P ใช้มุมที่มีขนาดเท่ากัน คือ 90 องศา

แนวคำตอบ เนื่องจาก ชิงช้าสวรรค์หมุนครบ 1 รอบ แต่ละกระเช้าที่นั่งจะหมุนรอบจุดศูนย์กลางไป 360 องศา จากรูปที่ 2 มี 4 จุด คือ จุด P, Q, R และ S ตามลำดับ ซึ่งแต่ละจุดอยู่ห่างกันเป็นระยะทางที่เท่า ๆ กัน ดังนั้น แต่ละจุดหมุนไปอยู่ที่ตำแหน่งถัดไปด้วยมุมรอบจุดศูนย์กลางที่มีขนาด 90 องศา

- เราจะทราบได้อย่างไรว่า การหมุนจากจุด P ไปจุด Q, จากจุด Q ไปจุด R, จากจุด R ไปจุด S และจากจุด S ไปจุด P ใช้เวลาเท่ากัน

แนวคำตอบ เนื่องจาก แต่ละกระเช้าที่นั่งหมุนไปด้วยอัตราเร็วเท่ากัน และการหมุนจากจุด P ไปจุด Q, จากจุด Q ไปจุด R, จากจุด R ไปจุด S และจากจุด S ไปจุด P ใช้มุมที่มีขนาดเท่ากัน ทำให้ใช้เวลาในการหมุนเท่ากัน

- 3) ผู้สอนยกตัวอย่างสถานการณ์การเคลื่อนที่แบบวงกลมของชิงช้าสวรรค์ ดังรูป แล้วใช้คำถาม กระตุ้นให้ผู้เรียนคิด ดังนี้



- ถ้ามีกระเช้าบนชิงช้าสวรรค์ 8 กระเช้า ดังรูป แล้วการที่กระเช้าที่ตำแหน่ง R จะเคลื่อนที่ไปอยู่ที่ตำแหน่ง S นั้น กระเช้าที่ตำแหน่ง R จะหมุนรอบจุด A ในทิศทวนเข็มนาฬิกากี่องศา เพราะเหตุใด
แนวคำตอบ 45 องศา เนื่องจากมุมรอบจุดศูนย์กลางถูกแบ่งออกเป็น 8 มุมที่มีขนาดเท่า ๆ กัน
 แสดงว่า แต่ละมุมจะมีขนาดเป็น $\frac{1}{8}$ ของ 360 องศา หรือเท่ากับ 45 องศา
 - ถ้าการเคลื่อนที่ของชิงช้าสวรรค์ไปในทิศทวนเข็มนาฬิกาดังภาพและชิงช้าสวรรค์หมุนครบหนึ่งรอบ จะใช้เวลา 40 นาที ถ้าเริ่มต้นชิงช้าสวรรค์ที่ตำแหน่ง P แล้วเมื่อเวลาผ่านไป 20 นาที และ 35 นาที ตามลำดับ ผิงจะอยู่ที่ตำแหน่งใด เพราะเหตุใด
แนวคำตอบ เมื่อเวลาผ่านไป 20 นาที ผิงจะอยู่ที่ตำแหน่ง T และ เมื่อเวลาผ่านไป 35 นาที ผิงจะอยู่ที่ตำแหน่ง W เนื่องจาก ชิงช้าสวรรค์หมุนครบหนึ่งรอบใช้เวลา 40 นาทีจากตำแหน่ง P ไปตำแหน่ง Q จะใช้เวลาไป $\frac{40}{8} = 5$ นาที แสดงว่าแต่ละตำแหน่งที่อยู่ติดกันจะใช้เวลาห่างกัน 5 นาที
- 4) ผู้สอนให้ผู้เรียนทำใบกิจกรรม เรื่อง ชิงช้าสวรรค์ คำถามข้อที่ 1 – 2 จากนั้นสุ่มผู้เรียนมาอภิปรายคำตอบ พร้อมทั้งเสนอวิธีที่ใช้ในการหาคำตอบ โดยผู้สอนถามกระตุ้นให้ผู้เรียนใช้คณิตศาสตร์ในการให้เหตุผลประกอบคำตอบหรือวิธีการแก้ปัญหา เช่น
- เราจะทราบได้อย่างไร ว่าระยะห่างระหว่างจากจุด M และจุด P คือ 70 เมตร
แนวคำตอบ จุด M คือจุดศูนย์กลางของวงกลม แสดงว่า ส่วนของเส้นตรง MP คือ รัศมีของวงกลมนี้ และมีความยาวเป็นครึ่งหนึ่งของเส้นผ่านศูนย์กลาง RP นั่นคือ $\frac{1}{2} \times 140 = 70$ เมตร
 - เมื่อกระเช้าของชิงช้าสวรรค์เคลื่อนจากจุด P ไปยังจุด Q ขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางที่เกิดจากการเคลื่อนที่นี้เป็นเท่าใด เพราะเหตุใด
แนวคำตอบ 90 องศา เนื่องจาก มุมรอบจุดศูนย์กลางของวงกลมถูกแบ่งออกเป็นสี่ส่วนเท่า ๆ กัน หรือความยาวของส่วนโค้งเป็นหนึ่งสี่ของเส้นรอบวง จึงแบ่งมุมรอบจุดศูนย์กลางออกเป็นหนึ่งสี่
- 5) ผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันสรุปผลจากการปฏิบัติกิจกรรม โดยมีแนวทางการสรุปดังนี้
 ผู้เรียนได้ใช้ความรู้เกี่ยวกับวงกลมในการแก้ปัญหาที่กำหนด และได้ฝึกทักษะการให้เหตุผลและ

การคิด/แปลงสถานการณ์ปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา

8. ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมสำหรับผู้สอน

- 1) หากเวลาการจัดกิจกรรมไม่เพียงพอ ผู้สอนสามารถจัดกิจกรรมตามขั้นตอนที่เหลือให้ผู้เรียนในคาบเรียนถัดไป
- 2) หากจัดกิจกรรมเสร็จแล้ว และพอมีเวลาเหลือ ผู้สอนสามารถเลือกแนวทางการจัดกิจกรรมอื่นที่อยู่ในภาคผนวก ก มาจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนตามความเหมาะสม

9. แหล่งการเรียนรู้เพิ่มเติม

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เล่ม 2 (สสวท.)

10. การวัดและประเมินผล

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
1) ใช้ความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์ของรัศมีและเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม ความยาวของส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม รวมทั้งอัตราส่วนในการแก้ปัญหาและให้เหตุผล	• พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม	• ใบกิจกรรม เรื่อง ซิงข้าวสวรรค์ คำถามข้อที่ 1	• อธิบายแนวคิดในการหาคำตอบของคำถามข้อที่ 1 ได้ อย่างสมเหตุสมผล และเพียงพอที่จะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง
2) ระบุความสัมพันธ์เกี่ยวกับมุมรอบจุดศูนย์กลางของวงกลม และจุดที่อยู่บนเส้นรอบวงของวงกลมที่อยู่ในปัญหาหรือสถานการณ์ ซิงข้าวสวรรค์	• พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม	• ใบกิจกรรม เรื่อง ซิงข้าวสวรรค์ คำถามข้อที่ 2	• อธิบายแนวคิดในการหาคำตอบของคำถามข้อที่ 2 ได้ อย่างสมเหตุสมผล และเพียงพอที่จะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
3) อธิบายหรือให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนหรือโต้แย้ง รวมถึงอธิบายกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์เชิงสร้างสรรค์	- สังเกตพฤติกรรม - การให้เหตุผลจาก - การตอบคำถามหรืออภิปรายในชั้นเรียน	แบบประเมินพฤติกรรมการให้เหตุผล	ได้ระดับพอใช้ขึ้นไปเมื่อพิจารณาในภาพรวมของทั้งภาคการศึกษา (ดูภาคผนวก ข)

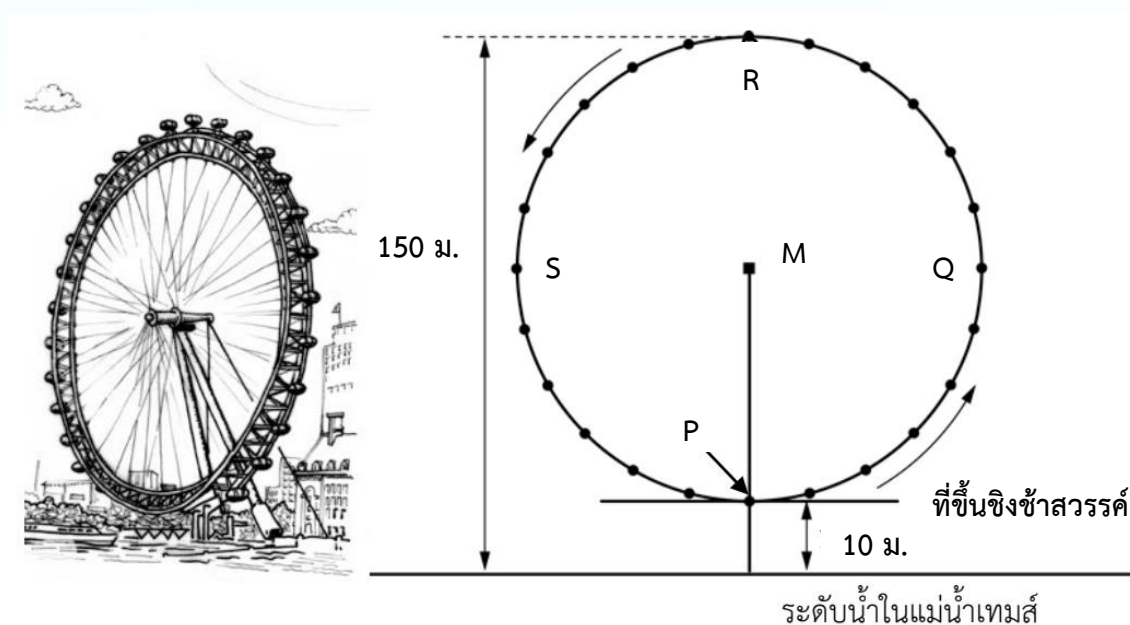
หมายเหตุ เกณฑ์ที่กำหนดไว้ข้างต้น ถือเป็นเกณฑ์ในระดับที่คาดหวัง ในกรณีที่ผู้เรียนทำได้น้อยกว่าเกณฑ์ที่กำหนด ผู้สอนต้องพิจารณาเสริมกระบวนการในด้านนั้นเพิ่มเติม

ชื่อ ห้อง เลขที่

ใบกิจกรรม เรื่อง ชิงช้าสวรรค์

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนอ่านสถานการณ์และตอบคำถามต่อไปนี้

ชิงช้าสวรรค์ขนาดใหญ่แห่งหนึ่งตั้งอยู่ริมฝั่งแม่น้ำ ดูภาพและแผนภาพข้างล่าง



ชิงช้าสวรรค์มีเส้นผ่านศูนย์กลางภายนอก 140 เมตร และจุดสูงที่สุดอยู่สูงจากระดับน้ำในแม่น้ำ 150 เมตร โดยการหมุนมีทิศทางเป็นไปตามที่แสดงด้วยลูกศร

- ตัวอักษร M ในแผนภาพ แสดงจุดศูนย์กลางของวงล้อ แล้วจุด M อยู่สูงจากระดับน้ำในแม่น้ำกี่เมตร จงแสดงวิธีทำ

.....

.....

.....

- ชิงช้าสวรรค์หมุนด้วยอัตราเร็วคงที่ วงล้อหมุนครบหนึ่งรอบใช้เวลา 40 นาที พอตี 12 โมงเริ่มขึ้นชิงช้าสวรรค์ ณ จุดที่ขึ้นชิงช้า (P) เมื่อเวลาผ่านไปครึ่งชั่วโมง เมฆจะอยู่ที่ตำแหน่งใด จงแสดงวิธีทำ

.....

.....

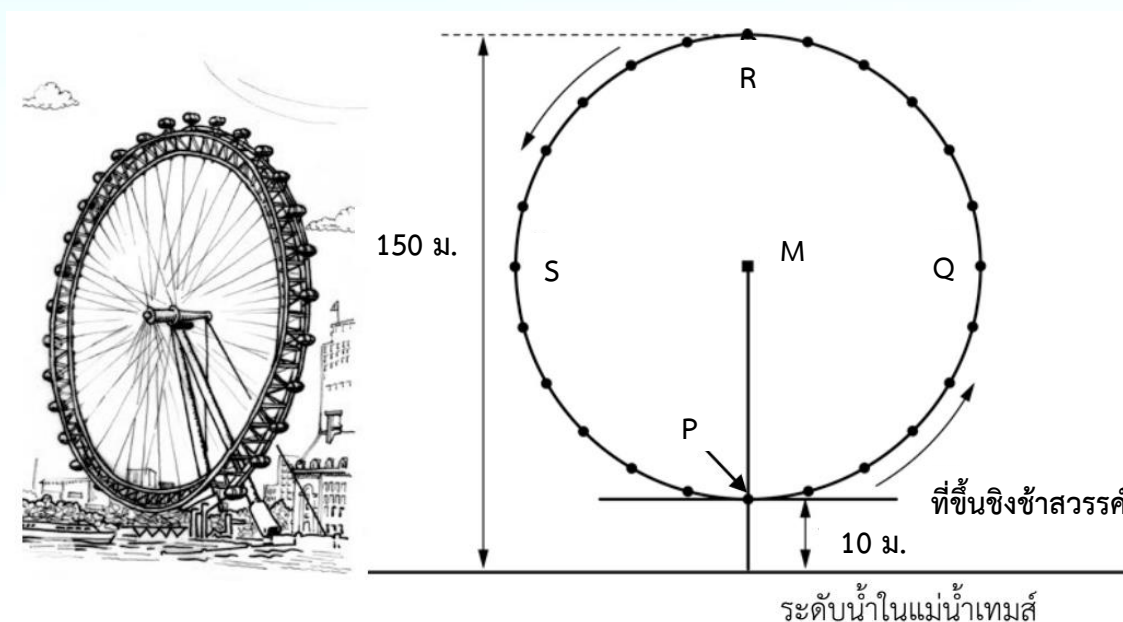
.....

แนวคำตอบ

ใบกิจกรรม เรื่อง ชิงช้าสวรรค์

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนอ่านสถานการณ์และตอบคำถามต่อไปนี้

ชิงช้าสวรรค์ขนาดใหญ่แห่งหนึ่งตั้งอยู่ริมฝั่งแม่น้ำ ดูภาพและแผนภาพข้างล่าง



ชิงช้าสวรรค์มีเส้นผ่านศูนย์กลางภายนอก 140 เมตร และจุดสูงที่สุดอยู่สูงจากระดับน้ำในแม่น้ำ 150 เมตร โดยการหมุนมีทิศทางเป็นไปตามที่แสดงด้วยลูกศร

- ตัวอักษร M ในแผนภาพ แสดงจุดศูนย์กลางของวงล้อ แล้วจุด M อยู่สูงจากระดับน้ำในแม่น้ำกี่เมตร จงแสดงวิธีทำ

.....ดูแนวคำตอบได้จากแนวคิดต่อไปนี้.....

(กระบวนการ: การใช้โน้ตค้น ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา)

แนวคิด

จากรูป ระยะทางทั้งหมด เป็น 150 เมตร และชิงช้าสวรรค์อยู่สูงจากระดับน้ำ 10 เมตร

แสดงว่า เส้นผ่านศูนย์กลางของวงล้อนี้นยาว $150 - 10 = 140$ เมตร และจุด M เป็นจุดศูนย์กลางของวงล้อ

แสดงว่า จุด M อยู่สูงจากระดับน้ำในแม่น้ำ $\left(\frac{1}{2} \times 140\right) + 10 = 80$ เมตร

2. ชิงช้าสวรรค์หมุนด้วยอัตราเร็วคงที่ วงล้อหมุนครบหนึ่งรอบใช้เวลา 40 นาที พอตี เหมเริ่มขึ้นชิงช้าสวรรค์ ณ จุดที่ขึ้นชิงช้า (P) เมื่อเวลาผ่านไปครึ่งชั่วโมง เหมจะอยู่ที่ตำแหน่งใด จงแสดงวิธีทำ

.....ดูแนวคำตอบได้จากแนวคิดต่อไปนี้.....

(กระบวนการ: การคิด/แปลงสถานการณ์ปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์)

แนวคิด

เนื่องจาก ในวงล้อมีตำแหน่งที่นิ่ง 4 ตำแหน่งคือ P, Q, R และ S แต่ละจุดที่อยู่ติดกัน

อยู่ห่างกันเป็นระยะทางที่เท่ากัน ถ้าวงล้อหมุนครบหนึ่งรอบใช้เวลา 40 นาที แสดงว่า แต่ละจุดที่อยู่ติดกัน

ใช้เวลา $\frac{1}{4} \times 40 = 10$ นาที

ดังนั้น เมื่อเวลาผ่านไปครึ่งชั่วโมง หรือ 30 นาที คิดเป็น $\frac{3}{4}$ ของระยะทางในวงล้อทั้งหมด

แสดงว่าเหมจะหมุนจากจุด P ไปยังจุด S

กิจกรรมที่ 23

รายวิชา การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างฉลาดรู้

ระดับ มัธยมศึกษาตอนต้น

เรื่อง รถยนต์คันไหน?

เวลาเรียน 1 คาบ

1. ความเชื่อมโยงกับตัวชี้วัดในหลักสูตรแกนกลาง

ค 1.1 ม.1/3 และ ค 3.1 ป.4/1

2. จุดประสงค์การเรียนรู้ ผู้เรียนสามารถ

- 1) อ่านและแปลความหมายข้อมูลที่น่าเสนอด้วยตารางสองทางเกี่ยวกับการสำรวจความพึงพอใจและการเลือกซื้อรถยนต์
- 2) ใช้ข้อมูลในการคำนวณเพื่อแก้ปัญหาเกี่ยวกับการสำรวจความพึงพอใจและการเลือกซื้อรถยนต์
- 3) อธิบายหรือให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนหรือโต้แย้ง รวมถึงอธิบายกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการสำรวจความพึงพอใจและการเลือกซื้อรถยนต์ในสถานการณ์รถยนต์คันไหน?

3. กระบวนการ (PISA 2022)

- ☒ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- ☐ การคิด/แปลงสถานการณ์ปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์
- ☒ การใช้โมเดล ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา
- ☒ การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์

4. ความรู้ที่เกี่ยวข้อง

- 1) ร้อยละหรือเปอร์เซ็นต์ เป็นอัตราส่วนแสดงการเปรียบเทียบปริมาณใดปริมาณหนึ่งต่อ 100
- 2) ตารางสองทาง เป็นการนำเสนอข้อมูลรูปแบบหนึ่ง ที่มีการจำแนกข้อมูลเป็น 2 ลักษณะ การอ่านข้อมูลในตารางทำได้โดยพิจารณาข้อมูลในแนวนิ่งและแนวนอนที่สัมพันธ์กัน จากนั้นนำข้อมูลแต่ละรายการมาเปรียบเทียบหรือเชื่อมโยงกัน

5. วัสดุ อุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้

- 1) ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง ความพึงพอใจ ตามจำนวนผู้เรียน คนละ 1 ชุด
- 2) ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง รถยนต์คันไหน? ตามจำนวนผู้เรียน คนละ 1 ชุด

6. การเตรียมตัวล่วงหน้าของผู้สอน

- 1) เตรียมวัสดุ อุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้สำหรับผู้เรียน
- 2) ศึกษาและตรวจสอบสื่อการเรียนรู้
- 3) ศึกษาขั้นตอนการจัดกิจกรรม

7. ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

- 1) ผู้สอนนำเสนอเกี่ยวกับการนำเสนอข้อมูล โดยใช้คำถาม เช่น
 - นักเรียนคิดว่าเราจะสามารถนำเสนอข้อมูลให้ผู้อื่นเข้าใจในรูปแบบใดได้บ้าง

แนวคำตอบ มีคำตอบหลากหลาย เช่น แผนภูมิแท่ง แผนภูมิรูปภาพ แผนภูมิรูปร่างกลม ฯลฯ
- 2) ผู้สอนแนะนำผู้เรียนว่า การนำเสนอข้อมูลในรูปตาราง แบ่งเป็น 3 ชนิด คือ
 - ตารางแบบทางเดียว (one-way table) หมายถึง ตารางที่มีการจำแนกข้อมูลเพียงลักษณะเดียวเท่านั้น
 - ตารางแบบสองทาง (two-way table) หมายถึง ตารางที่มีการจำแนกข้อมูลสองลักษณะ
 - ตารางแบบหลายทาง (multi-way table) หมายถึง ตารางที่มีการจำแนกข้อมูลตั้งแต่สามลักษณะขึ้นไป

ผู้สอนให้ผู้เรียนดูตัวอย่างของตารางทางเดียว ดังตาราง

ตารางแสดงจำนวนนักเรียนที่ชื่นชอบเครื่องดื่มแต่ละประเภท

เครื่องดื่ม	จำนวน (คน)
น้ำอัดลม	70
น้ำผลไม้	30
นม	35
ชาไข่มุก	25
น้ำเปล่า	40
รวม	200

หมายเหตุ นักเรียนแต่ละคนสามารถเลือกได้เพียง 1 ตัวเลือก

จากนั้นผู้สอนฝึกให้ผู้เรียนอ่านข้อมูลจากตาราง โดยใช้คำถาม ดังนี้

- นักเรียนที่ชื่นชอบน้ำเปล่าคิดเป็นกี่เปอร์เซ็นต์ของนักเรียนทั้งหมด
- แนวคำตอบ** 20%
- ร้อยละของจำนวนนักเรียนที่ชื่นชอบน้ำผลไม้มากกว่าร้อยละของจำนวนนักเรียนที่ชื่นชอบชาไข่มุกอยู่เท่าใด
- แนวคำตอบ** 2.5%

3) ผู้สอนให้ผู้เรียนดูตัวอย่างของตารางสองทาง ดังตาราง

ตารางแสดงจำนวนประชากรทั่วราชอาณาจักร ปี 2565

พื้นที่	จำนวนประชากร						
	สัญชาติไทย			ไม่ได้สัญชาติไทย			รวมทั้งสิ้น
	ชาย	หญิง	รวม	ชาย	หญิง	รวม	
ทั่วประเทศ	31,755,032	33,351,449	65,106,481	515,583	468,411	983,994	66,090,475
กรุงเทพมหานคร	2,516,900	2,878,010	5,394,910	55,074	44,948	100,022	5,494,932
ปริมณฑล	2,499,310	2,786,757	5,286,067	43,871	39,047	82,918	5,368,985
ภาคกลาง	5,752,070	6,030,362	11,782,432	102,218	85,603	187,821	11,970,253
ภาคเหนือ	5,599,268	5,881,276	11,480,544	250,312	247,040	497,352	11,977,896
ภาคตะวันออกเฉียงเหนือ	10,753,655	10,975,766	21,729,421	29,257	22,740	51,997	21,781,418
ภาคใต้	4,633,829	4,799,278	9,433,107	34,851	29,033	63,884	9,496,991

ข้อมูล ณ เดือน มกราคม 2566

แหล่งที่มาด้านข้อมูลจำนวนประชากร : สำนักงานกลางทะเบียนราษฎร กรมการปกครอง

จัดทำโดย: กองยุทธศาสตร์และสารสนเทศที่อยู่อาศัย ฝ่ายวิชาการและพัฒนานวัตกรรมเพื่อที่อยู่อาศัย

การเคหะแห่งชาติ

(ที่มา : <https://housingkc.nha.co.th/files/article/attachments/aed52b2717f2d051d449844fc4f1ddc6.pdf>)

จากนั้นผู้สอนฝึกให้ผู้เรียนอ่านข้อมูลจากตาราง โดยใช้คำถาม ดังนี้

- ในพื้นที่ภาคเหนือ ประชากรหญิงที่ไม่ได้สัญชาติไทยมีจำนวนน้อยกว่าประชากรชายที่ไม่ได้สัญชาติไทยอยู่เท่าใด

แนวคำตอบ $250,312 - 247,040 = 3,272$ คน

- ภาคใดมีจำนวนประชากรที่มีสัญชาติไทยมากที่สุด และมีจำนวนเท่าใด

แนวคำตอบ ภาคตะวันออกเฉียงเหนือ มีประชากรสัญชาติไทยจำนวน 21,729,421 คน

- พื้นที่ใดบ้างที่มีจำนวนประชากรมากกว่าสิบล้านคน

แนวคำตอบ ภาคกลาง ภาคเหนือ และภาคตะวันออกเฉียงเหนือ

- ภาคใดมีจำนวนประชากรที่มีสัญชาติไทยแตกต่างจากจำนวนประชากรที่ไม่ได้สัญชาติไทยมากที่สุด และแตกต่างกันเท่าใด

แนวคำตอบ ภาคตะวันออกเฉียงเหนือ แตกต่างกันอยู่ 21,677,424 คน

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม: ในกรณีที่มีความพร้อม ผู้สอนอาจให้ผู้เรียนใช้ซอฟต์แวร์ตารางทำงานในการหาคำตอบ

- 4) ผู้สอนให้ผู้เรียนทำใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง ความพึงพอใจ โดยอาจให้ผู้เรียนร่วมกันคิดเป็นกลุ่มหรือทำไปพร้อมกันทั้งชั้นเรียน เมื่อผู้เรียนตอบคำถามแล้ว ผู้สอนสุ่มเลือกผู้เรียนออกมาเฉลยคำตอบ ผู้สอนควรกระตุ้นให้ผู้เรียนที่เหลือตรวจสอบคำตอบของตนเองและเปิดโอกาสให้ผู้เรียนให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนคำตอบของเพื่อนหรือโต้แย้งในกรณีที่ได้อำตอบไม่ตรงกัน

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม: หากผู้สอนต้องการเชื่อมโยงไปสู่การนำเสนอข้อมูลในรูปแบบอื่น ๆ อาจใช้คำถามเพื่อให้ผู้เรียนร่วมกันอภิปราย เช่น

สามารถใช้แผนภูมิรูปวงกลมนำเสนอข้อมูลผลการสำรวจความพึงพอใจนี้ได้หรือไม่ อย่างไร

แนวคำตอบ สามารถทำได้ โดยนำเสนอเป็นแผนภูมิรูปวงกลม 3 รูป แต่ละรูปแสดงข้อมูลจากแต่ละแผนก

หากต้องการนำเสนอข้อมูลในรูปแบบอื่น สามารถทำได้หรือไม่ จงยกตัวอย่าง

แนวคำตอบ สามารถทำได้ เช่น แผนภูมิแท่งเปรียบเทียบ แผนภูมิแท่งส่วนประกอบ

- 5) ผู้สอนให้ผู้เรียนทำใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง รถยนต์คันไหน? เพื่อฝึกการอ่านและแปลความหมายข้อมูลที่นำเสนอด้วยตาราง รวมถึงการใช้ข้อมูลต่าง ๆ ที่กำหนดให้ในการแก้ปัญหา เมื่อผู้เรียนตอบคำถามเรียบร้อยแล้ว ผู้สอนอาจสุ่มผู้เรียนให้บอกคำตอบที่ได้ ทั้งนี้ ผู้สอนควรกระตุ้นให้ผู้เรียนที่เหลือตรวจสอบคำตอบของตนเองและเปิดโอกาสให้ผู้เรียนให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนคำตอบของเพื่อนหรือโต้แย้งในกรณีที่ได้อำตอบไม่ตรงกัน
- 6) ผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันสรุปผลจากการปฏิบัติกิจกรรม โดยมีแนวทางการสรุปดังนี้
ผู้เรียนได้ใช้ความรู้เกี่ยวกับร้อยละและการอ่านข้อมูลที่นำเสนอในรูปแบบตารางในการแก้ปัญหาที่กำหนด และได้ฝึกทักษะการให้เหตุผลและการแก้ปัญหา

8. ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมสำหรับผู้สอน

- 1) หากเวลาในการจัดกิจกรรมไม่เพียงพอ ผู้สอนสามารถจัดกิจกรรมตามขั้นตอนที่เหลือให้ผู้เรียนในคาบเรียนถัดไป
- 2) หากจัดกิจกรรมเสร็จแล้ว และพอมีเวลาเหลือ ผู้สอนสามารถเลือกแนวทางการจัดกิจกรรมอื่นที่อยู่ในภาคผนวก ก มาจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนตามความเหมาะสม

9. แหล่งการเรียนรู้เพิ่มเติม

- 1) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 เล่ม 2 (สสวท.)
- 2) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เล่ม 2 (สสวท.)

10. การวัดและประเมินผล

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
1) อ่านและแปลความหมาย ข้อมูลที่น่าเสนอด้วยตาราง สองทางเกี่ยวกับการสำรวจ ความพึงพอใจและการเลือก ซื้อรถยนต์	• พิจารณาการตอบ คำถามในใบกิจกรรม	• ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง ความพึงพอใจ คำถามข้อที่ 1 – 2 • ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง รถยนต์คันไหน? คำถามข้อที่ 1 – 2	• ตอบคำถามข้อที่ 1 – 2 ได้ถูกต้อง • ตอบคำถามข้อที่ 1 – 2 ได้ถูกต้อง
2) ใช้ข้อมูลในการคำนวณเพื่อ แก้ปัญหาเกี่ยวกับการสำรวจ ความพึงพอใจและการเลือก ซื้อรถยนต์	• พิจารณาการตอบ คำถามในใบกิจกรรม	• ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง ความพึงพอใจ คำถามข้อที่ 3 • ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง รถยนต์คันไหน? คำถามข้อที่ 3	• ตอบคำถามข้อที่ 3 ได้ถูกต้อง • อธิบายแนวคิดใน การหาคำตอบของ คำถามข้อที่ 3 ได้ อย่างสมเหตุสมผล และเพียงพอที่จะ นำไปสู่คำตอบที่ ถูกต้อง
3) อธิบายหรือให้เหตุผลเพื่อ สนับสนุนหรือโต้แย้ง รวมถึง อธิบายกระบวนการที่ใช้ ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับ การสำรวจความพึงพอใจและ การเลือกซื้อรถยนต์ใน สถานการณ์รถยนต์คันไหน?	• สังเกตพฤติกรรม การให้เหตุผลจาก การตอบคำถามหรือ อภิปรายในชั้นเรียน	• แบบประเมิน พฤติกรรมการให้ เหตุผล	• ได้ระดับพอใช้ขึ้นไป เมื่อพิจารณา ในภาพรวมของ ทั้งภาคการศึกษา (ดูภาคผนวก ข)

หมายเหตุ เกณฑ์ที่กำหนดไว้ข้างต้น ถือเป็นเกณฑ์ในระดับที่คาดหวัง ในกรณีที่ผู้เรียนทำได้น้อยกว่าเกณฑ์ที่กำหนด
ผู้สอนต้องพิจารณาเสริมกระบวนการในด้านนั้นเพิ่มเติม

ชื่อ ห้อง เลขที่

ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง ความพึงพอใจ

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนอ่านสถานการณ์แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

ห้างสรรพสินค้าแห่งหนึ่งทำการสำรวจความพึงพอใจของผู้มาใช้บริการในแผนกต่าง ๆ

โดยเก็บรวบรวมข้อมูลจากลูกค้าจำนวน 350 คน ได้ผลการสำรวจ ดังตาราง

ระดับความพึงพอใจ	แผนก			รวม
	เสื้อผ้า	เครื่องสำอาง	เครื่องใช้ไฟฟ้า	
พึงพอใจมากที่สุด	45	50	25	120
พึงพอใจมาก	33	24	44	101
พึงพอใจปานกลาง	12	35	34	81
พึงพอใจน้อย	18	15	7	40
พึงพอใจน้อยที่สุด	2	2	4	8
รวม	110	126	114	350

1. ผู้มาใช้บริการที่มีความพึงพอใจในระดับ “พึงพอใจมากที่สุด” ในแผนกใดมีจำนวนมากที่สุด

ตอบ แผนก

2. ผู้มาใช้บริการแผนกเครื่องใช้ไฟฟ้า มีความพึงพอใจในระดับใดเป็นจำนวนมากที่สุด

ตอบ ระดับ

3. ผู้มาใช้บริการแผนกเครื่องสำอางที่มีความพึงพอใจปานกลางมีจำนวนกี่เปอร์เซ็นต์ของจำนวนกลุ่มตัวอย่างทั้งหมด

ตอบ%

ชื่อ ห้อง เลขที่

ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง รถยนต์คันไหน

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนอ่านสถานการณ์แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

จันทร์วาดเพิ่งได้รับใบอนุญาตขับขี่ยรถยนต์ และเธอต้องการซื้อรถยนต์คันแรก ตารางข้างล่างนี้ แสดงรายละเอียดของรถยนต์ 4 คัน ที่เธอได้จากตัวแทนจำหน่ายรถยนต์ในพื้นที่



รุ่น	แอลฟา	โบลต้า	คาสเทล	เดลซี
ปี	2003	2002	2001	1999
ราคาที่ใช้โฆษณา (เซต)	4,800	4,450	4,250	3,990
ระยะทางที่วิ่งมาแล้ว (กิโลเมตร)	105,000	115,000	128,000	109,000
ความจุกระบอกสูบเครื่องยนต์ (ลิตร)	1.79	1.796	1.82	1.783

1. จันทร์วาดต้องการรถยนต์ที่เป็นไปตามเงื่อนไขเหล่านี้ทุกข้อ

- ระยะทางที่วิ่งมาแล้วไม่เกิน 120,000 กิโลเมตร
- เป็นรถยนต์ที่ผลิตใน ค.ศ. 2000 หรือปีถัดมา
- ราคาที่ใช้โฆษณาไม่เกิน 4,500 เซต

รถยนต์คันใดที่เป็นไปตามเงื่อนไขของจันทร์วาด

ตอบ

2. รถยนต์คันใดมีความจุกระบอกสูบเครื่องยนต์น้อยที่สุด

ตอบ

3. จันทร์วาดจะต้องจ่ายเงินเพิ่มอีก 2.5% ของราคาที่ใช้โฆษณาเป็นค่าภาษี

สำหรับรถแอลฟา ค่าภาษีที่เสียเพิ่มเป็นกี่เซต จงแสดงวิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แนวคำตอบ

ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง ความพึงพอใจ

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนอ่านสถานการณ์แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

ห้างสรรพสินค้าแห่งหนึ่งทำการสำรวจความพึงพอใจของผู้มาใช้บริการในแผนกต่าง ๆ

โดยเก็บรวบรวมข้อมูลจากลูกค้าจำนวน 350 คน ได้ผลการสำรวจ ดังตาราง

ระดับความพึงพอใจ	แผนก			รวม
	เสื้อผ้า	เครื่องสำอาง	เครื่องใช้ไฟฟ้า	
พึงพอใจมากที่สุด	45	50	25	120
พึงพอใจมาก	33	24	44	101
พึงพอใจปานกลาง	12	35	34	81
พึงพอใจน้อย	18	15	7	40
พึงพอใจน้อยที่สุด	2	2	4	8
รวม	110	126	114	350

1. ผู้มาใช้บริการที่มีความพึงพอใจในระดับ “พึงพอใจมากที่สุด” ในแผนกใดมีจำนวนมากที่สุด

ตอบ แผนก **เครื่องสำอาง**

(กระบวนการ: การใช้โน้ตค้น ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา)

แนวคิด

จากตาราง ผู้มาใช้บริการที่มีความพึงพอใจในระดับ “พึงพอใจมากที่สุด” ในแผนกเสื้อผ้า แผนกเครื่องสำอาง และแผนกเครื่องใช้ไฟฟ้า มีจำนวน 45, 50 และ 25 คน ตามลำดับ

ดังนั้น ผู้มาใช้บริการที่มีความพึงพอใจในระดับ “พึงพอใจมากที่สุด” ในแผนกเครื่องสำอาง มีจำนวนมากที่สุด

2. ผู้มาใช้บริการแผนกเครื่องใช้ไฟฟ้า มีความพึงพอใจในระดับใดเป็นจำนวนมากที่สุด

ตอบ ระดับ **“พึงพอใจมาก”**

(กระบวนการ: การใช้โน้ตค้น ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา)

แนวคิด

จากตาราง ผู้มาใช้บริการแผนกเครื่องใช้ไฟฟ้ามีความพึงพอใจในระดับ “พึงพอใจมากที่สุด” “พึงพอใจมาก” “พึงพอใจปานกลาง” “พึงพอใจน้อย” และ “พึงพอใจน้อยที่สุด” จำนวน 25, 44, 34, 7 และ 4 คน ตามลำดับ

ดังนั้น ผู้มาใช้บริการแผนกเครื่องใช้ไฟฟ้า มีความพึงพอใจในระดับ “พึงพอใจมาก” เป็นจำนวนมากที่สุด

3. ผู้มาใช้บริการแผนกเครื่องสำอางที่มีความพึงพอใจปานกลางมีจำนวนกี่เปอร์เซ็นต์ของจำนวนกลุ่มตัวอย่างทั้งหมด

ตอบ10.....%

(กระบวนการ: การใช้โน้ตส์ ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา)

แนวคิด

จากตาราง ผู้มาใช้บริการแผนกเครื่องสำอางที่มีความพึงพอใจปานกลางมีจำนวน 35 คน

จากจำนวนกลุ่มตัวอย่างทั้งหมด 350 คน

ดังนั้น ผู้มาใช้บริการแผนกเครื่องสำอางที่มีความพึงพอใจปานกลางมีจำนวน $\frac{35}{350} \times 100 = 10\%$
ของจำนวนกลุ่มตัวอย่างทั้งหมด

แนวคำตอบ

ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง รถยนต์คันไหน

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนอ่านสถานการณ์แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

จันทร์วาดเพิ่งได้รับใบอนุญาตขับขี่รถยนต์ และเธอต้องการซื้อรถยนต์คันแรก ตารางข้างล่างนี้ แสดงรายละเอียดของรถยนต์ 4 คัน ที่เธอได้จากตัวแทนจำหน่ายรถยนต์ในพื้นที่



รุ่น	แอลฟา	โบลต้า	คาสเทล	เดลชี
ปี	2003	2002	2001	1999
ราคาที่โฆษณา (เซต)	4,800	4,450	4,250	3,990
ระยะทางที่วิ่งมาแล้ว (กิโลเมตร)	105,000	115,000	128,000	109,000
ความจุกระบอกสูบเครื่องยนต์ (ลิตร)	1.79	1.796	1.82	1.783

1. จันทร์วาดต้องการรถยนต์ที่เป็นไปตามเงื่อนไขเหล่านี้ทุกข้อ

- ระยะทางที่วิ่งมาแล้วไม่เกิน 120,000 กิโลเมตร
- เป็นรถยนต์ที่ผลิตใน ค.ศ. 2000 หรือปีถัดมา
- ราคาที่โฆษณาไม่เกิน 4,500 เซต

รถยนต์คันใดที่เป็นไปตามเงื่อนไขของจันทร์วาด

ตอบโบลต้า.....

(กระบวนการ: การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์)

แนวคิด

พิจารณารถยนต์ที่เป็นไปตามเงื่อนไขของจันทร์วาดได้ดังนี้

- ระยะทางที่วิ่งมาแล้วไม่เกิน 120,000 กิโลเมตร ได้แก่ แอลฟา โบลต้า และเดลชี
- เป็นรถยนต์ที่ผลิตใน ค.ศ. 2000 หรือปีถัดมา ได้แก่ แอลฟา โบลต้า และคาสเทล
- ราคาที่โฆษณาไม่เกิน 4,500 เซต ได้แก่ โบลต้า คาสเทล และเดลชี

ดังนั้น รถยนต์ที่เป็นไปตามเงื่อนไขของจันทร์วาดทุกข้อ คือ โบลต้า

2. รถยนต์คันใดมีความจุกระบอกสูบเครื่องยนต์น้อยที่สุด

ตอบ **เดลซี**

(กระบวนการ: การใช้โน้ตสโน้ ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา)

แนวคิด

จากตาราง รถยนต์รุ่นแอลฟา โบลด้า คาสเทล และเดลซี มีความจุกระบอกสูบเครื่องยนต์ 1.79, 1.796, 1.82 และ 1.783 ลิตร ตามลำดับ

ดังนั้น รถยนต์เดลซีมีความจุกระบอกสูบเครื่องยนต์น้อยที่สุด

3. จันทรวาดจะต้องจ่ายเงินเพิ่มอีก 2.5% ของราคาที่เขาโฆษณาเป็นค่าภาษี
สำหรับรถแอลฟา ค่าภาษีที่เสียเพิ่มเป็นกี่เซต จงแสดงวิธีทำ

..... **ดูแนวคำตอบได้จากแนวคิดต่อไปนี้**

(กระบวนการ: การใช้โน้ตสโน้ ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา)

แนวคิด

จากตาราง รถแอลฟามีราคาที่เขาโฆษณาเป็น 4,800 เซต

ต้องเสียภาษี 2.5% ของ 4,800 เซต

ดังนั้น ค่าภาษีที่เสียเพิ่มเท่ากับ $\frac{2.5}{100} \times 4,800 = 120$ เซต

กิจกรรมที่ 24

รายวิชา การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างฉลาดรู้

ระดับ มัธยมศึกษาตอนต้น

เรื่อง อันดับซีดีเพลงขายดี

เวลาเรียน 1 คาบ

1. ความเชื่อมโยงกับตัวชี้วัดในหลักสูตรแกนกลาง

ค 3.1 ม.1/1

2. จุดประสงค์การเรียนรู้ ผู้เรียนสามารถ

- 1) อ่านและเปรียบเทียบข้อมูลจากแผนภูมิแท่งเกี่ยวกับยอดขายแผ่นซีดี
- 2) แปลความหมายข้อมูลยอดขายแผ่นซีดีที่นำเสนอด้วยแผนภูมิแท่งเพื่อประกอบการตัดสินใจได้อย่างสมเหตุสมผล
- 3) อธิบายหรือให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนหรือโต้แย้ง รวมถึงอธิบายกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับยอดขายแผ่นซีดีในสถานการณ์อันดับซีดีเพลงขายดี

3. กระบวนการ (PISA 2022)

- ☒ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- ☐ การคิด/แปลงสถานการณ์ปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์
- ☒ การใช้โมเดล ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา
- ☒ การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์

4. ความรู้ที่เกี่ยวข้อง

การนำเสนอข้อมูลที่แสดงด้วยแท่งสี่เหลี่ยมมุมฉากโดยความสูงหรือความยาวของแท่งแทนจำนวนหรือปริมาณของข้อมูล เรียกว่า แผนภูมิแท่ง

5. วัสดุ อุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้

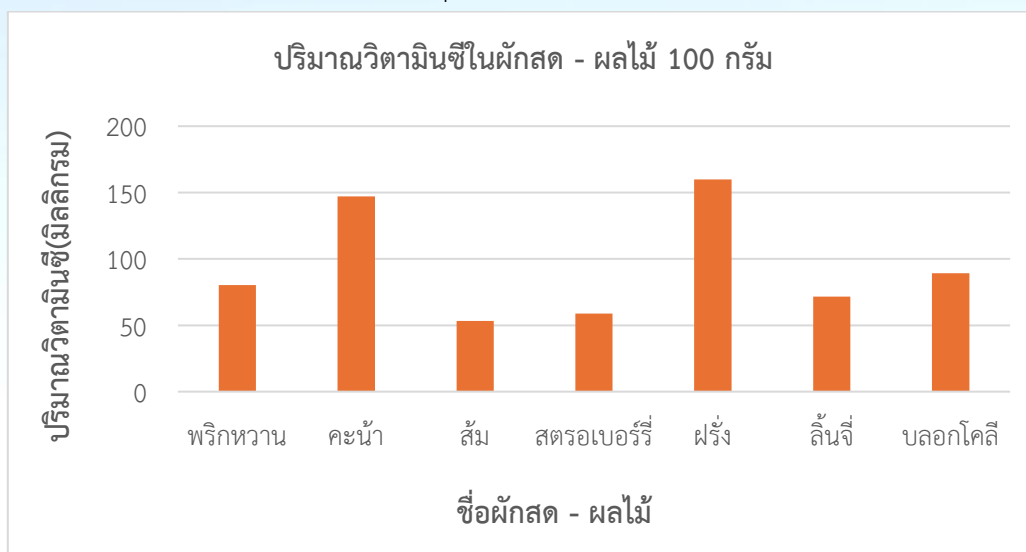
- 1) ภาพตัวอย่างแผนภูมิแท่ง
- 2) ใบกิจกรรม เรื่อง อันดับซีดีเพลงขายดี ตามจำนวนผู้เรียน คนละ 1 ชุด

6. การเตรียมตัวล่วงหน้าของผู้สอน

- 1) เตรียมวัสดุ อุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้สำหรับผู้เรียนศึกษาและตรวจสอบสื่อการเรียนรู้
- 2) ศึกษาขั้นตอนการจัดกิจกรรม

7. ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

- 1) ผู้สอนให้ผู้เรียนร่วมกันสนทนาแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับการนำเสนอข้อมูลด้วยแผนภูมิแท่ง โดยพิจารณาตัวอย่างและใช้คำถามกระตุ้นความคิด ดังนี้



ที่มา : ข้อมูลจากกรมอนามัย (<https://multimedia.anamai.moph.go.th/help-knowledgs/benefits-of-fruits-and-vegetables/>)

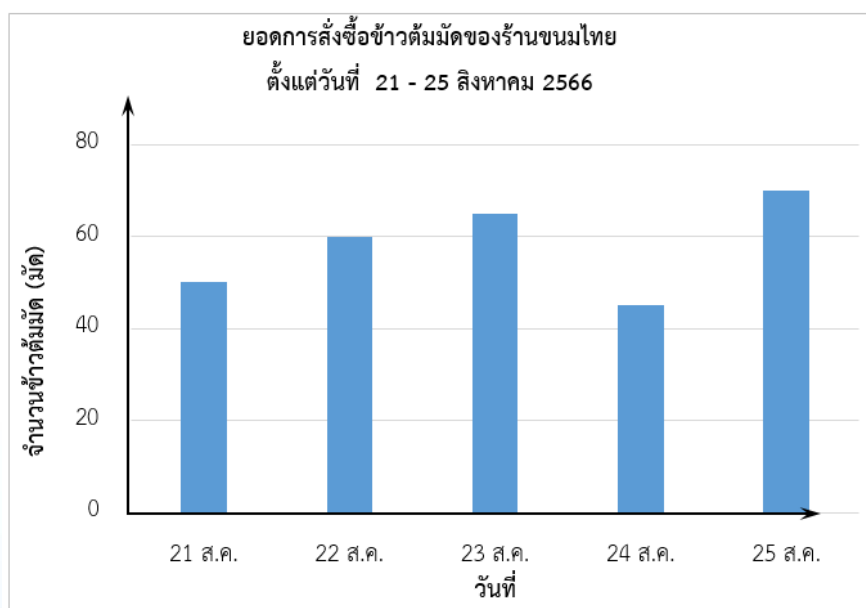
- การนำเสนอข้อมูลโดยใช้แผนภูมิแท่งมีลักษณะอย่างไร

แนวคำตอบ ใช้รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งเรียกว่า แท่ง แทนข้อมูลชนิดหนึ่ง และมีความกว้างของแต่ละแท่งเท่ากัน ส่วนความยาวจะยาวเท่าใดขึ้นอยู่กับปริมาณของข้อมูล

- การนำเสนอข้อมูลโดยใช้แผนภูมิแท่ง นอกจากแผนภูมิแท่งในแนวตั้งแล้วยังสามารถนำเสนอในรูปแบบอื่นได้อีกหรือไม่

แนวคำตอบ ได้ คือ นำเสนอแท่งรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากในแนวนอน

- 2) ผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันพิจารณาตัวอย่างและผู้สอนใช้คำถามกระตุ้นความคิด ดังนี้



จากนั้น ผู้สอนใช้คำถามให้ผู้เรียนอ่านและแปลความหมายของข้อมูลข้างต้น ดังตัวอย่างคำถามต่อไปนี้

- แผนภูมิแท่งข้างต้นแสดงข้อมูลเกี่ยวกับอะไร

แนวคำตอบ ยอดการสั่งซื้อข้าวต้มมัดของร้านขนมไทยตั้งแต่วันที่ 21 – 25 สิงหาคม 2566

- จากแผนภูมิแท่งข้างต้น วันที่ยอดการสั่งซื้อสูงที่สุดกับต่ำที่สุดมียอดการสั่งซื้อต่างกันเท่าไร

แนวคำตอบ 25 มัด

- จากแผนภูมิแท่งข้างต้น ยอดการสั่งซื้อข้าวต้มมัดของสองวันที่อยู่ติดกันคู่ใดมียอดการสั่งซื้อรวมสูงที่สุด

แนวคำตอบ วันที่ 22 และ 23 สิงหาคม

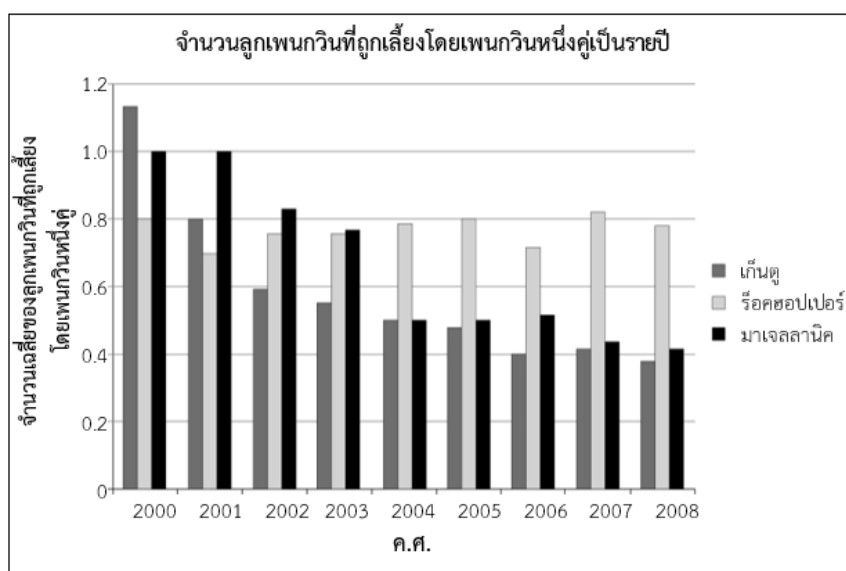
- ข้าวเหนียว 1 กิโลกรัม นำไปทำข้าวต้มมัดได้ 30 มัด ถ้าแม่ค้าซื้อข้าวเหนียว 5 กิโลกรัม

จะพอใช้สำหรับทำข้าวต้มมัดถึงวันที่เท่าไรเพราะเหตุใด

แนวคำตอบ วันที่ 22 สิงหาคม เพราะวันที่ 21 – 22 สิงหาคม มียอดการสั่งซื้อรวมเป็น 110 มัด

ข้าวเหนียว 5 กิโลกรัม ทำได้ $30 \times 5 = 150$ มัด เหลือพอทำได้อีก 40 มัด ซึ่งไม่พอสำหรับวันต่อไปที่ต้องใช้ 65 มัด

- 3) ผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันพิจารณาตัวอย่างต่อไปนี้



จากนั้น ผู้สอนใช้คำถามให้ผู้เรียนอ่านและแปลความหมายของข้อมูลข้างต้น ดังตัวอย่างคำถามต่อไปนี้

- ใน ค.ศ. 2000 เพนกวินชนิดใดมีจำนวนเฉลี่ยของลูกเพนกวินที่ถูกเลี้ยงโดยเพนกวินหนึ่งคู่มากที่สุด

แนวคำตอบ เพนกวินเก็นตู

- ในปีใดที่เพนกวิน 2 ชนิด มีจำนวนเฉลี่ยของลูกเพนกวินที่ถูกเลี้ยงโดยเพนกวินหนึ่งคู่เท่ากัน

แนวคำตอบ ค.ศ. 2004

- จากแผนภูมิข้างต้น เมื่อพิจารณาเพนกวินมาเจลลานิก จำนวนเฉลี่ยของลูกเพนกวินที่ถูกเลี้ยงโดยเพนกวินหนึ่งคู่มีแนวโน้มที่เพิ่มขึ้นหรือลดลง เพราะเหตุใด

แนวคำตอบ ลดลง เพราะจากแผนภูมิแท่งตั้งแต่ ค.ศ. 2001 จำนวนเฉลี่ยของลูกเพนกวินที่ถูกเลี้ยงโดยเพนกวินมาเจลลานิกหนึ่งคู่น้อยลงไปเรื่อย ๆ

- นักเรียนคิดว่าแนวโน้มของการลดลงของจำนวนเฉลี่ยของลูกเพนกวินที่ถูกเลี้ยงโดยเพนกวินหนึ่งคู่ เป็นการลดลงแบบเชิงเส้นหรือไม่ เพราะเหตุใด

แนวคำตอบ ไม่เป็นแบบเชิงเส้น เพราะปริมาณการลดลงในแต่ละปีไม่เท่ากัน

- 4) ผู้สอนให้ผู้เรียนจับคู่ แต่ละคู่ร่วมกันทำใบกิจกรรม เรื่อง อันดับซีดีเพลงขายดี คำถามข้อที่ 1 – 3 หลังจากทำกิจกรรมเรียบร้อยแล้ว ผู้สอนสุ่มผู้เรียนออกมานำเสนอคำตอบของคำถามข้อที่ 1 – 3 แล้วผู้สอนจึงเฉลยคำตอบ
- 5) ผู้สอนให้ผู้เรียนตอบคำถามข้อที่ 4 โดยในระหว่างที่ผู้เรียนทำกิจกรรม ผู้สอนต้องคอยสังเกต ให้คำแนะนำ หรือให้ความช่วยเหลือในกรณีที่ผู้เรียนไม่สามารถหาคำตอบที่ถูกต้องได้ หลังจากผู้เรียนตอบคำถามเรียบร้อยแล้ว ผู้สอนเลือกผู้เรียนที่มีแนวทางการหาคำตอบแตกต่างกัน ออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน แล้วให้ผู้เรียนร่วมกันอภิปรายยุทธวิธีในการหาคำตอบที่แตกต่างกันเหล่านั้น จากนั้นผู้สอนนำผู้เรียนสรุปคำตอบที่ได้ พร้อมทั้งชี้ให้ผู้เรียนเห็นว่าถึงแม้จะมีคำตอบเดียวแต่อาจมีวิธีการในการหาคำตอบที่หลากหลายได้
- 6) ผู้เรียนและผู้สอนร่วมกันสรุปผลจากการปฏิบัติกิจกรรม โดยมีแนวทางการสรุปดังนี้
ผู้เรียนสามารถอ่านและเปรียบเทียบข้อมูลจากแผนภูมิแท่งที่กำหนดให้ได้ และได้ฝึกการแปลความหมายข้อมูลที่น่าเสนอด้วยแผนภูมิแท่ง รวมทั้งได้ฝึกทักษะการให้เหตุผลและการแก้ปัญหา

8. ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมสำหรับผู้สอน

- 1) หากเวลาการจัดกิจกรรมไม่เพียงพอ ผู้สอนสามารถจัดกิจกรรมตามขั้นตอนที่เหลือให้ผู้เรียนในคาบเรียนถัดไป
- 2) หากจัดกิจกรรมเสร็จแล้ว และพอมีเวลาเหลือ ผู้สอนสามารถเลือกแนวทางการจัดกิจกรรมอื่นที่อยู่ในภาคผนวก ก มาจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนตามความเหมาะสม

9. แหล่งการเรียนรู้เพิ่มเติม

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เล่ม 2 (สสวท.)

10. การวัดและประเมินผล

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
1) อ่านและเปรียบเทียบข้อมูลจากแผนภูมิแท่งเกี่ยวกับยอดขายแผ่นซีดี	• พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม	• ใบกิจกรรม เรื่อง อันดับซีดีเพลงขายดี คำถามข้อที่ 1 – 2	• ตอบคำถามข้อที่ 1 – 2 ได้ถูกต้อง
2) แปลความหมายข้อมูลยอดขายแผ่นซีดีที่น่าเสนอด้วยแผนภูมิแท่งเพื่อประกอบการตัดสินใจได้อย่างสมเหตุสมผล	• พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม	• ใบกิจกรรม เรื่อง อันดับซีดีเพลงขายดี คำถามข้อที่ 3 – 4	• ตอบคำถามข้อที่ 3 ได้ถูกต้อง • อธิบายแนวคิดในการหาคำตอบของคำถามข้อที่ 4 ได้อย่างสมเหตุสมผลและเพียงพอที่จะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง
3) อธิบายหรือให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนหรือโต้แย้ง รวมถึงอธิบายกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับยอดขายแผ่นซีดี	• พิจารณาการตอบคำถามในใบกิจกรรม • สังเกตพฤติกรรม การให้เหตุผลจาก การตอบคำถามหรือ อภิปรายในชั้นเรียน	• ใบกิจกรรม เรื่อง อันดับซีดีเพลงขายดี คำถามข้อที่ 4 • แบบประเมิน พฤติกรรมกรให้ เหตุผล	• อธิบายแนวคิดในการหาคำตอบของคำถามข้อที่ 4 ได้อย่างสมเหตุสมผลและเพียงพอที่จะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง • ได้ระดับพอใช้ขึ้นไปเมื่อพิจารณาในภาพรวมของทั้งภาคการศึกษา (ดูภาคผนวก ข)

หมายเหตุ เกณฑ์ที่กำหนดไว้ข้างต้น ถือเป็นเกณฑ์ในระดับที่คาดหวัง ในกรณีที่ผู้เรียนทำได้น้อยกว่าเกณฑ์ที่กำหนด ผู้สอนต้องพิจารณาเสริมกระบวนการในด้านนั้นเพิ่มเติม

ชื่อ ห้อง เลขที่

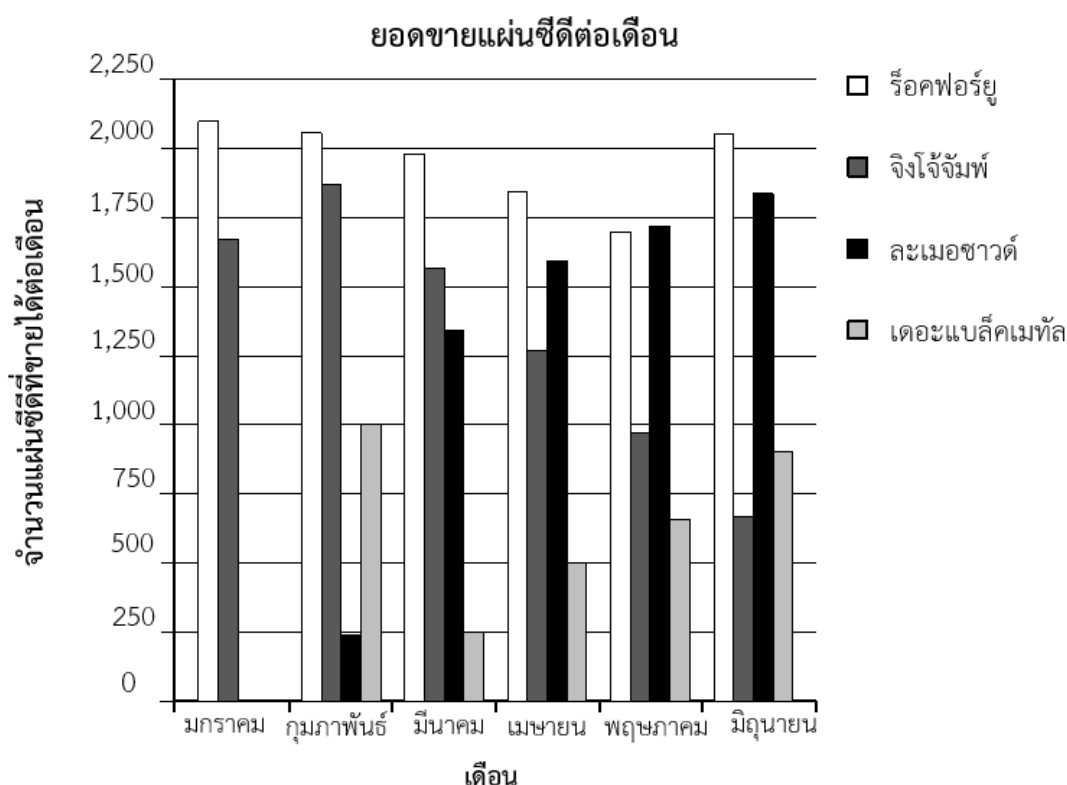
ชื่อ ห้อง เลขที่

ใบกิจกรรม เรื่อง อันดับซีดีเพลงขายดี

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนอ่านสถานการณ์และตอบคำถามต่อไปนี้

ในเดือนมกราคม แผ่นซีดีชุดใหม่ของวง ร็อคฟอรัย และวง จิงโจ้จัมพ์ ได้ออกวางจำหน่าย

ในเดือนกุมภาพันธ์ แผ่นซีดีของวง ละเมอซาวด์ และวง เดอะแบล็คเมทัล ได้ออกวางจำหน่ายตามมา
กราฟต่อไปนี้แสดงยอดขายแผ่นซีดีของแต่ละวงตั้งแต่เดือนมกราคมถึงเดือนมิถุนายน



1. ในเดือนเมษายน วง เดอะแบล็คเมทัล ขายแผ่นซีดีได้กี่แผ่น

ตอบ แผ่น

2. ในเดือนใดที่วง ละเมอซาวด์ ขายแผ่นซีดีได้มากกว่าวง จิงโจ้จัมพ์ เป็นครั้งแรก จงอธิบาย

ตอบ เดือน.....

.....

.....

.....

3. ตั้งแต่เดือนมีนาคมถึงเดือนมิถุนายน วงไคมียอดขายแผ่นซีดีเพิ่มขึ้น

ตอบ

4. ผู้จัดการของวง จิงโจ้จัมพ์ กังวลว่าจำนวนแผ่นซีดีของเขามียอดขายลดลงตั้งแต่เดือนกุมภาพันธ์ถึงเดือนมิถุนายน

ถ้าแนวโน้มการขายยังคงลดลงเช่นเดิมอย่างต่อเนื่อง

นักเรียนคิดว่ายอดขายโดยประมาณในเดือนกรกฎาคมของวงนี้จะเป็น

70 แผ่น 370 แผ่น 670 แผ่น หรือ 1,340 แผ่น เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

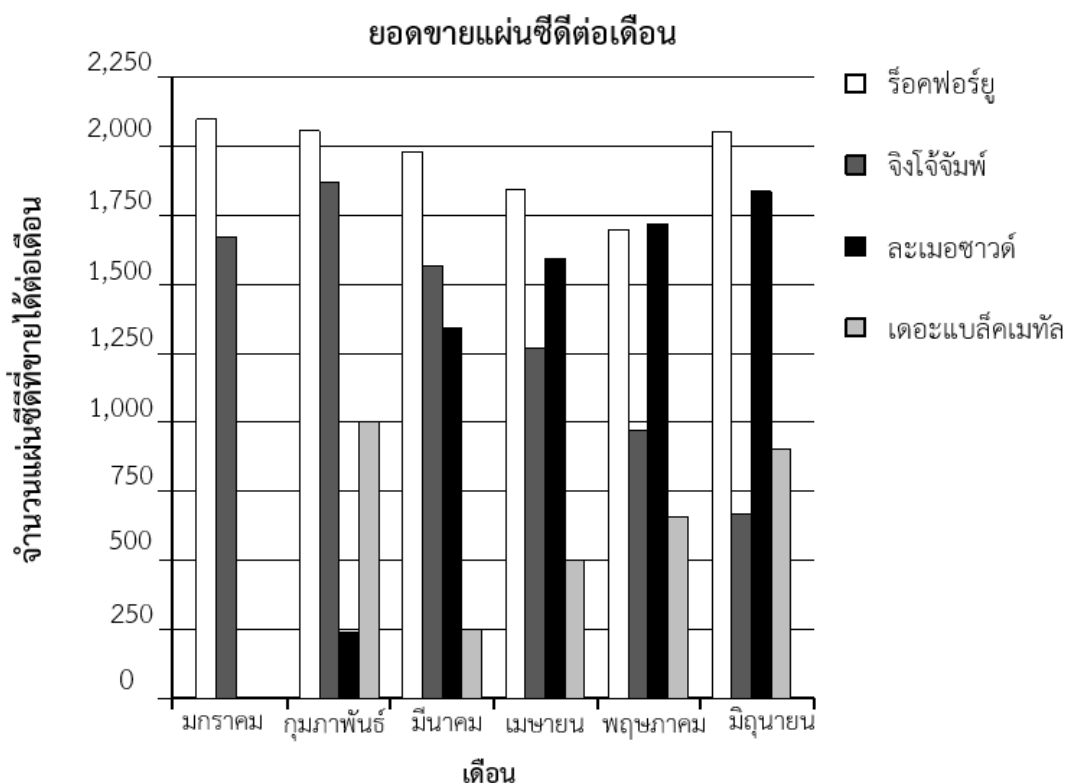
แนวคำตอบ

ใบกิจกรรม เรื่อง อันดับซีดีเพลงขายดี

คำชี้แจง: ให้ผู้เรียนอ่านสถานการณ์และตอบคำถามต่อไปนี้

ในเดือนมกราคม แผ่นซีดีชุดใหม่ของวง ร็อคฟอรัย และวง จิงโจ้จัมพ์ ได้ออกวางจำหน่าย

ในเดือนกุมภาพันธ์ แผ่นซีดีของวง ละเมอชาวด์ และวง เดอะแบล็คเมทัล ได้ออกวางจำหน่ายตามมา
กราฟต่อไปนี้แสดงยอดขายแผ่นซีดีของแต่ละวงตั้งแต่เดือนมกราคมถึงเดือนมิถุนายน



1. ในเดือนเมษายน วง เดอะแบล็คเมทัล ขายแผ่นซีดีได้กี่แผ่น

ตอบ500..... แผ่น

(กระบวนการ: การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์)

แนวคิด

จากแผนภูมิแท่ง ยอดขายแผ่นซีดีในเดือนเมษายนของวง เดอะแบล็คเมทัล คือ 500 แผ่น

2. ในเดือนใดที่วง ละเมอขาวด์ ขายแผ่นซีดีได้มากกว่าวง จิงโจ้จัมพ์ เป็นครั้งแรก จงอธิบาย

ตอบ เดือน เมษายน

ดูแนวคำตอบได้จากแนวคิดต่อไปนี้

(กระบวนการ: การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์)

แนวคิด

สามารถเปรียบเทียบยอดขายของวง ละเมอขาวด์ และวง จิงโจ้จัมพ์ ในแต่ละเดือนได้ดังนี้
 เดือนมกราคม วง ละเมอขาวด์ ยังไม่วางจำหน่ายแผ่นซีดี จึงไม่สามารถเปรียบเทียบได้
 เดือนกุมภาพันธ์ วง ละเมอขาวด์ ขายแผ่นซีดีได้น้อยกว่าวง จิงโจ้จัมพ์
 เดือนมีนาคม วง ละเมอขาวด์ ขายแผ่นซีดีได้น้อยกว่าวง จิงโจ้จัมพ์
 เดือนเมษายน วง ละเมอขาวด์ ขายแผ่นซีดีได้มากกว่าวง จิงโจ้จัมพ์
 ดังนั้น ในเดือนเมษายนวง ละเมอขาวด์ ขายแผ่นซีดีได้มากกว่าวง จิงโจ้จัมพ์ เป็นครั้งแรก

3. ตั้งแต่เดือนมีนาคมถึงเดือนมิถุนายน วงใดมียอดขายแผ่นซีดีเพิ่มขึ้น

ตอบ วง ละเมอขาวด์ และวง เดอะแบล็คเมทัล

(กระบวนการ: การตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์)

แนวคิด

จากแผนภูมิแท่ง ตั้งแต่เดือนมีนาคมถึงเดือนมิถุนายน วงที่มียอดขายเพิ่มขึ้นคือ วง ละเมอขาวด์ และวง เดอะแบล็คเมทัล

4. ผู้จัดการของวง จิงโจ้จัมพ์ กังวลว่าจำนวนแผ่นซีดีของเขาียอดขายลดลงตั้งแต่เดือนกุมภาพันธ์ถึงเดือนมิถุนายน

ถ้าแนวโน้มการขายยังคงลดลงเช่นเดิมอย่างต่อเนื่อง

นักเรียนคิดว่ายอดขายโดยประมาณในเดือนกรกฎาคมของวงนี้จะเป็น

70 แผ่น 370 แผ่น 670 แผ่น หรือ 1,340 แผ่น เพราะเหตุใด

ดูแนวคำตอบได้จากแนวคิดต่อไปนี้

(กระบวนการ: การใช้โน้ตสโนว์ ข้อเท็จจริง วิธีการ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา)

แนวคิด

จากแผนภูมิแท่ง ยอดขายโดยประมาณของวง จิงโจ้จัมพ์ ตั้งแต่เดือนกุมภาพันธ์ถึงเดือนมิถุนายน มีดังนี้
เดือนกุมภาพันธ์ ยอดขายประมาณ 1,875 แผ่น

เดือนมีนาคม ยอดขายประมาณ 1,550 แผ่น ซึ่งลดลง $1,875 - 1,550 = 325$ แผ่น

เดือนเมษายน ยอดขายประมาณ 1,260 แผ่น ซึ่งลดลง $1,550 - 1,260 = 290$ แผ่น

เดือนพฤษภาคม ยอดขายประมาณ 950 แผ่น ซึ่งลดลง $1,260 - 950 = 310$ แผ่น

เดือนมิถุนายน ยอดขายประมาณ 660 แผ่น ซึ่งลดลง $950 - 660 = 290$ แผ่น

จึงได้ว่า ยอดขายที่ลดลงอยู่ในช่วงตั้งแต่ 290 – 325 แผ่น ในแต่ละเดือน

ถ้าแนวโน้มการขายยังคงลดลงเช่นเดิมอย่างต่อเนื่อง แล้วยอดขายโดยประมาณในเดือนกรกฎาคมของวงนี้

จะอยู่ในช่วงที่ใกล้เคียงกับช่วงตั้งแต่ $660 - 325 = 335$ แผ่น ถึง $660 - 290 = 370$ แผ่น

ดังนั้น ยอดขายโดยประมาณในเดือนกรกฎาคมของวงนี้น่าจะเป็น 370 แผ่น

ภาคผนวก ข
แบบประเมินพฤติกรรมกาให้เหตุผล

แบบประเมินพฤติกรรมการให้เหตุผล

คำชี้แจง: ให้สังเกตและประเมินพฤติกรรมของผู้เรียนแต่ละคนที่สะท้อนให้เห็นถึงการให้เหตุผลต่อไปนี้

โดยให้คะแนน 0 – 2 คะแนน เพื่อแสดงความถี่ของพฤติกรรมที่ผู้เรียนแสดงออกและเกิดขึ้นจริง ดังนี้

0 คะแนน หมายถึง ผู้เรียนไม่แสดง/แทบจะไม่แสดงพฤติกรรมนั้นเลย

1 คะแนน หมายถึง ผู้เรียนแสดงพฤติกรรมเหล่านั้นในบางครั้ง

2 คะแนน หมายถึง ผู้เรียนแสดงพฤติกรรมเหล่านั้นบ่อยครั้ง

เกณฑ์การตัดสินคุณภาพ

ช่วงคะแนน	ระดับคุณภาพ
7 – 8	ดี
5 – 6	พอใช้
0 – 4	ต้องปรับปรุง

ชื่อ – สกุล	คะแนนของพฤติกรรม				คะแนนรวม (8)	ระดับคุณภาพ
	ให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนคำตอบของตนเอง (2)	ให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนหรือโต้แย้งผู้อื่น (2)	สร้างข้อความคาดการณ์และข้อสรุป (2)	ตัดสินใจได้อย่างสมเหตุสมผล (2)		
1.						
2.						
3.						
4.						
5.						
6.						

ลงชื่อ.....ผู้ประเมิน

...../...../.....

บรรณานุกรม

กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). *มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และ สาระภูมิศาสตร์ ในกลุ่มสาระการเรียนรู้สังคมศึกษา ศาสนา และวัฒนธรรม (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์ การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). *ตัวอย่างข้อสอบการประเมินผลนานาชาติ PISA คณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ห้างหุ้นส่วนจำกัด อรุณการพิมพ์.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2557). *ตัวอย่างข้อสอบคณิตศาสตร์ PISA 2012*. กรุงเทพฯ: ห้างหุ้นส่วนจำกัด วี.เจ.พรินติ้ง.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2565). *หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 เล่ม 2 ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (พิมพ์ครั้งที่ 6)*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2565). *หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 1 ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (พิมพ์ครั้งที่ 4)*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2565). *หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2 ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (พิมพ์ครั้งที่ 4)*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2565). *หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เล่ม 1 ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (พิมพ์ครั้งที่ 3)*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2565). *หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เล่ม 2 ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (พิมพ์ครั้งที่ 3)*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2565). หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เล่ม 1 ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
(ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (พิมพ์ครั้งที่ 3).
กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ สกสศ. ลาดพร้าว.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2565). หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เล่ม 2 ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
(ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (พิมพ์ครั้งที่ 3).
กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ สกสศ. ลาดพร้าว.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2565). หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เล่ม 2 ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
(ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (พิมพ์ครั้งที่ 4).
กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ สกสศ. ลาดพร้าว.

OECD. (2023). *PISA 2022 Assessment and Analytical Framework*. Paris: PISA, OECD Publishing.
<https://doi.org/10.1787/dfe0bf9c-en>.

Rawpixel. (n.d.). *Bicycle png sticker, transparent background*. [Image]. Retrieved from
<https://www.rawpixel.com/image/7259820/png-sticker-public-domain>

Rawpixel. (n.d.). *PNG Bicycle sticker, transparent background*. [Image]. Retrieved from
<https://www.rawpixel.com/image/11729288/png-person-sticker>

คณะผู้จัดทำ

ที่ปรึกษา

- | | |
|---------------------------------------|--|
| 1. พลตำรวจเอก เพิ่มพูน ชิดชอบ | รัฐมนตรีว่าการกระทรวงศึกษาธิการ |
| 2. ว่าที่ร้อยตรี ธนุ วงษ์จินดา | เลขาธิการคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน |
| 3. รองศาสตราจารย์ธีระเดช เจียรสุขสกุล | ผู้อำนวยการสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี |
| 4. นางเกศทิพย์ ศุภวานิช | รองเลขาธิการคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน |
| 5. นายภูธร จันทะหงษ์ ปุณยจรัสธำรง | ผู้ช่วยเลขาธิการคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน |
| 6. นายธงชัย ชิวปรีชา | ผู้ทรงคุณวุฒิที่ปรึกษาคณะกรรมการพัฒนา
โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย |

คณะกรรมการอำนวยการจัดทำเอกสาร

- | | |
|------------------------------|--|
| 1. นางสาวรัตนา แสงบัวเผื่อน | ผู้อำนวยการสำนักติดตามและประเมินผล
การจัดการศึกษาขั้นพื้นฐาน |
| 2. นายวิษณุ ทรัพย์สมบัติ | ผู้อำนวยการสำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา |
| 3. นายชนาธิป หุ้ยแป | ผู้อำนวยการสำนักทดสอบทางการศึกษา |
| 4. นายภูริวัตร คำอ้ายกาวิ | ผู้อำนวยการสำนักบริหารงานความเป็นเลิศด้านวิทยาศาสตร์ศึกษา |
| 5. นางสาวสุพัตรา ผาติวิสันต์ | รองผู้อำนวยการสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี |
| 6. นางธัญญากานต์ กุลศุภกร | ผู้อำนวยการ สาขาประเมินผลทางการศึกษา
สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี |
| 7. นายจักรพงษ์ วงศ์อ้าย | ผู้อำนวยการศูนย์ขับเคลื่อนโครงการโรงเรียนคุณภาพประจำตำบล |
| 8. นายสมเจตน์ พันธุ์พรหม | ผู้อำนวยการศูนย์ PISA |
| 9. นางสาวชามาศ ดิษฐเจริญ | ศึกษานิเทศก์ชำนาญการพิเศษ ช่วยราชการ
สำนักบริหารงานความเป็นเลิศด้านวิทยาศาสตร์ศึกษา |

คณะกรรมการผู้ทรงคุณวุฒิ

- | | |
|--|--|
| 1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์มาลินี อธิธิรส | ข้าราชการบำนาญ (โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์) |
| 2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชนิศรวิภา เลิศอมรพงษ์ | คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ |
| 3. ผู้ช่วยศาสตราจารย์วันดี เกษมสุขพิพัฒน์ | คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ |

บรรณาธิการกิจ

- | | |
|---------------------------------|--|
| 1. นางสาวสุพัตรา ผาติวิสันต์ | รองผู้อำนวยการสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี |
| 2. นางธัญญากานต์ กุลศุภกร | ผู้อำนวยการสาขาประเมินผลทางการศึกษา |
| | สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี |
| 3. นางเกตุวดี จังวัฒนกุล | ผู้อำนวยการ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี |
| 4. นางสาววรรณารถ อยู่สุข | ผู้อำนวยการ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี |
| 5. นางสาวพุดเตย ตาพวัฒน์ | นักวิชาการอาวุโส สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี |
| 6. นายศราวุฒิ รัตนประยูร | นักวิชาการอาวุโส สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี |
| 7. นายจตุพล งามแมน | นักวิชาการ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี |
| 8. นางสาวชามาศ ดิษฐเจริญ | ศึกษานิเทศก์ชำนาญการพิเศษ ช่วยราชการ |
| | สำนักบริหารงานความเป็นเลิศด้านวิทยาศาสตร์ศึกษา |
| 9. นางสาวจันทนา เปรมฤดีปรีชาชาญ | โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬารณราชวิทยาลัย ชลบุรี |
| 10. นางสาวขวัญชนก สุคำภา | โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬารณราชวิทยาลัย มุกดาหาร |
| 11. นางสาวสุวดี นาสวัสดิ์ | โรงเรียนบดินทรเดชา (สิงห์ สิงหเสนี) |
| 12. นายนิรัตน์ อจลพล | โรงเรียนบดินทรเดชา (สิงห์ สิงหเสนี) |

คณะผู้จัดทำ

- | | |
|-----------------------------------|--|
| 1. นางสาวจันทนา เปรมฤดีปรีชาชาญ | โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬารณราชวิทยาลัย ชลบุรี |
| 2. นายบุญเลิศ จรัส | โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬารณราชวิทยาลัย เชียงราย |
| 3. นายก่อเกียรติ ศิจิตต์ | โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬารณราชวิทยาลัย เชียงราย |
| 4. นางวาสนา ปราบุตร | โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬารณราชวิทยาลัย พิษณุโลก |
| 5. นางมริสา อริยะวงศ์ | โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬารณราชวิทยาลัย พิษณุโลก |
| 6. นางสาวอมรรัตน์ อ้วนไทร | โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬารณราชวิทยาลัย ลพบุรี |
| 7. นางสาวธนัชพร โพธิ์เอน | โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬารณราชวิทยาลัย ลพบุรี |
| 8. นางสาวศิวพร บุญแท้ | โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬารณราชวิทยาลัย เลย |
| 9. นางสาวศิริวรรณ ธัญญารักษ์ | โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬารณราชวิทยาลัย เลย |
| 10. นางสาวขวัญชนก สุคำภา | โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬารณราชวิทยาลัย มุกดาหาร |
| 11. นางสาวจิระภา พิมพ์ศรี | โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬารณราชวิทยาลัย มุกดาหาร |
| 12. นางปฐมาภรณ์ สิทธิเชื้อ | โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬารณราชวิทยาลัย บุรีรัมย์ |
| 13. นางสาวปวีณรัตน์ เกียรติวิริยะ | โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬารณราชวิทยาลัย บุรีรัมย์ |
| 14. นางสาวศศิวัลย์ บุลาผล | โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬารณราชวิทยาลัย บุรีรัมย์ |
| 15. นางสาวดาวเรือง บุตรทรัพย์ | โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬารณราชวิทยาลัย ปทุมธานี |

- | | |
|------------------------------------|---|
| 16. นางสาวพรรณพรรณ พิทยาพละ | โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย ปทุมธานี |
| 17. นางณิชาภาณูจน์ อุทุมสุกุลรัตน์ | โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย ปทุมธานี |
| 18. นางสาวพินทุสร จันโทศรี | โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย ชลบุรี |
| 19. นายศุภการย์ เกลี้ยงเกลา | โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย เพชรบุรี |
| 20. นางสาวศิตา ทวีกาญจน์ | โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย เพชรบุรี |
| 21. นางวิภาวี บุญฤกษ์ | โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย นครศรีธรรมราช |
| 22. นางทสกร มั่นวงศ์ | โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย นครศรีธรรมราช |
| 23. นางสาวปิยธิดา อุทก | โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย ตรัง |
| 24. นางสาวจารุวรรณ บุญชลาลัย | โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย ตรัง |
| 25. นายदनุจ สามีญ | โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย สตูล |
| 26. นางสาวจันจิรา ตำภู | โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย สตูล |
| 27. นางสาวรุ่งทิพา บุญมาโดน | โรงเรียนยุพราชวิทยาลัย |
| 28. นายพนมไพร สวัสดิวงศ์ | โรงเรียนรัตนโกสินทร์สมโภชบางขุนเทียน |
| 29. นายสุริยา อินวิเชียร | โรงเรียนสตรีอ่างทอง |
| 30. นางสาวปรารถนา ศรีณย์ชล | โรงเรียนศรีบุญยานนท์ |
| 31. นางจิตรลดา ไชยดิษฐ์ | โรงเรียนหาดใหญ่วิทยาลัย |
| 32. นางจันทนา นาครัชตะอมร | โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ |
| 33. นางอัยย์ญาติา มิลเลอร์ | โรงเรียนอำนาจเจริญ |
| 34. นางอุษณีย์ บัวชุม | โรงเรียนอำนาจเจริญ |
| 35. นางสาวสุภารัตน์ พิบูลย์สังข์ | โรงเรียนสวนกุหลาบวิทยาลัย นนทบุรี |
| 36. นายอนันตโชค คล้ายมณี | โรงเรียนนวมินทราชินูทิศ หอวัง นนทบุรี |
| 37. นางน้ำฝน ศรีหาวัตร | โรงเรียนเพชรพิทยาคม |
| 38. นายพรเทพ พรหมตา | โรงเรียนเบญจมราชรังสฤษฎ์ |
| 39. นางพรลดา แก้วพิทักษ์ | โรงเรียนวิเชียรมาตุ |

คณะผู้ออกแบบปกและจัดทำรูปเล่ม

- | | |
|-----------------------------|--|
| 1. นายกฤษฎา ทองเชื้อ | โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย ชลบุรี |
| 2. นายกิตติธัช ทองแย้ม | โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย ชลบุรี |
| 3. นางณัฏฐา ทองเชื้อ | โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย ชลบุรี |
| 4. นางสาวนภาพร อมรเดชาวัฒน์ | สำนักบริหารงานความเป็นเลิศด้านวิทยาศาสตร์ศึกษา |
| 5. นายภัทรพงษ์ ปักกะตา | สำนักบริหารงานความเป็นเลิศด้านวิทยาศาสตร์ศึกษา |

<https://www.pisacenterobec.org>

<https://ipst-pisatest.ipst.ac.th>

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน
สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
กระทรวงศึกษาธิการ

